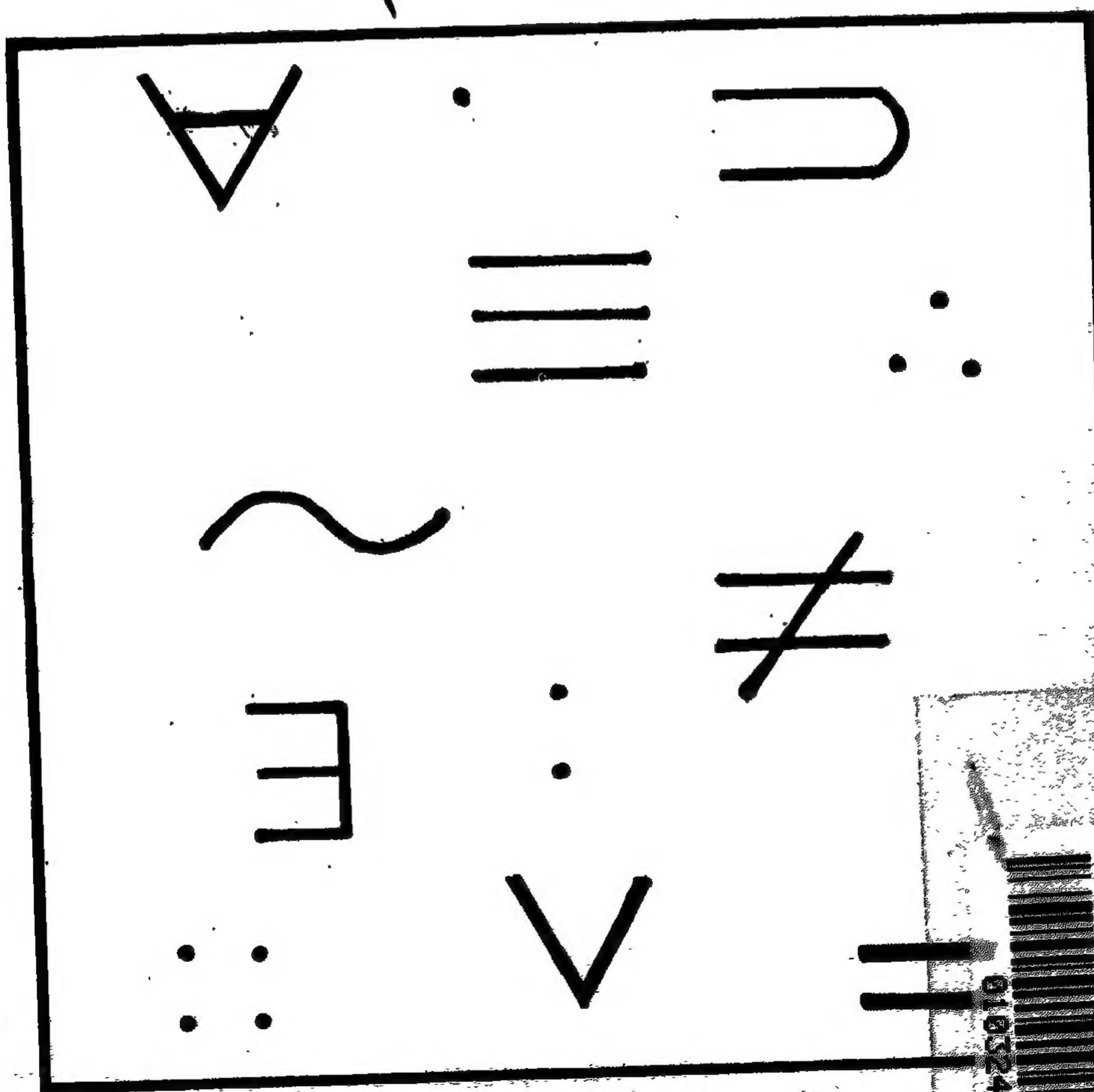


نظريات  
المنطق الرّمزي  
« بحث في الحساب التحليلي والمصطلح »

تأليف  
دكتور محمد محمد قاسم



دار المعرفة الجامعية

٤٨٣-١٦٣ شارع بورسعيد - الإسكندرية  
٣٨٧ شارع قناة السويس - السويس  
٥١٧٣٢٦٤



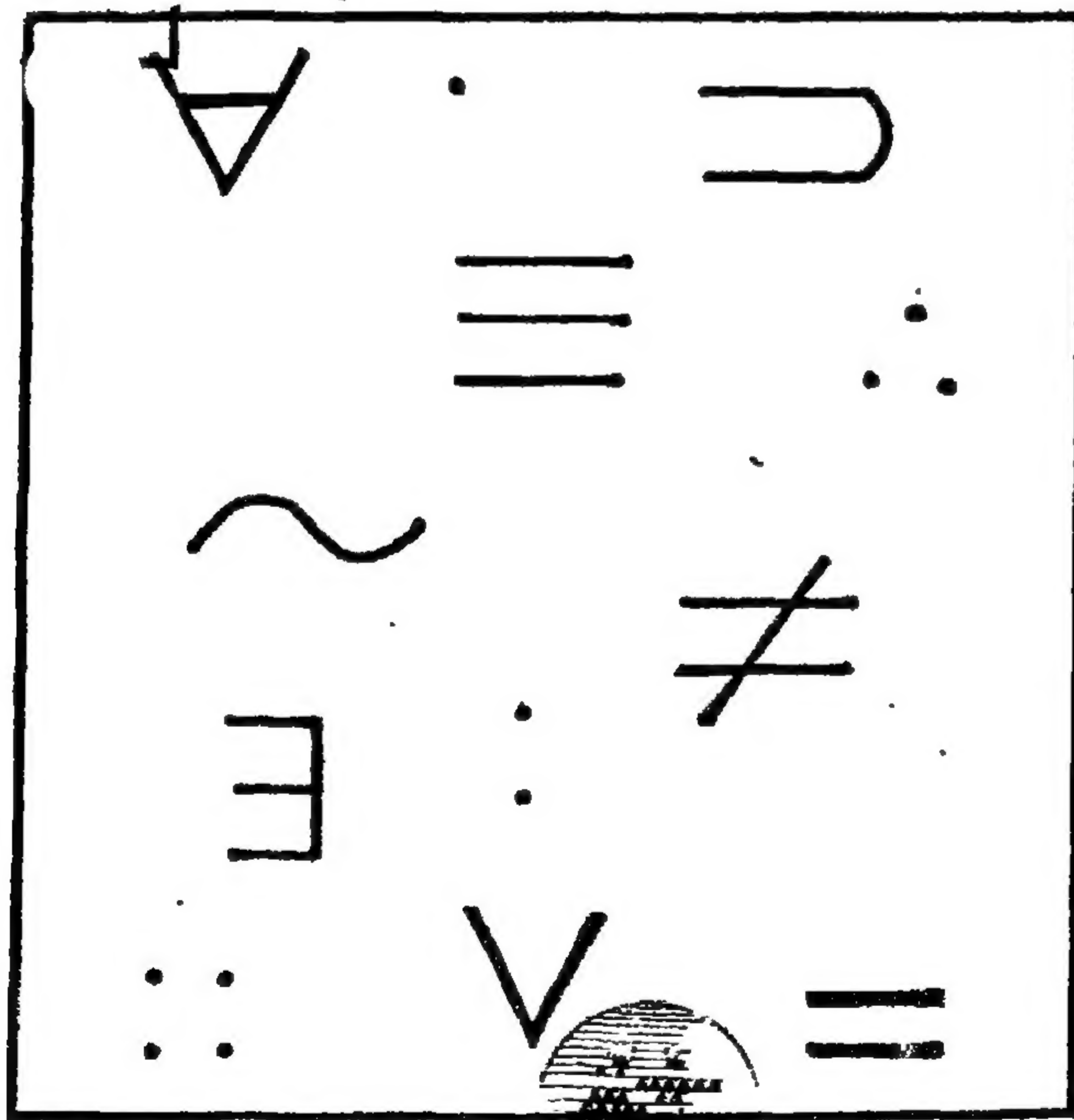
0163244

Bibliotheca Alexandrina



نظريات  
المنطق الرّمزي  
« بحث في الحساب التحليلي والمصطلح »

تأليف  
دكتور محمد محمد قاسم



دار المعرفة الجامعية  
Library of the Alexandria University  
٤٨٣٠١٦٣  
٣٨٧ شارع النيل - الإسكندرية - ٥١٧٣١٤٦









إهداء

إلى ابنتي :

أحمد

و

محمد



## محتويات الكتاب

من	إلى
(11):(13)	مقدمة .....
(15):(36)	الفصل الأول : المنطق الرمزي « موضوعه وخصائصه » .....
(17)	أولاً : ما المنطق ؟ .....
(18)	ثانياً : منطق أرسطو .....
(22)	ثالثاً : تقويم منطق أرسطو .....
(24)	رابعاً : المنطق الرمزي .....
(25)	خامساً : موضوع المنطق الرمزي .....
(28)	سادساً : خصائص المنطق الرمزي .....
(33)	سابعاً : مباحث المنطق الرمزي .....
(37):(70)	الفصل الثاني : نظرية حساب القضايا « أفكار أساسية » .....
(39)	مقدمة .....
(40)	أولاً : أنواع القضايا .....
(42)	ثانياً : المصطلح الرمزي .....
(44)	ثالثاً : دالة الصدق .....
(56)	رابعاً : العلاقات المنطقية بين دوال الصدق .....
(65)	خامساً : تعدد المتغيرات في الدالة .....
(68)	سادساً : مجال عمل الثوابت .....
(71):(96)	الفصل الثالث : حساب القضايا والقياس الشرطي .....
(73)	مقدمة .....
(75)	أولاً : القياس الشرطي الخالص .....
(79)	ثانياً : القياس الشرطي المختلط .....
(82)	ثالثاً : القياس الشرطي الحملى الاقتراني .....
(87)	رابعاً : القياس الشرطي الحملى الاستثنائي .....



الفصل الرابع : الصيغ التحليلية في حساب القضايا .....	(97):(120)
أولاً : صيغ قضايا المنطق .....	(99)
ثانياً : قوانين الفكر الأساسية .....	(106)
ثالثاً : نماذج لصيغ تحليلية .....	(109)
رابعاً : البرهنة الموجزة .....	(117)
الفصل الخامس : النسق الاستنباطي .....	(121):(149)
مقدمة .....	(123)
أولاً : ريادة النسق الاقليدي .....	(125)
ثانياً : مكونات النسق الاستنباطي الصوري وخصائصه ....	(129)
ثالثاً : تطور النظر في النسق الاستنباطي :	(132)
أ - أرسطو .....	(132)
ب - كريستوس .....	(133)
ج - لينتر .....	(135)
د - يانو .....	(138)
هـ - فريجه .....	(141)
الفصل السادس : حساب القضايا كنسق استنباطي .....	(151):(205)
مقدمة .....	(153)
أولاً : الرموز والأفكار الأولية والتعريفات .....	(154)
ثانياً : مجموعة البديهيات .....	(156)
ثالثاً : قواعد الاشتقاق .....	(160)
رابعاً : المبرهنات .....	(164)
خامساً : صيغ مبرهنات برنكيا .....	(198)
الفصل السابع : نظرية حساب دالات القضايا .....	(207):(250)
مقدمة .....	(209)
أولاً : المصطلح الرمزي للنظرية .....	(210)
ثانياً : دالة القضية والسور .....	(213)
ثالثاً : القضية الحملية .....	(216)

- رابعاً : التقرير الوجدى- فى القضايا الحملية ..... (220)
- خامساً : نظرة نقدية للمنطق الصورى القديم : (225)
- أ - التقابل بين القضايا ( التصور التقليدى ) .... (226)
- ب - أحكام التقابل التقليدى ..... (227)
- ج - التقابل بين القضايا ( التصور الحديث ) .. (228)
- د - صحة قواعد وأحكام التناقض ..... (236)
- هـ - أحكام تناقض القضايا دالات تحليلية ..... (240)
- سادساً : الصيغ التحليلية ..... (241)
- سابعاً : قواعد ومبادئ الاستدلال ..... (243)

## الفصل الثامن : القياس الحمل فى ضوء نظرية حساب دالات

- القضايا ..... (251):(296)
- مقدمة ..... (253)
- أولاً : الشكل الأول ..... (259)
- ثانياً : الشكل الثانى ..... (268)
- ثالثاً : الشكل الثالث ..... (275)
- رابعاً : الشكل الرابع ..... (286)
- خامساً : أقيسة ذات مقدمات شخصية ..... (292)

## الفصل التاسع : نظرية حساب الفئات

- مقدمة ..... (299)
- أولاً : المصطلح الرمزى ..... (301)
- ثانياً : العمليات المنطقية لحساب الفئات ..... (304)
- ثالثاً : القياس التقليدى وحساب الفئات ..... (316)
- رابعاً : النسق الاستباطى ..... (326)

## الفصل العاشر : نظرية حساب العلاقات

- مقدمة ..... (335)
- أولاً : أفكار أساسية ..... (336)

( تعريف العلاقات — عناصر العلاقة ودرجاتها —  
مجال العلاقة — عكس العلاقة — أنواع العلاقات ).

ثانياً : الاجراءات المنطقية لحساب العلاقات ..... (340)

ثالثاً : خواص العلاقات ..... (345)

رابعاً : القضايا الأساسية في حساب العلاقات ..... (349)

مصطلحات منطقية ..... (351):(401)

مراجع ..... (403):(408)

## مقدمة

تؤلف الكتابة في منطق بين مشاعر متباينة لمن يقدم عليها ؛ فالإلمام بقواعد تحصيل اليقين ، والقدرة على تمييز صحيح الفكر من فاسده ، غايات ترنو إليها العقول وتأخذ بالألباب ؛ إلا أن هذه الغايات توأكبها صعوبات جمّة تواجه الباحث في المنطق ، منها : محاولة انتقاء طريقة ثابتة في التدوين الرمزي وتفضيلها عن بقية الطرق . بالإضافة إلى ضرورة الإلمام بالفروق الدقيقة بين المنطق القديم — بشقيه الأرسطي والتقليدي — والمنطق الحديث ، دون تحمس لرأى أو تبني لبعض الشبهات .

وعندما أقبلت على كتابة هذا البحث المنطقي — ويدور حول الحساب التحليلي لنظريات المنطق الرمزي — كنت مقتنعاً إلى حد كبير بأن هناك دراسات في المكتبة العربية تتبعت نشأة هذه النظريات وأقامت تأصيلاً تاريخياً لها ، مما كفّل لي الانصراف إلى الكتابة في النظريات وحسابها دون النظر إلى وراء إلا كلما دعت إلى ذلك حاجة .

أختوى هذا البحث على عشرة فصول وثبت موسع بالمصطلحات المنطقية . ونهدف من وراءه إلى تحقيق عدة غايات :

— محاولة اقتراح وتبني أسلوب عربي خالص في كتابة دالات الصدق والبراهين ، بحيث يبدو الجهاز الرمزي المستخدم في هذا البحث أقرب الأساليب المقترحة إلى سياق وأسلوب اللغة العربية . وقد استغرق تحقيق هذه الغاية فصول البحث بأكملها .

— بيان القدر الذي تتمتع به كل نظرية من الاتساق الداخلي ، والذي يبدو جلياً من رصيد النظرية من الصيغ التحليلية والمبرهنات ، والقضايا الأساسية والقضايا المشتقة . وقد استخدمنا أكثر من طريقة لإثبات صدق نماذج من هذه الصيغ من بينها : قوائم الصدق ، والبرهنة الموجزة ، والبرهان الرياضي وتحقق لنا ذلك في الفصول الرابع والسادس والسابع والتاسع والعاشر

— عرض فكرة النسق الاستبطائي — إحدى خصائص المنطق الرمزي —  
بإسهاب ، وذلك بمحاولة تأصيل الفكرة من « أرسطو » حتى  
« فريجه » ، ثم عرضها أيضاً في النظريات الأربعة ، مع التعويل على بيان  
أركانها بإسهاب في نظرية حساب القضايا ؛ لأن هذه النظرية تشكل  
الأساس المنطقي لبقية النظريات . وقد تم لنا ذلك في الفصول الخامس  
والسادس والسابع والتاسع .

— توسيع نطاق المقارنة بين المنطقين القديم ( الأرسطي والتقليدي )  
والحديث بنظرياته الأربعة بحيث تشمل المقارنة بالاضافة إلى التمييز السائد  
بين القضايا الكلية والجزئية ، موضوعات أخرى مثل : قواعد التقابل بين  
القضايا ، وبيان ما أصبح فاسداً من هذه القواعد ، وما ظل صحيحاً .  
إعادة تصنيف ضروب القياس التقليدي وبيان المنتج بينها من الفاسد في  
ضوء مفاهيم نظرية حساب دالات القضايا . وإعادة تصنيف نفس  
الضروب في ضوء مفاهيم نظرية حساب الفئات . وقد عقدنا تلك  
المقارنات ورصدنا نتائجها في الفصول السابع والثامن والتاسع .

— البرهنة على نماذج من القياس الشرطي بكافة أنواعه ، وإثبات أن بعض  
هذه الأقيسة يظل منتجاً بعد صياغته بالمصطلح الرمزي لحساب القضايا ،  
بينما تستبعد بعض الأقيسة الأخرى لأنها أصبحت غير منتجة من وجهة  
نظر المنطق الحديث . وقد تناولنا هذا الموضوع في الفصل الثالث .

— محاولة وضع نواة متواضعة لمعجم منطقي باللغة العربية ، جاءت في نهاية  
البحث ، وهي محاولة قابلة للتعديل والتطوير ، ومن أعز آمالي أن ألتقى  
تصويبات لها ولبقية أجزاء هذا البحث من أهل التخصص .

أتوجه بالشكر للمولى سبحانه على عظيم فضله ونعمه ، وأذكر بالعرفان كل  
من قدم لي العون من أساتذتي ومنهم المرحوم الأستاذ الدكتور عزمي إسلام  
والأستاذ الدكتور علي عبد المعطي محمد والأستاذ الدكتور محمود زيدان .  
وأشكر أخي وصديقي ناجي شكرى مؤمن ، كما أشكر رفيقتي وزوجتي  
دكتورة فادية فؤاد ، فقد غمرني هذا الجمع الطيب بكل مشاعر الود والمحبة .



وﺛﻤﺔ ﺷﻜﺮ ﻭﺍﺟﺐ ﻟﻠﺴﯩﺪ /ﺻﺎﺑﺮ ﻋﺒﺪ ﻛﺮﯨﻢ ﻣﺪﯨﺮ ﺩﺍﺭ ﻣﻌﺮﻗﺔ ﺍﻟﺠﺎﻣﻌﯩﺔ ،  
ﻭﺷﻜﺮ ﺧﺎﺻﺔ ﻟﻠﻤﻬﻨﺪﺱ /ﻧﯩﯩﻞ ﺭﺷﺪﯨ ﻣﺪﯨﺮ ﻣﺮﻛﺰ ﺍﻟﺪﻟﺘﺎ ﻟﻠﺠﻤﻊ ﺍﻟﺘﺼﻮﯨﺮﯨ ﻋﻠﻰ  
ﻣﺎ ﺃﺳﻬﻤﺎ ﺑﻪ ﻣﻦ ﺟﻬﺪ ﺳﺨﻰ ﻓﻰ ﺍﻟﻌﻤﻞ ﻋﻠﻰ ﻧﺸﺮ ﻫﺬﺍ ﺍﻟﺒﺤﺚ .

ﻭﺍﻟﻠﻪ ﻭﻟﻰ ﺍﻟﺘﻮﻓﯩﻖ ؟

ﻣﺤﻤﺪ ﻣﺤﻤﺪ ﻗﺎﺳﻢ

ﺍﻟﺴﻜﻨﺪﺭﯨﺔ 1990/3/17



# الفصل الأول

## المنطق الرمزي

« موضوعه وخصائصه »

« لا يوثق بعلمه من لم يدرس المنطق »  
الإمام الغزالي



## الفصل الأول

### المنطق الرمزي موضوعه وخصائصه

أولاً : ما المنطق ؟

يعنى المنطق بدراسة مبادئ ومناهج الاستدلال السليم ، ويهدف إلى تمييز الصواب عن الخطأ فيما نقيم من استدلالات . وينشأ عن ذلك أن تنمى دراسة المنطق القدرة الاستدلالية لدى المرء من خلال تعلمه واستخدامه عدة صور — غاية في اليسر — للاستدلال المنطقي السليم متجنباً الوقوع في الأخطاء المنطقية الشائعة . ومع تقدمنا في دراسة المنطق يمكننا إقامة سلسلة ممتدة من الاستدلالات أكثر تركيها . إلا أن ما ينبغي الإشارة إليه منذ انبذاية هو أننا لانتوقف في دراستنا للمنطق عند الميزات العملية لتعلم كيف نقيم استدلالاً ، وإنما ينصب اهتمام المنطقى على صورة الاستدلال بالدرجة الأولى .

يبحث المنطقى عن المقصود بالصحة والفساد فى الاستدلالات ، كما يبحث الأسس التى تقوم بها البراهين . ولما كان الاستدلال هو اشتقاق قضية تسمى « النتيجة » من قضية أخرى أو من عدة قضايا تسمى « مقدمات » ، بمعنى أن مقدمات الاستدلال تستلزم النتيجة ، فإن صحة برهان ما تتعلق بالنظر فى طبيعة وقوة الارتباط بين المقدمات والنتيجة ، ولا تعتمد على صدق المقدمات أو كذبها ، بل يظل هذا الارتباط قوياً للغاية حتى لو جاءت المقدمات والنتيجة اللازمة عنها كاذبات معا . قد تهتم علوم بعينها بمدى صدق أو كذب القضايا الجزئية ( المقدمات ) ومثال ذلك أن يهتم علماء علم الحياة بصدق القضايا المعبرة عن نشاط الكائنات الحية ، بينما يعنى المنطق ورجاله بدراسة العلاقة بين المقدمات والنتائج فقط .



وليعد البرهان الاستنباطي المنتج أكثر أنواع البراهين صرامة من الناحية المنطقية ، وأكثرها تعبيراً عن طبيعة الاستدلال المنطقي السليم ، فمن المستحيل تماماً أن تكون مقدمات استدلال استنباطي صادقة جميعاً وتؤدي إلى نتيجة كاذبة ، ونعبر عن ذلك منطقياً بقولنا : يلزم عن صدق المقدمات صدق النتيجة . أما البرهان الاستنباطي الفاسد فهو ما يتم الانتقال فيه من مقدمات صادقة إلى نتيجة كاذبة . يوجد نوعان اثنان من البراهين الاستنباطية : منتج وفاسد ، يعنى المنطقي فيهما بالصحة الصورية بالدرجة الأولى . أما الاستدلال الاستقرائي فيوجد في مقابل الاستدلال الاستنباطي ، ولا يلزم فيه عن صدق المقدمات صدق النتيجة صدقاً مطلقاً حيث أن العلاقة الدالية بين المقدمات والنتيجة في الاستقراء ليست بنفس قوة ذات العلاقة في الاستنباط .

#### ثانياً : منطق أرسطو :

مما لا شك فيه أن الإنسان منذ عهد بعيد قبل « أرسطو » قد أقام استدلالات وراح ينظر في استدلالات الآخرين ، إلا أن الفضل يعود لأرسطو في صوغ قواعد هذه الاستدلالات صياغة على جانب واضح من الدقة . وعندما جمع تلاميذ « أرسطو » كتاباته بعد وفاته عام 322 ( ق . م ) فإنهم صنفوا أبحاثه عن الاستدلال في مجلد واحد أسموه « أورجانون » Organon أو أداة العلم . ولم تكتسب كلمة منطق Logic معناها الحديث إلا بعد خمسمائة عام من وفاة « أرسطو » عندما استخدمها « الاسكندر الافروديسي » في الإشارة إلى نفس المباحث التي اقترحها « أرسطو » في التحليلات الأولى والثانية والطويقا . (1)

واكتسب التراث المنطقي الأرسطي سمعة علمية وتاريخية طيبة . وكانت نظريته في القياس أوسع نظرياته المنطقية ذيوفاً ، وقبل أن نتحدث عن القياس لديه يمكن الإشارة إلى نتاجه المنطقي الذي يشمل أربع نظريات .

— نظرية التقابل بين القضايا : وتعنى بيان وجوه التقابل بين القضايا العملية التقليدية والتي تم على أربعة أنحاء : تقابل التناقض ، والتضاد ، والتداخل ، والدخول تحت التضاد ، مع وضع قواعد الحكم بالصدق أو الكذب على كل قضية منها في حالتى افتراض صدق أو كذب قضية تقابلها .

— نظرية الاستدلال المباشر : وننتقل فيها من الحكم على قضية الى الحكم على قضية أخرى مختلفة معها في الموضوع وحده أو في المحمول وحده أو تختلف معها في الاثنين معا . وذلك بدراسة العكس بأنواعه ، ونقض المحمول ، وعكس النقيض ، في بضوء الإلمام بقواعد تيسر لنا الانتقال من حكم بالصدق أو بالكذب على قضية ما الى الحكم على قضية أخرى معكوسة أو منقوصة محمولها ... الخ .

— نظرية القياس : القياس صورة طيبة للاستدلالات غير المباشرة عند « أرسطو » ، ونتوصل فيه إلى نتيجة من حكم بين أيدينا ، بتوسط حد ثالث ، بناء على أن مانحكم به على الشيء انما نحكم به على أجزائه ، وأن مايسلب عن شيء يسلب عن أجزائه . وتعنى نظرية القياس بقواعد التوصل الى نتيجة صحيحة ان وضعنا مقدمتين على نحو معين . وسوف نولى هذه النظرية اهتماما أكثر في فقرات قادمة .

— نظرية رد الأقيسة : ويقصد بها البرهان على صدق قياس من بقية أشكال القياس يرده الى أحد ضروب الشكل الأول ، ويتم عمليات الرد على صورتين : مباشرة وغير مباشرة .

خلف لنا « أرسطو » نظرية في القياس ظلت موضع تقويم منذ وضعها حتى اليوم بين قبول ورفض ، وقبل أن تناقش هذا التقويم نعرض في عجالة لأهم ملامح وسمات هذه النظرية .

صاغ « أرسطو » الأقيسة بطريقة صورية بحيث تتكون من بعض المتغيرات المرتبة على نحو معين بالإضافة إلى ماعرفه من ثوابت منطقية ، ولم تكن صورة القياس لدية مماثلة لما نعهده في كتب المنطق الآن لقياس يتكون من مقدمات ذات حدود متعينة ، فلم يستخدم هذا النوع من الحدود الا للتمثيل على الأقيسة الفاسدة فقط .<sup>(2)</sup> وإنما صاغ « أرسطو » الأقيسة من الحروف الدالة على المتغيرات ، وبحيث يأتي المحمول دائما قبل الموضوع ، فنقول في القضية الكلية الموجبة « أ محمول على ب » وليس ماهو شائع بيننا « كل ب هو أ » . فان ضربنا مثلا على ذلك بالضرب الأول من الشكل الأول Barbara كانت صورة القياس كما يراها أرسطو :<sup>(3)</sup>

اذا كان أ	محمولا على كل ب
وكان ب	محمولا على كل ح
فان أ	محمول على كل ح

وقد جاءت رؤية « أرسطو » للقضايا بمثابة تمهيد الطريق نحو نظريته في القياس . يعرف « أرسطو » القياس في بداية التحليلات الأولى بأنه « كل قول قدم له بمقدمات فلزم عنها بالضرورة شيء غير تلك المقدمات » .<sup>(4)</sup> فما طبيعة هذه المقدمات أو القضايا ؟

يتكون كل قياس من ثلاث قضايا ، مقدمتين ونتيجة ، وكل قضية منها جملة تثبت شيئا لشيء أو تنفي شيئا عن شيء ، وتنحل كل قضية الى عنصرين أو حدين هما الموضوع والمحمول . وبينما اهتم « أرسطو » في نسقه المنطقي بتقسيم القضايا الى كلية وجزئية ومهملة فانه قصر استخدامه لها على القضايا الكلية والجزئية ، ولم يول القضايا المهملة أهمية تذكر . ولم يتلفت فيما يتعلق بالحدود الى الحدود الجزئية أو الفارغة ، بل اهتم بالحدود الكلية وحدها . ومن ثم اكتفى المنطق التقليدي فيما نقله عن « أرسطو » بالقضايا أو المقدمات الأربعة : الكلية الموجبة والكلية السالبة والجزئية الموجبة والجزئية السالبة .

2 — لو كاشفتش : نظرية القياس الأرسطية ، ترجمة عبد الحميد صيرة ، ص 20

3 — نفس المصدر : ص 15

4 — Kneale, Op. cit., P. 67.

وقد شاع بين الفلاسفة أن « أرسطو » أهمل استخدام الحد الجزئى لأنه قد أقام نسقه المنطقى متأثرا بفلسفة « أفلاطون » الذى اعتقد بأن موضوع المعرفة الحقة ينبغى أن يكون ثابتا وكلها لا جزئيا . ويعارض « لوكاشيفتش » هذا التفسير ويرى أن انتفاء « أرسطو » لسحد الكلى يعود الى نقطة جوهرية تميز القياس الأرسطى هى أنه يجوز للحد الواحد فيه أن يكون موضوعا ومحمولا دون أى قيد ولا يصلح لهذه المهمة سوى الحد الكلى ، ويان ذلك النظر الى الحد الأوسط من حيث طبيعته ودوره . ويؤكد « أرسطو » أن الحد الجزئى لا يصلح أن يكون محمولا فى قضية صادقة .<sup>(5)</sup>

وكما أشرنا يحدد لأرسطو استخدام الحروف كمتغيرات للتعبير عن الحدود فى الأقيسة ، حيث أن استخدام المتغيرات فى علم من العلوم يضى على عملياته مزيدا من الدقة الصورية ، وكانت تلك غاية « لأرسطو » تعكسها طبيعة الاستدلال الصورى لديه ؛ فالنتيجة لاتلزم عن مادة المقدمتين بل تلزم عن صورتيهما واجتماعهما . وقد صاغ « أرسطو » القياس فى صورة رمزية بحيث يأتى فى صورة قضية شرطية متصلة ، تعبر المقدمتان مرتبطين بواو العطف عن المقدم وتعبّر النتيجة عن التالى .<sup>(6)</sup> من الثوابت التى قال بها « أرسطو » : « واو العطف » و « إذا » التى تسبق النتيجة ، و « ينتمى الى كل » و « ينتمى الى لا واحد » و « ينتمى الى بعض » و « لا ينتمى الى بعض » ، وتمثل هذه الثوابت علاقات بين حدود كلية تكون القضايا الحيلية الأربع التى قامت عليها نظرية القياس الأرسطية .<sup>(7)</sup>

وكل الأقيسة التى صاغها « أرسطو » قضايا لزومية ، صورتها العامة :  
[ اذا كان ( ق ) و ( ل ) ، فان ( م ) ]  
والقضية العطفية المركبة من المقدمتين ( ق ، ل ) هى المقدم ، والنتيجة ( ل )  
هى التالى .

5 — لوكاشيفتش : المرجع السابق ، ص 18 : 20

6 — محمود زيدان : المنطق الرمضى ، ص 26

7 — لوكاشيفتش : المرجع السابق ، ص 27

يبقى أن نشير في هذه العجالة إلى أن القياس الأرسطي اختلف عن القياس التقليدي في أن الأخير ليس قضية لزومية كالأول ، وإنما هو مجموعة قضايا انتقلت العلاقة بينها من الصورة اللزومية الى الصورة الاستتاجية ، حيث جرت العادة بكتابة المقدمتين في سطرين مختلفين دون رابطة بينهما ثم وضع كلمة « اذن » سابقة على النتيجة . يرى « لوكاشيفتش » ضرورة التمييز بين القياس الأرسطي والقياس التقليدي لأن من لا يميز بينهما هو إما جاهل بالمنطق أو أنه لم يطلع قط على النص اليوناني للأورجانون . (8) .

### ثالثا : تقويم منطق أرسطو :

اختلف المناطقة في تقويم منطق أرسطو ، وانقسموا بهذا الصدد إلى ثلاثة مواقف : تأييد تام في جانب ، أو قبول له مع تطويره كحل وسط ، أو رفض تام له في جانب مقابل . يتحمس أصحاب الموقف الأول لأرسطو ومنطقه الى حد تصور أن المنطق قد بلغ على يديه حد الكمال ، وأن صورته ومباحثه كما تركها لنا تشكل الأساس لكل طالب علم ولكل باحث مدقق ، ولم يعد هناك مجال اضافة أو زيادة لمستزيد . يقول « كانط » في هذا المعنى « إن المنطق لم يتمكن من التقدم خطوة واحدة منذ أرسطو ، وبذلك يبدو أنه علم مكتمل » . (9) ويقول « بروشار » أيضا : « ان المنطق علم جاهز ، ويمكننا التأكيد بدون خوف أن عصر الابتكارات قد إنسد في وجه المنطق » . (10) وفي رأينا فإن هذا الموقف يصعب تبريره وقبوله ونرى أنه يخالف طبيعة نمو المعرفة وتطورها .

ينظر أصحاب الموقف الثاني الى موقف أرسطو في اطار العصر الذي نشأ فيه والحاجات العقلية التي جاء تلبية لها ، ويميز أصحاب هذا الرأي بين منطق أرسطو والمنطق التقليدي ، وذهب هؤلاء إلى أنه يمكن اصلاح المنطق القديم

8 — نفس المرجع : ص 37

9 — محمد ثابت الفندي : أصول المنطق الرياضي ، ص 18-19

10 — بلانش : المنطق وتاريخه ، ص 9



بنوعه — أرسطيا وتقليديا — على نحو يتسق ونتائج الفكر الحديث والمعاصر .  
ويمثل هذا الاتجاه « يان لوكاشيفتش » قائلا « إن نظرية القياس الأرسطية نسق  
يفوق في إحكامه إحكام النظريات الرياضية ذاتها ، وهذه ميزته الباقية على  
الزمن . ولكنه نسق ضيق ولا يمكن أن ينطبق على كل أنواع الاستدلال ،  
كالاستدلالات الرياضية » .<sup>(11)</sup> وكم توقفت معجبا أمام هذه العبارة الدقيقة لما  
تحويه من رد مفحم لجمع من المناطق والفلاسفة راحو يوجهون التهم لمنطق  
أرسطو ويعتبرونه مستوولا عن كل ثغرة كشفتها بحوث عصور تالية . يقول  
« لوكاشيفتش » عبارته تأييدا لنظرية القياس الأرسطية ، الا أنه يفتح باب  
التعديل والتطوير لمنطق أرسطو في لغة رمزية معاصرة .

أما الموقف الثالث فيمثلته هؤلاء الذين يعارضون منطق أرسطو والمنطق  
التقنيدي معاء ويرون ضرورة وضع منطق جديد ، ومنهم « يكون » و  
« رسل » و « تارسكي » و « كارناب » مع التسليم باختلافات طفيفة فيما  
ينهم . يقول « رسل » في ذلك : « من أراد في عصرنا الحاضر أن يدرس  
المنطق ، فوقته ضائع سدى لو قرأ لأرسطو أو لأحد تلاميذه » .<sup>(12)</sup> ويعلى  
« كارناب » عجز المنطق التقليدي عن أن يلعب دورا جديدا في الفكر يتسم  
بثراء في المضمون ودقة في الصورية باعتماد هذا المنطق على النظام المدرسي  
الأرسطي .

ومن جانبنا — في مواجهة هذه المواقف المتباينة — فأننا لانستطيع أن نؤيد  
« كانط » و « بروشار » في تأييدهما الدوجماضيقي لمنطق « أرسطو » ، كما  
لانستطيع أن نذهب مذهب من يرفض هذا المنطق ويقتلعه من لوحة  
تاريخ الفلسفة ، وإنما نميل الى أن ننظر الى منطق أرسطو في اطار العصر الذي  
نشأ فيه والحاجات التي كان يليها وقت نشأته ، ولا يتوقع عاقل من أرسطو أن  
يحل لنا بمنطقه كافة المشكلات التي طرأت في عصور تالية . وعلى من ينتظر من  
منطق أرسطو حلا لكل المشكلات ذات الطابع المنطقي والرياضي أن يتوقع

11 — لوكاشيفتش : نظرية القياس الأرسطية ، ص 186

12 — عزمى اسلام ، أسس المنطق الرمزي ، ص 9

أيضا حلولا لمشكلات الفيزياء النووية اليوم من نظريات أرسطو في الطبيعة .  
إننا نسلم في نطاق العلم عموما بالطبيعة النامية المتطورة ، فلم لانسلم بأن  
منطق أرسطو كان بداية طيبة أجرينا عليها تعديلات تلو أخرى حتى توصلنا إلى  
الصورة التي عليها المنطق الرمزي اليوم . فالمنطق الرمزي ليس منطقا مخالفا  
لمنطق أرسطو ؛ ذلك أنهما يشكلان معا المنطق الصوري Formal Logic ،  
والاختلاف بينهما اختلاف في درجة الصورية وليس في نوعها . ومن ثم لن  
يخلو فصل قادم من هذا الكتاب من مقارنة هنا وهناك أو متابعة لتطور فكرة أو  
تعديلها بين ماكان عليه المنطق الصوري في مراحله المبكرة وماهو عليه الآن .

#### رابعا : المنطق الرمزي : Symbolic Logic

أو المنطق الرياضي Mathematical L. ، أو اللوجستيقا Logistic أو المنطق  
الحديث Modern Lo. . اسم يطلق على عملية تناول المنطق الصوري بلغة  
رمزية دقيقة أو حساب منطقي يأخذ شكلا بعينه ، بهدف تجنب الوقوع فيما  
ينتج عن استخدام اللغة العادية من غموض والتباس .<sup>(13)</sup> ولا يميز المنطق  
الرمزي عن المنطق التقليدي والمنطق القديم مجرد تعويله على طائفة من الأساليب  
الرمزية والمناهج الرياضية ، بل إن ما يميزه عنهما بالإضافة إلى ذلك تعاضد قوته  
الصورية وسعة مجال تطبيقاته .<sup>(14)</sup> بالإضافة إلى دراسة العلاقات المختلفة بين  
الحدود في قضية ما ، والعلاقات المتنوعة التي تربط بين عدة قضايا ، مع وضع  
القواعد التي تجعل من القضايا التي يرتبط بعضها ببعض قضايا صادقة دائما .  
(15)

ونفضل تسمية المنطق الصوري في صورته الحديثة بالمنطق الرمزي وذلك :  
— لأنها تسمية ذائعة بين المناطقه محدثين منذ جورج بول إلى الوقت  
الحاضر ، واصطلاح المنطق الرياضي قد يؤدي الى التباس ناتج عن تصور

13- Runes, ( ed. ) Dict. of Philo.. Item Symbolic Logic, by, Alonzo Church., P. 181

14- Blumberg, A.E., " Logic, Modern." ed. in Ency. of Philos. Vol. 5, PP. 12-13

15 — محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 19

أنه منطق خاص بالرياضيات وحدها ، بينما يعنى المنطق فى صورته الحديثة بالاستنباط فى صورته المختلفة بالإضافة إلى القياس .

— اصطلاح المنطق الرمزى اصطلاح محايد لأن بقية التسميات أو الاصطلاحات تشير إلى تغليب جانب على آخر أورد علم لعلم آخر ، فاصطلاح المنطق الرياضى مثالا يخالف طبيعة مايجرى من بحوث فى ميدان فلسفة الرياضيات من محاولة رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية خالصة .

— يستند المنطق حاليا إلى الصحة الصورية للنسق ، وإذا كان تحقق الصورية يعنى تجنب الغموض كما يعنى قلة عدد وبساطة بديهيات النسق ؛ فإن صورية المنطق تماثل صورية الرياضيات ، بحيث تعبر عن الرياضيات جميعها وعن المنطق كله بلغة واحدة هى لغة المنطق الرمزى ، وبحيث تعلق اللغة الرمزية المعبرة عن الصورية كل تحمس لجعل المنطق رياضيا أو التوقف عند جعل الرياضيات منطقية . (16)

#### خامسا : موضوع المنطق الرمزى :

يدرس المنطق الرمزى مختلف الأشكال العامة للاستنباط (17) ، deduction والاستنباط هو أحد وجوه الاستدلال inference ، بينما يعد الاستقراء induction الوجه الآخر . يعنى الاستقراء بدراسة كل استدلال تنتقل فيه من وقائع جزئية معينة إلى قانون كلى عام يجمعها ، بحيث يتسنى لنا اعتمادا على هذا القانون التنبؤ بحدوث واقعة مشابهة عند توافر ظروف مماثلة . بينما يهتم الاستنباط بدراسة حركة الفكر أثناء انتقاله من مقدمات إلى نتيجة لازمة عنها ، أو بدراسة « استنتاج قضية من قضية أو من مجموعة قضايا أخرى معروفة وذلك بطريقة عقلية دون الالتجاء إلى التجربة الحسية أو المقارنة بالواقع الخارجى » . (18)

16- Reichenbach, H., : Elements of Symbolic Logic, P.V.

17 — رسل : أصول الرياضيات ، الترجمة العربية ، ج ١ ، ص 41

18 — عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، ج ١ ، ص 11

موضوع المنطق الرمزي اذن هو الاستنباط ، أو الاستدلال الاستنباطي بين قضايا ، والقضية هي العبارة أو الحكم بوجود علاقة موجبة أو سالبة بين طرفين أو حدين ، بحيث تربط هذه العلاقة بينهما على نحو صادق أو كاذب ، ومن ثم لا يدخل في نطاق القضايا المستخدمة في استنباط من هذا النوع كل جمل الاستفهام أو الأمر أو التعجب أو النهي أو النداء . (19) ولا يتوقف المنطق الرمزي عند بيان كيف يتم الاستنباط أو تعيين صور الاستنباط ، وإنما يدرس أيضا سبل اختبار صدق الاستدلالات وتحديد قواعد الاستنباط المنتج والسليم . وصحة الاستنباط هي عماده ، فلا قيمة لاستدلال استنباطي لا تستلزم مقدماته نتيجة لزوما منطقيا ، ولما كنا قد أشرنا في موضع سابق الى أن صحة استدلال ما تتحدد بمعزل عن صدق أو كذب مقدماته ونتيجته ، فينبغي أن نقيم تميزا بين صحة الاستدلال وصدق نتائجه ، انهما ليسا نفس الشيء : ليست كل الاستدلالات الصحيحة ينتج عنها نتائج صادقة

كان سوفوكليس فيلسوفا أو كان سقراط روائيا

لم يكن سوفوكليس فيلسوفا

∴ كان سقراط روائيا

وهناك استدلالات فاسدة مع وجود مقدمات صادقة ، الا أننا مع التسليم بقيمة صحة الاستدلال الاستنباطي ، نشير إلى أنه لو جاءت مقدمات الاستدلال ( بصفة عامة ) صادقة تماما فيجب أن تصدق النتيجة المترتبة على تلك المقدمات أيضا وهنا ينشأ الحديث عن نوع من الاستدلالات هو الاستنباط السليم Sound deduction الذي يستوفي شرطين ( أ ) انه استدلال صحيح Valid ( ب ) أنه ينشأ من مقدمات صادقة . (20) ولما كانت النتائج المنطقية لمقدمات صادقة يجب أن تكون صادقة ، فإن الاستدلالات السليمة تؤدي إلى نتائج صادقة بالضرورة .

19- Copi I.M., Symbolic Logic. P. 3.

20- Blumberg, Op. cit., P. 13



ورغم هذه الإشارة إلى الاستدلال السليم ، فينبغي التسليم أن المنطق وموضوعه الاستدلال الاستنباطي يحصر اهتمامه بمشكلات الصحة Validity أما مسألة الحصول على مقدمات صادقة فانه يتركها لعلوم أخرى . وسوف ندرك قيمة هذا الاستدراك عندما نلاحظ أن المنطق الرمزي لا يبحث في العلاقات الواقعية بين الأشياء ، إنما يبحث في العلاقات المنطقية التي يمكن أن تقوم بين القضايا فليس ثمة محاولة من جانب المناطقة لتقديم اختبار مستقل يثبت صحة كل استدلال بناء على محتواه ، بل على العكس من ذلك يفهم المناطقة صحة الاستدلال على أنها صحة صورية كما يفهمون شروط الاستدلال الصحيح على أنها شروطا صورية Formal . (21)

ولكننا نكاد نكرر هنا ماقلناه في مدخل هذا الفصل عن سمات المنطق بصفة عامة ، وأن ماقلناه عن المنطق الأرسطي والتقليدي نعيده عن المنطق الرمزي ، أليس ثمة فارق بين المنطقيين ؟

المنطق الرمزي ثورة على المنطق الصوري التقليدي ، والثورة هنا لاتعني الغاء الجديد للقديم أو هدمه له ، وإنما ثورة تهدف إلى التطوير وسد الثغرات التي ظهرت مع التقدم المذهل في علوم عديدة لها صلة بالمنطق . ويمكن أن نحصر أهم الاختلافات بينهما في هذه النقاط :

— يهدف المنطق الرمزي إلى أن يكون أكثر صورية ، ومن هنا تحول عن اللغة إلى الرموز ، تحول عن العلامات الصوتية إلى الرموز العقلية ، واتخذ من الرياضيات — في مرحلة من مراحل تطوره — نموذجا من حيث دقتها وصورتها .

— لا يدرس المنطق الرمزي شكلا واحدا للاستنباط — الاستنباط القياسي كما كان عند أرسطو — وإنما يدرس أنواعا عدة ، منها الاستنباط الرياضي ، الذي بحثه الرمزيون وحاول بعضهم أن يرد خطواته إلى خطوات منطقية خالصة ، وحاول البعض الآخر إقامة المنطق على هيئة علم استنباطي بحيث

21- Klenk. V., Understanding Symbolic Logic, P. 9 & P. 12

لا تقبل قضية أو نتيجة إلا إذا قام البرهان عليها استناداً إلى المقدمات الأولى التي يسلم بها علم من العلوم كالجبر أو الهندسة .  
ارتبط بالاستنباط القياسي عند أرسطو استخدام نوع واحد من القضايا هو القضية الحملية التي تتكون من حدين ( موضوع ومحمول ) مرتبطين بعلاقة اللزوم التي قام عليها المنطق القديم والتقليدي بأسره . والقضية الحملية ليست إلا نوعاً واحداً من عدة أنواع يستخدمها المنطق الرمزي الذي كشف بالتالي عن مجموعة كبيرة من العلاقات — تنشأ بين القضايا — لها رموزها المحددة وحساباتها التحليلية الدقيقة .

وهكذا فإن الحديث عن الاستنباط كموضوع للمنطق الرمزي يرتبط بالحديث عن صحة هذا الاستنباط وكيف يكون منتجاً وسليماً بالإضافة إلى الإشارة إلى القاعدة العريضة للمنطق الرمزي التي تميزه عن سابقه : المنطق الأرسطي والمنطق التقليدي .

#### سادساً : خصائص المنطق الرمزي :

للمنطق الرمزي خاصتان أساسيتان : استخدام الرموز ، وأنه نسق استنباطي .

##### 1 - استخدام الرموز :

يلجأ المناطق لاستخدام الرموز في التعبير عن مقدمات ونتائج ما يقيمونه من استدلالات ، والرموز هنا نوع خاص يرقى على اللغة العادية — رغم أنها نوع من الرموز — وما يرتبط بها من أساليب بلاغية . ولكل علم رموزه الخاصة لأعداد تقاريره وصياغة نظرياته . ونستخدم الرموز في المنطق على وتيرة الرياضيات ؛ فالرموز سهلة المراس وتحقق اقتصاداً في الزمان والمكان ، وتسمح لنا بالالمام ببنية القضية في لحظة . كما أن استخدام الرموز يجعلنا نحيط ببراهين شديدة التركيب فيتسنى لنا الاحاطة بموضوعات المنطق في يسر . (22)

22- Klenk, V., Op. cit., P. 13

وان كان « أرسطو » قد اقترح بعض الصيغ المختصرة ليتيسر له اقامة قياساته ، الا أن المنطق الرمزي عمل على اقتراح عديد من الأجهزة الرمزية لاضفاء مزيد من الصورية على بحوثه ، ولهذا فانه ان كان الفارق بين المنطقيين مجرد فارق في الدرجة وليس فارقا في النوع ، الا أنه فارق عظيم وهائل . (23)

والرموز التي تستخدم في المنطق نوعان أساسيان هما : المتغيرات Variables والثوابت Constants — المتغيرات حروف لاترمز في ذاتها الى شيء محدد ، بل تستخدم في الاشارة الى فئة ما أو مجموعة من الأشياء بحيث تعرف هذه الفئة بأنها « مدى » أو نطاق المتغير ، أما أعضاء الفئة ذاتها فيعبر عنها بأنهم قيم المتغير . (24)

ويرتبط فهم معنى المتغيرات في المنطق بفهم معنى الصورة المنطقية للقضية ذلك أنه توجد صورة واحدة تجمع بعض القضايا ، بمعنى أن توجد مجموعة من القضايا تختلف في معانيها الا أنها تتفق في طريقة ترتيبها والعلاقة الكائنة بين حدودها ، بحيث تؤلف صنفا متميزا يأخذ صورة منطقية بعينها . ويكفي أن نضرب مثلا على ذلك بعلم العروض وهو علم خاص بتلك الأوزان التي تصاغ القصائد طبقا لها ، فنجد أن محور الشعر محدودة العدد [ الصورة ] والقصائد لاحصر لها [ مضمون القضايا ] .

أما ان ضربنا أمثلة للصورة المنطقية فنجد منها :

القضايا الحملية مثل : « الطقس بديع » ، « القمر منير » صورتها « أ هوب » ونعبر عن القضايا الشرطية المتصلة مثل : « اذا أمطرت السماء ابتلت الأرض » ، « اذا اقترب جسم من الأرض زادت سرعته نحوها » . في صورة منطقية : « اذا كانت أ هي ب ، كانت ح هي د » .

ثم هناك صور لأقيسة وليست لقضايا منها على سبيل المثال الضرب الأول من الشكل الثاني من القياس الأرسطي Cesare

23- Copi. Symbolic Logic, P. 6

24- Runes, ( Ed., ) Dictionary., item : “ Variable ”, P. 331, and Greenstien C. H.,

Dictionary of Logical Terms and Symbols, P. 176

لا	ا	هو ب
كل	ح	هو ب
لا	ح	هو ا

وهناك كذلك أقيسة شرطية متصلة [ كالنوع الذى تنفى نتيجته المقدم ]  
وصورته المنطقية التى تنطبق على آلاف الأقيسة رغم اختلاف مضمونها هى :

إذا كانت أ هى ب كانت ح هى د

لكن ح ليست د

∴ ا ليست ب

وان رمزنا لكل قضية بمتغير واحد كما يفعل حساب القضايا [ وهو أحد  
نظريات المنطق الرمزى ] ، كانت صورة القياس السابق هى :

ان كانت ق كانت ل

لكن ليس ل

∴ ليس ق

أما الثوابت وهى النوع الثانى من رموز المنطق ، فيقصد بها الإشارة الى ماهو  
واضح أو غير ملتبس [ لا متغير ] ، « بحيث يكون له معنى محدد ثابت دائما  
مهما تغيرت السياقات التى يرد فيها أو الصيغ التى يدخل فى تكوينها على طول  
النسق المنطقى الواحد » . (25) ، وتستخدم كلمة ثابت فى الرياضيات لتشير  
إلى عدد [ ثابت أويلر ] كما تستخدم فى العلوم الطبيعية لتشير إلى كمية فيزيائية  
[ ثابت الجاذبية ، ثابت بلانك ] ، أما فى المنطق فتستخدم الثوابت للتمييز بين  
المتغيرات الحرة والمقيدة من جهة ، كما تتعلق بكيفية ارتباط المتغيرات بالأسوار  
وعوامل الاجراء المجردة . وسوف نتناول هذه الأمور بالتفصيل فى حينها .  
ونكتفى الآن بالإشارة الى أن الثابت المنطقى قد يكون حرفا أو كلمة أو عدة  
كلمات تأخذ شكل الرمز وترتبط بين قضيتين بسيطتين أو أكثر ، ومن الثوابت  
« واو » [ العطف ] ، « إما ... أو ... » ، « إذا ... إذن » بالإضافة إلى

25 — عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، ج ١ ، ص 125



« لا ، النفي . (26) ملاحظ أن لكل نظرية منطقية جهازها الرمزي الخاص بها . ويمكن أن ينشأ نوع من التداخل بين رموز أكثر من نظرية لدى منطقي واحد وهذا أمر نعرض له في التمهيد لكل نظرية .

## 2 - المنطق نسق استنباطي :

النسق الاستنباطي من أهم سمات نظريات المنطق والرياضيات ، وكلما ابتكرت العلوم أنساقا خاصة بها دل ذلك على ماقطعت من تقدم نحو المنهج المثالي الموجود بهذين العلمين . وتتحدد معالم النسق الاستنباطي في صورته المثالية بأن نرد عباراته ومبرهناته إلى مجموعة من الحدود الأولية التي نسلم بها دون أن تتحول عملية الرد إلى إرتداد لانهائي . وينشأ النسق بنشأة ارتباط وثيق بين عناصره من حدود وقضايا واستدلالات ، ويصبح النسق استنباطيا عندما يمكن اشتقاق الاستدلالات فيه من عدد من القضايا ، وأن نشق هذه القضايا بالتالي من عدد من الحدود المعرفة Defined Terms التي ترد بدورها الى الحدود الأولية Primitive أو الا معرفة Undefined . (27) والنسق الاستنباطي ليس وليد عصرنا ، وإنما يعود إلى « اقليدس » ( 300 ق . م ) وكتابه « العناصر » (28) ، ويتألف هذا النسق كما يراه من ١ — تعريفات مثل تعريف النقطة ، الخط ، الزاوية ، المثلث ، المربع ... الخ ، 2 — بديهيات axioms وقد أسماها « اقليدس » أفكارا عامة Common notions وهي قضايا أو مبادئ واضحة بذاتها ولا تحتاج الى برهان ويؤدي انكارها الى وقوع في التناقض ومن هذه البديهيات « الكميات المساوية لكمية معينة كميات متساوية » ، « المتطابقان متساويان » ، « الكل أكبر من الجزء » ، « اذا أضيفت كميات متساوية الى

26 — محمد ثابت الفندي : أصول المنطق الرياضي ، ص 43

ومحمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 22

27 — تارسكي : مقدمة للمنطق ولنهج البحث في العلوم الاستدلالية ، ص 150-151

28 — انظر : محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضة ، ص 46-47

محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 22-23

تارسكي : نفس مرجع ص 153

كميات متساوية كانت النتائج متساوية . 3 — مصادرات Postulates ،  
والمصادرة قضية ليست بديهية بذاتها — فهي أقل وضوحاً — وإن كنا  
لنبرهن عليها ، ونسلم بها ونقبلها ، لأنه يمكن أن نستخلص منها نتائج  
لا يرفضها عقل <sup>(29)</sup> . ومن مصادرات اقليدس : « يمكن رسم خط  
مستقيم بين أي نقطتين » ، « يمكن مد خط مستقيم ليكون خطاً مستقيماً إلى  
مالانهاية » ، « كل الزوايا القائمة متساوية » ، « إذا قطع مستقيم مستقيمين  
آخرين بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين الموجودتين من جهة واحدة أقل  
من قائمتين فإن المستقيمين المذكورين أو امتدادهما يتلاقيان » .

يمكن قمة نظريات الهندسة الاقليدية من تلك التعريفات والبديهيات  
والمصادرات ، وقد ظل النسق الاقليدي مثلاً أعلى على الدقة العلمية لما يزيد عن  
ألفين ومائتي عام ، ولم يضراً تطوير أساسى على هذا الميدان إلا في القرن  
العشرين ، حيث تم وضع أسس أكثر جادة وصورية وأكثر ملاءمة لما طرأ من  
تطور معاصر على مباحث الحساب والهندسة . والمنطق نسق استنباطى بهذا  
المعنى ؛ معنى الانتقال المحكم واللازم من مقدمات إلى مبرهنات Theorems .  
ولنا عود بتفصيل لخاصية النسق الاستنباطى في نظريات المنطق الرمزى في  
الفصول القادمة إلا أننا نكرر الآن العناصر اللازمة لبناء النسق الاستنباطى :  
— أفكار أولية لا معرفة يبدأ بها المنطقى نسقه دون تعريف لأن محاولة تعريفها  
تجعل أفكاراً أخرى أكثر بساطة وأولية منها ، ويمكن لمنطقى آخر أن يبدأ  
بلا معرفات أخرى غيرها بناء على فكرة تعدد الصواب كما تثبتها الهندسات  
اللا اقليدية ، ومعيار تفضيل فكرة أولية على أخرى هو البساطة التى تعنى  
السبق منطقى .

— التعريفات ، Definitions وتشمل الحدود المعرفة بالحدود الأولية ، كما  
تشمل مجموعة الدالات التحليلية .  
— البديهيات والمصادرات .

29 — المعجم الفلسفى ، مادة « مصادرة » ، ص 183

— القضايا المشتقة أو المبرهنات .

— مجموعة القواعد الخاصة بالاشتقاق والاستنباط .

ومن الملاحظ أن « أرسطو » رغم أنه وضع لاقليدس أسس الهندسة كنسق استنباطي إلا أنه لم يستطع أن يجعل من منطقهِ نسقا استنباطيا ، ومن ثم فالمنطق الصوري عند أرسطو ليس صوريا الى درجة كاملة لأن النسق الاستنباطي هو معيار الصورية الكاملة في أى علم ، وعلى أى حال فنحن لم نتوقع أن يولد المنطق الصوري مكتملا والا كان التسليم بذلك ضرب من الخيال أو اتهام لقدراتنا واعتراف من جانبنا بالعجز عن الاسهام في تطوير المنطق .

سابعا : مباحث المنطق الرمزي :

طموحات المنطق الصوري في شكله الجديد طموحات واسعة ، تناسب الدور الكبير الذى يقوم به كأساس لعلوم معاصرة كثيرة ، فقد عجز المنطق التقليدى عن مواجهة كثير من النقائص والعيوب ، وعن حل مشكلات واكبت الأخذ بالنظام المدرسى الأرسطى ، بالاضافة الى مانشأ في النسق الرياضى نفسه من تناقضات ذات أصول منطقية . وكان لابد من منطق حديث ودور جديد يتسم بثراء في المضمون ودقة صورية ، يستقيم له نسق أكثر قوة وشمولا من النسق التقليدى المحدود . لقد ظهرت الحاجة ماسة الى دراسة نقدية تعيد النظر في أسس الرياضيات ، فقد تقدمت الرياضيات ذاتها تقدما كبيرا في القرون الأخيرة بالقياس الى البحث في أسس الرياضيات الذى تخلف كثيرا . مما دفع بعض العلماء للقيام بمحاولات لتعريف الأفكار والتصورات والمفاهيم الأساسية ، مثل تعريف فكرة العدد وبحث أصولها المنطقية ، الا أن هذه المحاولات ماكانت لتتم الا بابتكار نسق منطقى أكثر دقة وشمولا يعمل المناطقة في اطاره ويستندون اليه كمعيار للتفكير المنطقى السليم وللحكم على مدى سلامة أى نسق رياضى ، ومن هؤلاء نذكر محاولات بيانو وفريجه ورسل وهيلبرت . (30) كما أن قطاعا عريضا من الفلاسفة المعاصرين رأوا في المنطق

30 — راجع على سبيل المثال : محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، نظرية الأعداد بين الاستمولوجيا والأنصولوجيا ، الفصل الثالث : تقويم الرياضيات .

الجديد وأدته المنهجية ( التحليل المنطقي ) سبيلا يسيرا لحل كثير من مشكلات فلسفة التقليدية ، وقد أوضح لنا مثل هذا التحليل « أن كثيرا من التصورات الفلسفية لا تستوفي أكثر درجات الدقة ، فبعضها يجب تفسيره بطريقة مختلفة ، وبعضها يجب استبعاده على أنه شيء نحال من المعنى » . (31)

والقاء نظرة عامة على المنطق في صورته الجديدة تجعلنا نلاحظ سمات مميزة : أحكاما أكثر شمولاً ودقة مما حققه المنطق التقليدي . عرض لصور مختلفة من الحساب التحليلي المنطقي ، اهتمام بدراسة معاني مفردات اللغة وبالأحرى دراسة معاني الرموز وتحليلها تحليلًا منطقيًا مما يعرف بالسمية المنطقية Logical Semantics . بالإضافة إلى دراسة البناء المنطقي للغة Logical Syntax ويشكل المبحثان معاً موضوع ما بعد المنطق الذي يعنى بدراسة وصف مقدمات وخصائص تحليل المنطق .

أما أهم مباحث هذا المنطق فهي (32) : ( أ ) الحساب التحليلي المنطقي Logical Calculus لنظريات المنطق الرئيسية : ( نظرية حساب القضايا ، نظرية دالات القضايا ، نظرية الفئات ، نظرية العلاقات ) . ( ب ) حساب العمليات المنطقية Operatinal Calculus ويعنى بالتوصل إلى نتيجة بعد تطبيق قواعد معينة سلفاً لما نقوم به من إجراءات ، ومن هذه العمليات : الوصل ، انفصل ، النفي .. ( ج ) اللوجستيقا وتعنى بصفة أساسية بالتعبير الرمزي عن الأبس الأولية للفكر الانساني ( د ) مجموعة البحوث التي حاولت رد الرياضيات إلى المنطق وتشكل جانباً هاماً من التراث المعاصر للمنطق عند « لينتزر » و « جورج بول » و « فريجه » و « رسل » . ( هـ ) مباحث ما بعد المنطق السابق الإشارة إليها . ( و ) منطق التحليل

31- Carnap, R.; The Old and the New Logic in : Logical Positivism ) by Ayer. P. 137.

انظر : الترجمة العربية لهذا المقال بكتاب عزمي اسلام : دراسات في المنطق من ص 74-96

32 — تارسكي ، مقدمة للمنطق ، ص 12, 13, 14 من مقدمة لترجم —

See also. : V. Klenk, Understanding Symbolic Logic PP. 14-15

Combinatory Logic أو منطق التوفيق ( السياق ) ويهتم بعمليات وضع الدالات وما يرتبط بذلك من وضع قيم لتلك الدالات ، وعلاقة المتغير بالدالة .  
(ز) منطق التركيب Constructive Logic وينطلق هذا المنطق من فكرة أساسية هي عدم صلاحية مبادئ الأعداد المتناهية للتطبيق على الأعداد اللامتناهية ، كما يعنى هذا المنطق بتمحيص نتائج المنطق الحديث والرياضيات ، كما يهتم بإقامة أنساق منطقية رمزية على شاكلة ما يحدث في الرياضيات .

ولا يمكن لأى عمل مهما كان موسوعيا أن يشمل هذه المباحث بين جناحين أو دفتين فكل مبحث يعبر في نهاية الأمر عن جهود وتفاني جيش جرار من العلماء والمناطق .

وسوف يدور البحث الذى نقوم به حول فكرة أساسية « محاولة عرض الحساب التحليلي لنظريات المنطق الرمزي » ، مع التطرق لبعض العمليات المنطقية ، والاستشهاد بين حين وآخر بصور بعض الأنساق المنطقية الرمزية لبيان امكانيات نظرية من هذه النظريات . ونحن بذلك نمس ثلاثة مباحث من المباحث المنطقية السبعة التى أشرنا لها وهى المبحث الأول والثاني والسابع ، ونستند في ذلك إلى أعمال منطقية رائدة أهمها كتاب البرنكيا لرسل وهوايتهد وقد اصطنعنا أسلوبا رمزيا يقترب من أسلوبهما وان لم يكن مطابقا له بغية مزيد من البيان والايضاح ، بالاضافة إلى أعمال رائد فذ هو « جوتلوب فريجه » ومن المعاصرين عولنا على أعمال « كواين » و « ريشناخ » و « بوبر » و « كوى » . وتعلمدنا على أعمال عربية رائدة في هذا المجال للأساتذة :

عبد الحميد صبرة ، عبد الرحمن بدوى ، محمد ثابت الفندى ، محمود زيدان ، عزمى اسلام ، عادل فاخورى . وان حاولنا قدر الامكان أن يتفرد بحثنا بمذاق خاص يرتبط بعرض مفصل للحساب التحليلي لنظريات المنطق بعد أن عمل السابقون على تأصيل هذه النظريات وبيان ظروف نشأتها وتطورها .



## نظريات المنطق الرمزي :

نظريات المنطق الرمزي أربعة هي حسب الترتيب التاريخي لظهورها :  
نظرية حساب الفئات ، نظرية حساب العلاقات . نظرية حساب القضايا ،  
نظرية حساب دالات القضايا . ورغم السبق التاريخي لنظرية حساب الفئات  
فحساب العلاقات .. إلا أن معظم الكتب المنطقية معاصرة تواضعت على البدء  
بنظرية حساب القضايا لسبقها بقية النظريات سبقاً منطقياً يتعلق بأهداف الفهم  
والتحليل . وسوف نتابع هذا الاتجاه في بحثنا هذا وحثنا هي أن موضوع  
نظرية حساب القضايا وضع قواعد الاستنباط وهو لازم للنظريات الثلاثة  
الأخرى ، صحيح أن لكل من هذه النظريات نسقها الاستنباطي ←  
ومصطلحها الرمزي المستقلين ، إلا أنها تستند إلى جانب كبير من النسق  
الاستنباطي لنظرية حساب القضايا وقوانينه كمقدمات . (33)

الفصل الثاني  
نظرية حساب القضايا  
« أفكار أساسية »





## الفصل الثانى

### نظرية حساب القضايا

### The Calculus of Propositions

### أفكار أساسية

مقدمة :

تعد نظرية حساب القضايا أولى نظريات المنطق الرمزى من الناحية المنطقية وليست أولها من حيث السبق الزمنى<sup>(1)</sup> . والقضية هى الوحدة الأساسية لبناء هذه النظرية ، إلا أن القضية المقصودة هنا هى القضية المركبة التى تتألف من قضيتين بسيطتين إرتبطتا معاً برابط منطقى . ومن ثم فلا نهم هنا بالبناء الداخلى للقضية [ موضوع — محمول ] وإنما ننظر إلى القضية كوحدة لا تتجزأ من حيث علاقتها ببقية قضايا الاستدلال أو النسق موضع دراستنا .

وقد أشرنا فى الفصل الأول إلى أن منطق الاستنباط يدور حول سبل الاستنتاج السليم أو الصحيح ، وعلمنا أن صورة الاستدلال هى ما يحدد صحته . وتعنى نظرية حساب القضايا — بهذا الصدد — بيان صورة الاستدلال السليم وفهمها ، كما تعنى بصياغة بناء الاستدلالات صياغة رمزية حتى يتسنى لنا الحكم بمدى صحتها .

وسوف نتناول نظرية حساب القضايا فى أكثر من فصل وذلك لأنها تعد أساساً لبقية النظريات ، يتعلق هذا الفصل بتناول أنواع القضايا والحديث عن (1) « جوتلوب فريجه » [ ١٨٤٨ — ١٩٣٥ ] مؤسس نظرية حساب القضايا ، كما أسهم فى بناء بقية نظريات المنطق ، وضع فريجه نسقاً استنباطياً لهذه النظرية وحدد بعض قواعد الاستدلال فى هذا النسق . وقد تحمل « رسل وهوايتهد » عبء صقل وتبسيط آراء فريجه — لما تشعب به من صعوبة رغم دقتها — ونقلها فى صورة أكثر يسراً لجمهور الباحثين .

العمليات التي نجريها على القضايا ، ودالات الصدق ، وقوائم الصدق ، ومحاولة تعريف الدالات بعضها ببعض ، وتحديد مجال الثوابت واستخدام الأقواس .

## أولاً : أنواع القضايا :

يستخدم المنطق الرمزي قضايا متنوعة ، تشير إلى سعة مباحثه في مقابل المنطق الأرسطي والتقليدي ، ونشير هنا إلى خمسة أنواع<sup>(2)</sup> .

### 1 — القضية الذرية : Atomic Proposition

أكثر أنواع القضايا بساطة مثل قولنا « هذا أحمر » و« أكبر من ب » . تحوى القضية الأولى صفة ، وتحوى القضية الثانية علاقة . يبدأ منها « رسل » بناء نسق منطق ، وينظر إليها على أنها معطى datum لأن ما يتعلق بها من مسائل يرتبط بالجانب الفلسفى من المنطق أكثر من ارتباطه حالياً بالجانب الرياضى<sup>(3)</sup> . ويرى « رسل » أن القضية الشخصية « سقراط فيلسوف » هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق ، أما القضية العامة — والتي كانت في نظر التقليديين نموذجاً للقضية الحملية — فإنها ليست حملية وإنما تنطوى على علاقة معينة بين محمولين .

### 2 — القضية المركبة : Molecular P.

ان كانت القضية البسيطة قضية ذرية ، فإن ما يتركب من ذرات هو الجزيء molecule . ومن ثم فالقضية الجزيئية أو المركبة هي قضية مؤلفة من قضيتين بسيطتين مرتبطتين بأحد الثوابت المنطقية . ولا نستطيع أن نحكم بصدق أو بكذب قضية مركبة إلا إذا عرفنا صدق أو كذب أحد عنصريها<sup>(4)</sup> . ويسهل عرض دور الثوابت المنطقية ، ودالات الصدق المختلفة من خلال القضية المركبة .

(2) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 178 : ص 194 .

(3) Whitehead & Russell, Principia Mathematica, P. XV.

(4) Ibid., P. XVI

### 3 — القضية العامة : General P.

ليست القضية العامة قضية حملية : إنما هي قضية شرطية متصلة ، فالقضية العامة « كل انسان فان » يمكن تحليلها إلى قضيتين بسيطتين : « إذا كان ه انساناً ، فإن ه بالضرورة فان » هما في حقيقة الأمر مقدم وتال لقضية شرطية متصلة ، وهذا النوع من القضايا لا يُقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعها ، لأنها لا تقرر شيئاً<sup>(5)</sup> . وقد ترتب على ذلك أن أدرك المناطقه المعاصرون كذب بعض قوانين المنطق التقنيدي ، منها على سبيل المثال قوانين التقابل بين القضايا . مما سنعرض له في حينه .

### 4 — القضية العامة عمومية تامة :

القضايا من هذا النوع حقائق منطقية ورياضية وهي بمثابة قواعد عامة للاسترشاد بها في عملية الاستدلال ، ومنها<sup>(6)</sup> :

- إذا كان ( و ) يستلزم ( ل ) ، ( ل ) يستلزم ( م ) ، فإن ( و ) يستلزم ( م ) .
- إذا كان كل أفراد ( ل ) أفراداً في ( م ) ، وكل أفراد ( م ) أفراد في ( و ) ، فإن كل أفراد ( ل ) أفراد في ( و ) .
- إذا كان كل أفراد ( ل ) أفراداً في ( و ) ، ( س ) أحد أفراد ( ل ) ، فإن ( س ) فرد في ( و ) .

وهناك العديد من القضايا العامة التي تقوم بدور البديهيات والمصادرات ونستخدمها كمقدمات للنسق الاستنباطي .

### 5 — القضية الوجودية : Existential P.

هي قضية يسبقها سور يشير إلى تحقق الوجود الواقعي لأحد أفراد موضوعها على الأقل ، ويأتي في مقابل سور القضية العامة . ويتحقق صدق

(5) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 189 : 192

(6) Copi, I., Introduction to Logic, P. 312.

القضية الوجودية بوجود أحد أفرادها بينما يتحقق صدق القضية الكلية بالتحقق من صدق كل الحالات التي تنطوي تحته دون استثناء واحد<sup>(7)</sup> . وسوف نعرض للقضايا الوجودية السالبة والموجبة عند تناول نظرية دالات القضايا .  
ثانياً : المصطلح الرمزي ( المتغيرات والثوابت ) :

نرمز إلى القضية — في حساب القضايا — بحديثها الموضوع والمحمول بمتغير واحد هو أحد الحروف :  $p, q, r, s$  ، وتصبح المتغيرات في العربية :  $u, v, m, n$  . إلا أن حساب القضايا لا يتناول القضية الواحدة ، وإنما يستند إلى القضية المركبة من قضيتين بسيطتين إرتبطتا برابط واحد . والرباط هنا هو الثابت المنطقي أو الاجراء الذي يتم على عنصري القضية معاً وفقاً لمعنى ودلالة الثابت الذي يجمع هذين العنصرين .

وقد نعبر عن الاجراء Operator بحرف مثل « و » أو عبارة مثل « من المحتمل أن .... » ، ويمكن بالتالي أن ينشأ ما لا حصر له من الاجراءات المختلفة منها ما يرتبط بمتغير واحد ، ومنها ما يرتبط بمتغيرين أو ثلاثة . إلا أن المنطق الرمزي يستخدم في حالتنا خمسة أنواع من الاجراءات ترتبط بخمسة ثوابت أساسية ، بصرف النظر عن اجراءات أخرى تستخدمها فروع المنطق الأخرى مثل منطق الجهات Modal Logic الذي يعنى بتصورات مثل الاحتمال والضرورة ، والمنطق المعرفي epistemic Logic ويعنى بالمعرفة والاعتقاد والتفكير<sup>(8)</sup> .

أما الثوابت التي تستخدمها نظرية حساب القضايا فهي : أداة النفي [ لا ، ليس ] ، واو العطف أو أداة الوصل [ و ] ، أداة الفصل [ إما ... أو ... ] ، أداة الشرط أو اللزوم القائم بين المقدم والتالي [ إذا .... إذن .... ] ، ثم أداة التكافؤ بين قضيتين [ ..... يكافئ ..... ] . وقد وضع المناطق رموزاً لكل أداة أو لكل ثابت ، ورغم أن دلالتها واحدة وقواعد العمل بها متطابقة إلا أن

(7) Copi, I., Symbolic Logic, P. 65.

(8) Klenk, V., Understanding Symbolic Logic. PP. 23 - 24.

لكل ثابت أكثر من شكل ويمكن أن نضرب مثلاً على تعدد أشكالها بالجدول التالي<sup>(9)</sup> ، الذي يشير إلى كل علاقة منطقية وشكل الثابت المستخدم :

المنطق البولندي	« هيلبرت »	« رسل »	الموسوعة الفلسفية	
N p ساق	p و	$\sim p$ و -	$\sim p$ و —	Negation نسلب
k p q طا و ج	P & Q و & ج	P . Q و . ج	P & Q و & ج	Conjunction نوحل
A p q قا و ج	P V Q و V ج	P V Q و V ج	P V Q و V ج	Disjunction نفعيل
C p q ما و ج	P $\supset$ Q و $\supset$ ج	P $\supset$ Q و $\supset$ ج	P $\supset$ Q و $\supset$ ج	Conditional الملزوم
E p q نكا و ج	p $\equiv$ Q و $\equiv$ ج	P $\equiv$ Q و $\equiv$ ج	P $\leftrightarrow$ Q و $\leftrightarrow$ ج	Bio Conditional التكافؤ

ونحن نميل إلى الأخذ بالرموز التي قال بها « رسل » لأنها أوسع انتشاراً وأكثر تعبيراً عن طبيعة ومعنى الثابت المنطقي ، وسوف نشرح معنى كل رمز لثابت عند الحديث عن دالات الصدق . أما ما نأخذ به من رموز لثوابت نظرية حساب القضايا فهي<sup>(10)</sup> :

(9) Blumberg, "Modern Logic", ed-in Ency of Philosophy, Vol. 5, P. 16.

and see also :

Kneale, W & M., Development of Logic, P. 521.

(10) Op. Cit., P. 25.



رمز السلب ( — ~ ) ويُشير إلى ( ليس — )  
 رمز الوصل ( — • — ) ويُشير إلى ( و — )  
 رمز الفصل ( — V — ) ويُشير إلى ( أو — )  
 رمز اللزوم ( — C — ) ويُشير إلى ( إذا كان — فإن — )  
 رمز التكافؤ ( — ≡ — ) ويُشير إلى ( إذا كان فقط إذا كان — )

ونتيجة لاستخدام الثوابت الخمسة فأننا نحصل على خمسة أنواع من القضايا هي :

— قضايا الوصل وصورتها ( • ل ) يربط بين عنصريها واو العطف ويسمى  
 عنصراها الرئيسيان « المتصلان » Conjuncts .  
 — قضايا الفصل وصورتها ( V ل ) ، ويربط بين عنصريها رمز « أو »  
 ويسمى عنصراها الرئيسيان « المنفصلان » disjuncts .  
 — قضايا اللزوم وصورتها ( C ل ) ، ويربط بين عنصريها « إذا كان ...  
 فإن ... » وما يسبق علامة اللزوم يسمى المقدم وما يلحق بها يسمى  
 التالي .

ولدينا بالاضافة إلى هذه الأنواع قضايا النفي وصورتها ( ~ ل ) وقضايا  
 التكافؤ أو اللزوم المزدوج ، وصورتها الرمزية ( ≡ ل ) وليس ثمة أسماء  
 لعناصر قضايا النفي والتكافؤ .

### ثالثاً : دالة الصدق Truth Function

كلمة دالة مأخوذة عن الرياضيات ، ومستفادة من علم الجبر على وجه  
 الخصوص ، ونطلق تعبير « دالة قضية » على أى قضية جاءت متغيراتها وثوابتها  
 في صور رمزية ، لا تعنى شيئاً بذاتها وإنما تكتسب معنى ان عوضنا عن  
 المتغيرات بقيم معينة . ويعود الفضل إلى « فريجه » في تطبيق فكرة الدالة على  
 المنطق لأول مرة<sup>(11)</sup> . يمكن النظر إلى دنة القضية إذن على أنها قالب أو صورة

(11) انظر : محمد قاسم : « جوتلوب فريجه » . ص 79 .

عمود زيدان : المنطق الرمزي . ص 143 .



تخطيطية لا تكتسب معنى إلا إذا حددنا لها مضموناً أو محتوى<sup>(12)</sup> . فقولنا ( ل . ل ) عبارة عن دالة لا تعنى شيئاً إلا إذا عوضنا ل ، ل أو على الأقل لا نحكم على أحد عنصريها إلا بمعرفة قيمة صدق العنصر الآخر ولا يتم ذلك إلا في ضوء قواعد معينة .

دالة الصدق إذن هي الصورة الرمزية لاحدى القضايا المركبة ، أما قيمة الصدق Truth Value لقضية فعنى الحكم عليها بالصدق أو بالكذب ، بحيث يكون الحكم بقيمة صدق قضية صادقة ( بعنصريها ) صادقاً ، بينما قيمة صدق قضية كاذبة يكون كاذباً<sup>(13)</sup> ، وذلك بناء على عنصر ثالث يضاف إلى قيم صدق عنصريها ( المتغيرات ) ونعنى به الثابت المنطقي<sup>(14)</sup> .

نخلص مما سبق إلى تعدد دوال الصدق بتعدد الثوابت ، فإن كانت لدينا قضية مركبة احتوت ثابت الوصل اختلفت قيمة صدقها عن قضية مركبة احتوت ثابت الفصل حتى لو تطابقت متغيرات القضيتين . فما يحدد هوية دالة صدق هو استخدام ثابت معين وان كان ثابت انسلب [ ~ ]<sup>(15)</sup> .

ويرتبط الحديث عن دالة الصدق بالحديث عن قائمة الصدق Truth Table وهي قائمة ترتب بطريقة محددة تهدف إلى تحديد قيم صدق الخلات الممكنة لقضية مركبة ، استناداً إلى قيم الصدق المحتملة للقضايا المؤلفة لهذه القضية<sup>(16)</sup> . ويأتى استخدام قوائم الصدق تطبيقاً لمجموعة القواعد التى تحدد قيمة صدق كل دالة ، كما يتم في ضوء معرفة وتحديد الثابت الرئيسى Major Operator في الدوال المطولة . ويتم نظم قائمة الصدق على هيئة جدول به بيانات أفقية [ دالة الصدق المطلوب البرهنة على صدقها أو كذبها ] وبه بيانات رأسية [ حالات

(12) Reichenbach, H., Elements of S. Logic, P. 82.

(13) Principia, P. 7.

(14) Copi, Symbolic Logic, P. 9.

(15) Strawson, Introduction to Logical Theory, P. 64.

(16) استخدم « فتحشتين » قوائم أو جداول الصدق في كتبه مقالة فلسفية منطقية 1922 ، كما استخدمها « يوست » في الجريدة الأمريكية لرياضيات 1921 . وان كانت صياغة حساب القضايا في نطاق الصدق والكذب قد تم في وقت مكر لدى هويتند ورس في كتابهما Principia

الصدق والكذب المحتملة لكل متغير في الدالة [ على أن نراعى في وضع الأخيرة الوفاء بكل الاحتمالات بحيث أنه كلما زاد عدد متغيرات الدالة وضعنا احتمالات للمتغير الأول تبلغ ضعف احتمالات المتغير الذي يليه من حيث الصدق أو الكذب بالتناوب على أن تتساوى حالات الصدق والكذب من حيث العدد تحت كل متغير في الدالة مهما بلغ عدد هذه المتغيرات . نرسم في قوائم الصدق لحالات الصدق والكذب بالحرفين ص ، ك على التوالي ، وهما المقابلان للحرفين F . T اللذين يعبران عن True و False<sup>(17)</sup> .

دوال الصدق هي : دالة التناقض ، دالة الوصل ، دالة الفصل ، دالة اللزوم ، دالة التكافؤ .

#### 1 — دالة التناقض : Contradictory Function

نستخدم خطأً يأخذ شكل حدية ( ~ ) للإشارة إلى النفي Negation ، ويرتبط ثابت النفي بمتغير قضوى واحد ، حيث أن دالة التناقض تحوى قضية واحدة فقط ، وقد يأتى ثابت النفي خارج دالة بأكملها تتألف من أكثر من قضية فينصب النفي في هذه الحالة على الثابت الرئيسى داخل الدالة فيعكس قيمة صدقه .

وتحوى دالة التناقض احتمالين لقيمة صدقها : أن تكون صادقة أو كاذبة ، وذلك في ضوء قاعدة تقول بصدق دالة القضية ان كانت القضية التى اشتقت منها كاذبة ، وبكذبها ان اشتقت من دالة صادقة . « دالة التناقض للمتغير ( ١ ) — الذى يعبر عن قضية — هى قضية تناقضه تقرر أن ( ١ ) كاذبة ، ونرمز لها بـ ( ~ ١ ) »<sup>(18)</sup> .

(17) Kneale, Op. Cit., P. 531. .

(18) Principia, P. 6.

ويمكن أن نعبر عن حالات صدق وكذب الدالة بقائمة صدق .

و	~ و
ص ك	ك ص

ولنضرب مثلاً على دالة التناقض :

إذا كانت القضية « كل مؤمن مصل » قضية صادقة .  
فإن القضية « لا مؤمن مصل » قضية كاذبة .

بمعنى أن السلب يعكس قيمة صدق الصيغة التي تقرأها ، فإن أدخلنا سلباً آخر عليه double negations نقض كل منهما الآخر وعدنا إلى قيمة الصدق الأصلية<sup>(19)</sup> . بمعنى أن تتساوى ( و ) مع ( ~ ~ و ) .

فإن سلمنا بصدق القضية « يعشق الأحرار الديمقراطية » ودالت [ و ] فإن هذا يعنى كذب نقيضها « لا يعشق الأحرار الديمقراطية » ، ودالت [ ~ و ] فإذا عدنا وأدخلنا السلب على القضية الثانية [ ~ ~ و ] حصن على القضية الأولى .

## 2 — دالة الوصل : Conjunctive Function

تربط دالة الوصل بين عنصرى قضية مركبة بواو العطف ، وصورة الدالة [ و ، ل ] . وتعنى هذه الصيغة أن قولنا [ و ، ل ] يعنى تقرير صدقهما معاً ، ومن ثم صدق ما يربط بينهما من وصل ، أى صدق الدالة التي تجمعهما . ومحاولة وضع دالة الوصل في قائمة صدق ينشأ عنه أربعة احتمالات

(19) Klenk. V . Symbolic Logic, P. 37.

لقيم صدق كى متغير قضوى ومن ثم أربعة احتمالات لقيمة صدق ثابت الوصل الذى يجمعهما<sup>(20)</sup> .

- حين تكون القضيتان [ و ، ل ] صادقتين معاً .
- حين تكون القضية [ و ] صادقة ، والقضية [ ل ] كاذبة .
- حين تكون القضية [ و ] كاذبة ، والقضية [ ل ] صادقة .
- حين تكون القضيتان [ و ، ل ] كاذبتين معاً .

و	ل	و . ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ك
ك	ك	ك

وتقول القاعدة التى تحكم دالة الوصل :

تصدق الدالة إذا صدقت كلا القضيتين اللتين تؤلفانها  
وتكذب إذا كانت احدى القضيتين على الأقل كاذبة .

فإن طبقنا هذه القاعدة على الحالات الأربعة السابقة ، فإن الدالة تصدق فى حالة واحدة فقط ، حالة صدق ( و ) وصدق ( ل ) ، وتكذب الدالة فى بقية الحالات .

(20) See :

Copi, Symbolic Logic, PP. 9 - 10.

Strawson, Op. Cit., P. 67.

Klenk, Op. Cit., P. 34.

وتسمى دالة الوصل أيضاً بدالة الضرب المنطقي Logical Product والمقصود بالضرب هنا علاقة الوصل بين عنصرى الدالة قللاً أم كثيراً ، فقد ينشأ الوصل كما أشرنا بين عنصرين [ ل ، و ] أو بين عناصر عدة مثل الدالة  $\{ [ ( ل \vee و ) \supset م ] \cdot ( و \vee هـ ) \}$  التى تصدق فى حالة صدق كل من  $[ ( ل \vee و ) \supset م ]$  وصدق  $( و \vee هـ )$  المعطوفتين أو التى بينهما ضرب منطقي . ويتضح مغزى الضرب المنطقي ان أعدنا صياغة قائمة الصدق السابقة بحيث يحل (ل) محل ( و ) والصفر (0) محل ( ك ) ، « حيث لا يكون للضرب نتيجة عددية إلا عندما يجرى بين عددين ليس من بينهما الصفر »<sup>(21)</sup> .

و	ل	و × ل
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

### 3 — دالة الفصل : Disjunctive Function

ينتج عن القضيتين المرتبطتين برابط الفصل ( أو ) دالة الفصل  $( ل \vee و )$  . لهذه الدالة معنيان : الفصل الشامل inclusive ، وفصل المانع exclusive . نطلق على الأول رابط الفصل disjunction ونرمز له بثابت منطقي على هيئة إسفين [ V ] « Wedge » ويمكن أن نمثل له بقولنا « تستبعد أقساط التأمين فى حالات المرض أو البطالة » ونفهم من هذه القضية ثلاثة مواقف يصدق فيها القول باستبعاد الأقساط هى : المرض ، البطالة ، لاثنين معاً . ونطلق على النوع الثانى رابط البدائل alternation ويرمز له بثابت منطقي آخر

(21) محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى ، ص 196 .

وانظر « بيسون » و « أوكونر » : مقدمة فى المنطق الرمزي ، ص 53 .

على هذا الشكل [  $\Delta$  ] ، وينشأ عن موقف نختار فيه أحد بديلين وليس الاثنین معاً : « اما أن ترتحل بالطائرة أو بالسفينة » في رحلة محددة ، أو تختار أن « تشرب مشروباً بارداً أو ساخناً » عند مضيف لك وليس المشروبين معاً . وتصديق الدنة هنا إذا كانت إحدى القضيتين البديلتين صادقة ، وتكون كاذبة في حالة صدق القضيتين معاً أو كذبهما معاً .

ينشأ نوعان من الفصل إذن : الأول فصل ضعيف ، والثاني فصل قوى . قاعدة النوع الأول تقول « تصديق دالة الفصل إذا صدقت إحدى القضيتين أو كلاهما ، وتكذب في حالة واحدة إذا كذبت القضيتان معاً »<sup>(22)</sup> . ويعود إلى « جيفونز » فضل وضع هذه القاعدة وأخذها عنه كل المعاصرون<sup>(23)</sup> .

و	ل	و ل
ص	ص	ص
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ك

أما قاعدة النوع الثاني فتقول « بصدق دالة الفصل في حالة صدق أحد عنصريها فقط وتكذب فيما عدا ذلك » وتمثل على ذلك بقائمة صدق :

و	ل	و ل
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ك

(22) Reichenbach, Elements of Symbolic Logic, P. 32.

(23) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 186 ، ص 187 .



ونخلص من هذا التمييز بين نوعي الفصل إلى أن الفصل الضعيف يفيد معنى الانفصال مع امكان الاتصال [  $p$  أول أو هما معاً ] ، بينما يفيد الفصل القوي معنى الانفصال مع استحالة الاتصال [  $p$  فقط أول فقط دون التسليم بهما معاً أو رفضهما معاً ] . وتميل معظم كتب المنطق إلى التعويل على الفصل الضعيف<sup>(24)</sup> .

وتسمى دالة الفصل أيضاً دالة الجمع المنطقي Logical Sum ومن المسلم به اختلاف الجمع في المنطق عنه في الحساب والجبر ، ذلك أنه مهما كررنا جمع قيمة الصدق في دالة منطقية إلى ذاتها فالنتيجة هي هي دون اضافة ، فلنتقل قائمة صدق الفصل الشامل بلغة الجمع المنطقي لتتحقق من ذلك :

$p$	$q$	$p + q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ومن الملاحظ أن استخدام الضرب المنطقي في التعبير عن دالة الوصل يشير إلى ضرورة أن يكون للمتغيرين [ قيمة صدق غير الكذب ] قيمة عددية غير الصفر حتى نحصل على نتيجة . بينما استخدمنا الجمع للتعبير عن دالة الفصل لأن وجود أى أرقام سوف ينتج عن جمعها أرقام حتى لو كانت مضافة إلى الصفر ، مما يشير إلى سعة احتمالات الصدق في دالة الفصل عن دالة الوصل .

(24) Klenk, V., Symbolic Logic., PP. 35 - 36.



#### 4 — دالة اللزوم Implicative Function

تعبّر دالة اللزوم أو الاستلزام عن قضية شرطية متصلة أدواتها « إذا ... إذن ... » ونعبر عنها بثابت اللزوم  $[ \supset ]$  الذى يأخذ شكل حدودة الفرس horseshoe . وصورتها الرمزية  $[ p \supset q ]$  وننقلها إلى العربية هكذا  $[ p \supset q ]$  بحيث يصبح وجه الرمز للقضية التى تستلزم قضية أخرى .

وتستند هذه الدالة إلى قاعدة أساسية : « من 'تستحيل أن يصدق المقدم ويكذب التالى' ومعنى ذلك أن تصدق الدالة فى ثلاث حالات<sup>(25)</sup> :

- صدق المقدم والتالى معاً .
- كذب المقدم وصدق التالى .
- كذب المقدم والتالى معاً .

وتكذب دالة اللزوم فى حالة واحدة هى : صدق المقدم وكذب التالى ، ذلك أن من يسلم بصدق قضية اللزوم ( الشرطية المتصلة ) ويسلم بصدق المقدم فيها . عليه أن يقبل صدق التالى . وكذلك فإن من يسلم بصدق قضية اللزوم ويسم بكذب التالى فيها فعليه أن يرفض صدق مقدمها . وان استعنا بالدالات السابقة [ السلب والفصل ] فى بيان طبيعة دالة الاستلزام  $[ p \supset q ]$  ، وجدنا أنه ان كانت  $[ p \supset q ]$  صادقة فإن  $[ p \sim q ]$  كاذبة طبقاً لقاعدة التناقض ، وان سلمنا بصدق الدالة  $[ p \supset q ]$  فلا يمكن أن نسلم بصدق الدالة  $[ p \sim q ]$  لأن إحداهما فقط هى الصادقة ، ونجرى تعديلاً على الدالة الأخيرة بأن يحل ثابت الفصل [ اما أو ] محل ثابت اللزوم [ إذا ... إذن ... ] لتصبح الدالة الجديدة  $[ p \supset q \vee p ]$  هى الشارحة للدالة  $[ p \supset q ]$ <sup>(26)</sup> .

(25) تارسكرى : مقدمة للمنطق . ص 59 .

Strawson, P., Introduction to Logical Theory, PP. 35-6 & P. 82.

(26) See : Principia, P. 7.

ولنضع دالة اللزوم في قائمة صدق :

و	ل	و ج ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ص
ك	ك	ص

وبالنظر في قائمة الصدق نجد أن القضية الشرطية تقرر أن « مقدمها » يستلزم « تاليها » . إنها لا تقرر صدق المقدم بالضرورة ، بل أن ما تؤكد أنه في حالة صدق المقدم فإن التالي يصدق أيضاً . وإلا تكذب الدالة<sup>(27)</sup> .

واحتتمالات تناول القضية الشرطية احتمالات مختلفة أوقعت العلماء والمناطق في حيرة ، ودون خوض الآن في تفصيل هذه الاحتمالات ، لأن التفصيل قد ينال من صدق قاعدة اللزوم التي أشرنا إليها ، نكتفي من بين هذه الاحتمالات بمعنى واحد هو اللزوم المادي Material Implication ، والذي يتطابق مع هذه القاعدة ، إنها القاعدة التي تقول بانكار كل دالة لزوم يصدق المقدم فيها ويكذب تاليها وهو ما نعبر عنه بالدالة - ( و . ل ~ ل )<sup>(28)</sup> .

##### 5 — دالة التكافؤ : Equivalence Function

كانت الدالات الأربعة السابقة هي دالات أساسية في نظر معظم المناطق ، وبخاصة « رسل » و « هوايتيد » ، أما دالة التكافؤ فهي مشتقة ومستنبطة من الدالات السابقة . صحيح أن « فريجه » عرف المساواة أو الهوية ورأى أن القضيتين اللتين بينهما مساواة متكافئتان في المعنى ويمكن استبدال احدهما بالأخرى ، إلا أن أصحاب البرنكيا هم الذين طوروا هذه النقطة<sup>(29)</sup> .

(27) Copi, Introduction to Logic, PP. 278 - 281 and, Principia, P. 94.

(28) Ibid., P. 280.

(29) عمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 188 ، ص 189 .

وتنشأ دالة التكافؤ بين قضيتين متكافئتين من الناحية المادية ، ويحدد تكافؤهما بهذا المعنى كونهما لهما نفس قيمة الصدق . ونعبر عن التكافؤ بوضع الرمز (  $\equiv$  ) بين القضيتين ، مثل قولنا : (  $\text{ق} \equiv \text{ل}$  ) وتقرأ ( ق تكافئ ل ) والصيغة من هذا النوع تسمى شرطية مزدوجة « bioconditional » لأنها تجمع في الحقيقة بين قضيتين شرطيتين . تتكافأ هاتان القضيتان منطقياً عندما تكون الشرطية المزدوجة التي توضح تكافؤهما المادى على هيئة تحصيل الحاصل Tautology ويوضح ذلك مبدأ النفي المزدوج<sup>(30)</sup> :

$$\text{ق} \equiv \sim \sim \text{ق}$$

. كما يوضحه أحد تعريفات دالة التكافؤ :

$$(\text{ق} \equiv \text{ل}) = (\text{ق} \supset \text{ل}) \cdot (\text{ل} \supset \text{ق})$$

ذلك أن قولنا بأن ( ق ) تكافئ ( ل ) يعنى أن ( ق ) تستلزم ( ل ) ، وأن ( ل ) تستلزم ( ق )<sup>(31)</sup> .

والقاعدة التي تعمل بها دالة التكافؤ تستند إلى أن اثبات التكافؤ بين قضيتين يعنى استبعاد امكان صدق احدهما مع كذب الأخرى . ومن ثم فإن قضية التكافؤ تكون صادقة إذا كان شرطها الأيمن والأيسر صادقين معاً أو كاذبين معاً ، وتكذب فيما عدا ذلك ، أى تكذب في الحالات التي تختلف فيها قيم الصدق .

ويمكن أن نضرب عدة أمثلة نفهم منها طبيعة التكافؤ بين قضيتين ، حيث نستبدل في قضية شرطية المقدم بالتالي ، فنحصل على قضية جديدة تسمى بالقضية العكسية بالنسبة للقضية الأصلية<sup>(32)</sup> ، فإن قلنا :

(30) Copi, Symbolic Logic, P. 29.

(31) Principia, P. 7.

(32) Klenk, V., Op. Cit., P. 36.

— « إذا انتخب ( س ) رئيساً ، فإن ( ص ) ينتخب نائباً للرئيس » . تصبح  
بعد أن نعكسها :

— « إذا انتخب ( ص ) نائباً للرئيس ، فإن ( س ) ينتخب رئيساً » .  
وكذلك قولنا :

— « إذا كانت للشمس قوة جاذبية . فإن الأرض تدور حولها » . يكافئ  
القول :

— « إذا كانت الأرض تدور حول شمس ، فإن للشمس قوة جاذبية » .

ومن ثم تصدق القضية المركبة متى نحوى ثابت التكافؤ . إذا صدق  
عنصرها معاً أو إذا كذبا معاً . وتكذب إذا صدق أحد العناصر وكذب الآخر  
في نفس الوقت .

ونعبر عن المعاني السابقة لدالة التكافؤ والقاعدة التي تحكمها من خلال  
قائمة صدق :

و	ل	و ≡ ل
ص	ص	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ك
ك	ك	ص

كانت تلك هي دوال الصدق الأساسية التي سوف نستخدمها في الحساب  
التحليلي للقضايا ، كما أننا سوف نستخدم نفس قواعد العمل بإجراءات قوائم  
الصدق ( الثوابت ) في عرضنا لنظريات المنطق الرمزي . شريطة أن نربط  
ربطاً وثيقاً بين الدوال وقوائم الصدق التي تفسرها وكل إجراء Operator نقوم  
به للحكم على حالات صدق وكذب كل دالة . وقد تنشأ إجراءات أخرى في

أنساق منطقية مختلفة ، إلا أن أهم ما يميز عمل المنطقي هو أن يستخدم في النسق المنطقي الواحد — مهما بلغ امتداده — اجراءات محددة بمعان وأحكام ثابتة لا تتغير ، والا افتقد نسقه المنطقي أهم خصائصه : البساطة والاتساق .

وفي نهاية هذا العرض نجمع قوائم الصدق السابقة في شكل واحد :

و	ل	و . ل	و ∨ ل	و ⊃ ل	و ≡ ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ك	ص	ص

رابعاً : العلاقات المنطقية بين دوال الصدق :

لكل دالة صدق قاعدة تحكم العمل بها وهذا يعنى استقلال كل دالة من حيث المعنى ، إلا أن لكل دالة علاقة منطقية ببقية الدوال تتضح من خلال النسق المنطقي الواحد ، وهذا يعنى إتساق الدوال من حيث المبني .

يعبر المنطق الرمزي عن هذا الاتساق بمحاولة تعريف دالة منطقية بدالة منطقية أخرى ، ويعنى التعريف هنا بيان أن رمزاً جديداً أو مجموعة من الرموز يشير إلى نفس مقصد مجموعة من الرموز التي نعرفها بالفعل<sup>(33)</sup> . ولما كان الصدق في المنطق له دلالة واحدة ويخلو من أى نسبة احتمال فانه يمكن رد بعض الدوال المنطقية إلى البعض الآخر مع ادخال تعديلات اللازمة والمستنبطة من مدلول كل ثابت منطقي . ويستخدم كتاب Principia علامة المساواة « = » تعبيراً عن التعريف ، بحيث تربط هذه العلامة بين المعرف definiendum والمعرف definiens مع وضع الحرف  $D_f$  ، « تع » بعد التعريف<sup>(34)</sup> .

(33) Principia, P. 11.

(34) Ibid.

وينبغي أن نلتزم بمجموعة من شروط عند وضع التعريفات نجملها  
« لو كاشفتش » في أربعة هي<sup>(35)</sup> :

- ينبغي أن يكون كل من المعروف والمعروف عبارة قضائية .
  - ينبغي أن يحتوي المعروف على حدود أولية فقط ، أو على حدود سبق تعريفها بواسطة حدود أولية .
  - ينبغي أن يحتوي المعروف على الحد الجديد الذي يأتي به التعريف .
  - كل حد مطلق موجود في المعروف ينبغي أن يوجد في المعروف وبالعكس .
- وتسوق معظم كتب المنطق موضوع التعريفات كمدخل للحديث عن النسق الاستنباطي لأحدى نظريات المنطق الرمزي ، وسوف نفعل نفس الشيء ، إلا أننا نبادر هنا بالحديث عن التعريفات بالمعنى الذي يكشف العلاقات الضرورية ضرورة منطقية بين دوال الصدق .
- ١ — تعريف الوصل :

١ — يمكن تعريف الوصل القائم بين قضيتين بثابتين أكثر بساطة هما السلب والفصل ، وذلك بأن نصور دالة تساوي الدالة المعرفة في قيم صدقها ، وذلك بسلب الفصل القائم بين سلب قضيتين ؛ بحيث نقول أن :

$$( \text{و} ، \text{ل} ) = [ \sim ( \sim \text{و} \vee \sim \text{ل} ) ] \text{ تع}$$

ونجتهد من جانبنا لتقديم تفسير لهذا التعريف : قضية الفصل التي نستخدمها كتعريف قضية شرطية منفصلة دالتها « إما ... أو ... » ، ولما كان الفصل غير الوصل من حيث الشكل والقاعدة التي تحكمهما ، كان علينا ادخال بعض التعديلات كادخال السلب على القضيتين المنفصلتين و ، ل ، لتصبحا ( إما ليس و أو ليس ل ) ، (  $\sim \text{و} \vee \sim \text{ل}$  ) ، بحيث ينشأ الفصل هنا كثابت أساس بين سلبين ، ولما كان سلب السلب إثبات ، وكنا لا نستطيع أن نسلب (  $\sim \text{و}$  ) وحدها أو (  $\sim \text{ل}$  ) وحدها ، انصب السلب الخارجى على الفصل

(35) لو كاشفتش : نظرية القياس الأرسطية ، ص 231 .



( ٧ ) الذى يجمع من خلال قيم صدقه بين سلبى القضيتين المؤلفتين للشرطية المنفصلة . فكانت قيم صدق التعريف مطابقة تماماً للدالة المعرفة . وبيان ذلك قائمة الصدق :

و	.	ل	~	و ~	٧	~ ل
ص	ص		ص	ك	ك	ك
ك	ك		ك	ك	ص	ص
ك	ك		ك	ص	ص	ك
ك	ك		ك	ص	ص	ص
	✓		✓			

٢ - كما يمكن تعريف الوصل باستخدام السلب وثابت اللزوم وهو أكثر تركيباً من الفصل . وذلك بسلب اللزوم الناشئ بين المقدم وسلب التالى فى قضية شرطية متصلة :

$$( و , ل ) = ( و ~ ( ل ~ و ) ) \text{ تع }$$

ويمكن إدراك مغزى هذا التعريف ن علمنا أنه سبق أن أشرنا فى الحديث عن دالة اللزوم إلى أن الدالة  $( و ~ و ٧ ل )$  دالة شارحة للدالة  $( و ~ ل )$  ، فإن قارنا بين التعريف الذى نسوقه هنا  $[ ( و ~ ل ~ و ) ]$  والتعريف السابق  $[ ( و ~ و ٧ ل ) ]$  ، أدركت مدى التوافق بين التعريفين . ونبرهن على صدق التعريف باستخدام قائمة صدق :

ق . ل	~	( ق ~ ل )
ص	ص	ك
ك	ك	ص
ك	ك	ص
ك	ك	ص
✓	✓	

وقد قلنا بصدد التعريف بتطابق قيم الصدق في كافة الحالات المحتمل قيامها بين الدالتين ( المعرفة والمعرفة ) ، ومعنى ذلك أننا لو وضعنا ثابت التكافؤ  $\equiv$  محل علامة التساوى الحسابية وأقمنا علاقة التكافؤ بين الثابتين الرئيسيين في الدالتين لحصلنا على قيم صدق كلها صادقة مما يشير إلى صحة التعريف ورقبه إلى كونه دالة تحليلية :

ق . ل	$\equiv$	~	( ق ~ ل )
ص	ص	ص	
ك	ص	ك	
ك	ص	ك	
ك	ص	ك	

ب — تعريف اللزوم :

1 — بالسلب والفصل ، من أشهر التعريفات المنطقية وقد سبق أن أشرنا إليه في موضعين سابقين ، ويعتمد هذا التعريف على أن القول بأن القضية ( ق ) تستلزم القضية ( ل ) يساوى ويكافئ القول بالفصل بين ( ق ) في حالة كذبها و( ل ) في حالة صدقها . ونعبر عن ذلك بالصورة :

$$(36) (L \supset V) = (L \vee \sim V) \text{ تع.}$$

ويمكن أن يصير هذا التعريف دالة تكافؤ عندما نضع ثابت التكافؤ بين  
المعروف والمعروف :

$$(L \supset V) \equiv (L \vee \sim V)$$

ويمكن أن نثبت أن الدالة الأخيرة تحليلية ومن ثم صحة التعريف بقائمة  
صدق :

$L$	$V$	$\sim V$	$\equiv$	$L \supset V$
ص	ص	ك	ص	ص
ك	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص
				✓
				✓

2 — تعريف اللزوم بالوصل والسلب . قلنا بصدد الحديث عن دالة اللزوم  
أنه ان كان المقدم (  $V$  ) صادقاً فلا بد أن يصدق التالي ، ومعنى ذلك أنه لا  
يمكن أن يصدق (  $V$  ) و يكذب (  $L$  ) في آن واحد مما نعبر عنه بالصيغة  
 $\sim (V \cdot \sim L)$  .

ومن ثم يصبح تعريف اللزوم بالسلب والوصل :

$$(L \supset V) = \sim (V \cdot \sim L) \text{ تع.}$$

3 — تعريف ثالث للزوم ، وينشأ عن تصور التكافؤ الذى ينشأ بين الدالة  
وذاتها بعد أن نعكس مواضع المتغيرات ونجرى التعديل المناسب فالدالة

(36) Principia, P. 12.

(  $\supset$  ل ) لا تكافئ الدالة ( ل  $\supset$  و ) لمجرد تبديل مواضع المتغيرات ، وإنما تكافئ الدالة (  $\sim$  ل  $\supset$  و  $\sim$  ) . بمعنى أن قولنا ( و ) تستلزم ( ل ) يعادل القول بأن ( لا ل ) يستلزم ( لا و ) .

$$( \supset \text{ ل } ) = ( \sim \text{ ل } \supset \sim \text{ و } ) \text{ تع }$$

ويمكن أن نستدل من هذا التعريف على احدى صور مبدأ النقل Principle of transposition ، كما يرد في البرنكيبيا<sup>(37)</sup> :

$$( \supset \text{ ل } ) \equiv ( \sim \text{ ل } \supset \sim \text{ و } )$$

ونبرهن على صدق الدالة الأخيرة بقائمة صدق أيضاً هي :

$\supset$ ل	$\equiv$	$\sim$ ل	$\supset$	$\sim$ و
ص	ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص

✓

✓

ح - تعريف الفصل :

رغم أن الفصل أو الانفصال فكرة أولية تستخدم بالاضافة لفكرة السلب في تعريف بقية الدوال ، إلا أنه يمكننا استخدام بعض الأفكار التي قامت عليها التعريفات السابقة في تعريف دالة الفصل وبيان ذلك في التعريفين التاليين :

1 - تعريف الفصل بسلب الوصل بين نفى المقدم ونفى التالى :

$$( \vee \text{ ل } ) = \sim ( \sim \text{ و } . \sim \text{ ل } ) \text{ تع .}$$

(37) Principia. P. 14.

ونجتهد ثانية من جانبنا في بيان صحة هذا التعريف قبل محاولة اثباته بقائمة صدق . فبالنظر في التعريفات السابقة عرفنا أن :

$$(J \subset U) = \sim (J \supset U)$$

ونضيف  $(J \supset U) = \sim (J \subset U)$  نع .

$$\text{كما علمنا أن } (J \subset U) = \sim (J \supset U) \text{ .}$$

ويبحث العلاقة بين التعريفين الأول والثالث في ضوء التعريف الثاني ينتج أن :

$$(J \supset U) = \sim (\sim (J \supset U) \supset U) \text{ نع}$$

ونلاحظ أن المعرف هنا قريب جداً من الشق الثاني في التعريف الثالث  $\sim (J \supset U)$  ، وأضفنا من جانبنا ثابت السلب  $(\sim)$  خارج الأقواس بتعادل الصيغة مع ثابت الفصل . أما قائمة الصدق التي تثبت صحة الدالة كلها فهي :

$J \supset U$	$\equiv$	$\sim$	$(\sim U \supset J)$	$\cdot$	$\sim J$
ص	ص	ص	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ص
✓		✓			

2 — تعريف الفصل بلزوم قائم بين سلب المقدم والتالى ونعبر عنه رمزياً بالصيغة :

$$(J \vee C) = \sim (J \supset C) \text{ تع.}$$

ومن الملاحظ أن هذا التعريف جاء مقابلاً لتعريف اللزوم بسلب وفصل

$$(J \supset C) = \sim (J \vee \sim C)$$

ونبرهن على صحة التعريف بقائمة صدق :

J	C	$\sim$	$\equiv$	$J \vee C$
ص	ص	ك	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ك
				✓
				✓

د — تعريف التكافؤ :

التكافؤ دالة مشتقة من الدالات السابقة ، ومن ثم فهي تعنى تساوياً مادياً ومنطقياً بين دالتين ، ونتيجة لذلك فإن محاولة تعريف التكافؤ تؤدي بنا إلى دوال أكثر تركيباً من التعريفات السابقة ، ومن تعريفات التكافؤ :

1 — تعريف بتغيير مواضع المقدم والتالى فى القضية الشرطية المتصلة ، كقولنا<sup>(38)</sup> :

$$(J \equiv C) = (J \supset C) \cdot (C \supset J) \text{ تع.}$$

(38) Copi, Symbolic Logic, P. 40.



ونبرهن على صدق هذا التعريف باستخراج قيم صدق الوصل القائم بين  
القضيتين الشرطيتين :

ق	ل	≡	(ق ⊃ ل)	.	(ل ⊃ ق)
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص
	√			√	

2 — تعريف التكافؤ بالفصل بين قضيتي وصل مركبتين ، عناصر الأولى  
موجبة وعناصر الثانية منفية ، مما نعبر عنه بالصيغة :

$$(ل ≡ ق) = [(ل . ق) ∨ (ل ~ . ق ~)] \text{ تع. }$$

والبرهنة بقائمة صدق على صحة هذا التعريف تؤكد تطابق قيم الصدق بين  
التكافؤ في الدالة المعرفة [ ص ، ك ، ك ، ص ] وفي الوصل القائم في الدالة  
المعرفة مما يشير إلى أن التعريف يصلح دالة تحليلية بمجرد وضع ثابت التكافؤ  
بين شقي الدالة .

3 — تعريف التكافؤ بوصل قائم بين تعريفين لدالة اللزوم ، فقد سبق أن  
عرفنا التكافؤ أولاً بالربط بين قضيتي لزوم (ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق) ، ولما  
كان ق ⊃ ل ≡ ل ~ (ل ~ . ق ~) تع. ، فإن :

$$(ل ≡ ق) = (ل ~ . ق ~) ~ (ل ~ . ق ~) \text{ تع.}$$

ويمكن أن ينشأ التكافؤ بين المعرف والمعرف لتصبح دالة تحليلية كما يلي :

و ≡ ل	≡	- (و . ل)	.	- (ل . و)
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص
√		√		

كانت تلك أهم التعريفات التي يمكن أن تنشأ بين الدالات الأساسية لنظرية حساب القضايا ، والتي سوف تفيد منها النظرية في مرحلة لاحقة في بناء نسقها المنطقي ، بل تمتد وجوه الاستفادة منها إلى نظريات المنطق الأخرى حيث تعد هذه التعريفات — بعد التسليم بصحة الاجراءات التي قامت بناء عليها — حقائق منطقية .

وقد أدركنا من خلال اجراءات التعريف أنه يمكن تعريف بعض الثوابت المنطقية عن طريق بعضها البعض ، فيما عدا ثابت السلب ، فهو فكرة أولية في نظرية حساب القضايا نعرف بها أفكاراً أخرى بينما لا تقبل التعريف . كما أدركنا أنه يمكن اعتبار قائمة صدق كل ثابت منطقي بمثابة تعريف للثابت نفسه ، ومن ثم فكل تعريف ( معرف ) سبقت الإشارة إليه مكافئ للدالة المعرفة ( المعرف ) .

خامساً : تعدد المتغيرات في الدالة :

لاحظنا أن هناك دالة ذات متغير قضوى واحد مثل دالة التناقض ( ~ و ) ، كما أن هناك دالة ذات متغيرين مثل دوال الوصل والفصل واللزوم والتكافؤ . لكن تنشأ الحاجة لمزيد من المتغيرات إذا امتد تناول نظرية حساب

القضايا للتعبير عن استدلالات غير مباشرة بلغة رمزية ذلك أن مثل هذه الاستدلالات يحتوى على ثلاث قضايا أو أكثر ، يلزم للتعبير عنها رمزياً عدد من المتغيرات مساوياً لعدد القضايا ، مع وضع احتمالات اضافية بقيم الصدق الصادقة والكاذبة . ومن المعروف أنه كلما ازداد عدد المتغيرات فى الدالة أفقياً ازداد تبعاً لذلك الامتداد الرأسى لقيم صدق هذه الدالة . ففى حالة الدالة ذات المتغير الواحد ( و ) نستخدم قيمتين للصدق ( ص ، ك ) ، فان أصبحت الدالة ( و ~ و ) نستخدم قيمتين أيضاً هما ( ك ، ص ) . وفى حالة الدالة ذات المتغيرين مثل ( و C ل ) نستخدم أربع قيم صدق تغطى احتمالات الصدق والكذب وتطبق قاعدة الدالة فى كافة الحالات . وفى حالة القضية ذات المتغيرات الثلاثة نستخدم قائمة صدق تحتوى على ثمانية قيم للصدق تحت كل متغير ، فنحن أمام ثلاثة متغيرات لكل منها احتمال صدق وآخر كذب ولكل متغير علاقتين ببقية المتغيرات فينتج عن ذلك أن تشتمل قائمة الصدق على ثمانية صفوف :

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

ونعبر عن ذلك بالشكل التالى<sup>(39)</sup> :

و	ل	م
ص	ص	ص
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ص
ك	ص	ك
ك	ك	ص
ك	ك	ك

(39) Kneale. Development of Logic, P 532.

أما لو كنا بصدد دالة ذات أربعة متغيرات ، فإنا نصمم قائمة صدق نحتوي على ستة عشر قيمة صدق تحت كل متغير ، وتوزع قيم الصدق بحيث نضع تحت المتغير الأول ( و ) ثمانية احتمالات متوالية للصدق ومثلها للكذب ، ونضع تحت المتغير الثاني ( ل ) أربع قيم صادقة فأربع كاذبة لمرتين متواليتين ، ونضع تحت المتغير الثالث ( م ) قيمتي صدق صادقة ومثلها كاذبة حتى تبلغ ستة عشر قيمة أما المتغير الرابع ( ن ) فتوضع قيمة صدق صادقة وأخرى كاذبة حتى الصف السادس عشر .

و	ل	م	ن
ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص
ص	ص	ك	ص
ص	ك	ص	ص
ص	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ك
ك	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ك
ك	ك	ك	ك
ك	ك	ك	ك

ونستطيع أن نكتشف طبيعة العمل في قوائم الصدق بالنظر إلى الأشكال الداخلية فالشكل الأول يضم احتمالين ( ص ، ك ) ، ويضم الشكل الثاني أربعة احتمالات ، ويضم الشكل الثالث ثمانية احتمالات وهكذا حتى نصل إلى الاحتمالات الستة عشر .

$$\text{احتمالان ( ص ، ك ) } = 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

وبالنظر في قائمة الصدق جميعها نستنتج أن احتمالاً واحداً لا يتكرر في الصفوف الأفقية التي تشير إلى علاقة المتغيرات بعضها ببعض ، ففي الصف الأفقي الأول أربع قيم صادقة ، وفي الصف الأخير أربع قيم كاذبة وبين هذا وذلك يتضاءل عدد قيم بعينها ليحل محله عدد قيم مقابلة لها بحيث لا نجد صفاً يماثل صفاً آخر في نوع القيم أو مواضعها .

#### سادساً : مجال عمل الثوابت :

يتعلق تحديد مجال الثوابت ببيان فاعلية كل ثابت وتأثير قاعدته على مجموعة من المتغيرات والثوابت التي تندرج تحته ، وكذلك علاقته بالثابت الرئيسي الذي ينطوي تحته . وتنشأ أهمية هذا الموضوع مع تعدد الثوابت في الدالة الواحدة بالقدر الذي يمكن أن ينشأ معه خلط من جانبنا تجاه دور كل ثابت<sup>(40)</sup> .

وقد اهتم المناطق بتحديد مجال عمل كل ثابت فاستعانوا بالنقاط — كما فعل « رسل » و « هوايتهد » في البرنكيا — بالإضافة لبعض الحواصر البسيطة ، إلى أن توصلوا إلى صيغة تكاد تكون موضع اتفاق بصدد نوع الأقواس المستخدمة وطريقة استخدامها .

إننا لا نجد صعوبة في تحديد مجال ثابت كالسلب في الصيغة ( ~ ) ، فهي دالة تعني أن « ~ » كاذبة ، لكن يختلف الأمر عندما نواجه قضية مركبة من قضيتين مثل : « من الكذب أن تكون الخطة طموحة والموارد قليلة » .

(40) Strawson, Op. Cit., PP. 64-65.

فإن عبرنا عنها بطريقة رمزية بقولنا :

~ ( ل ، و )

كان تعبيراً رمزياً غير دقيق ، لأنه لا يحدد ما إذا كان المقصود أن طموح الخطة هو أمر كاذب بينما نرى أن الموارد قليلة أم أن المقصود أن نحكم بالكذب على طموح الخطة وقلة الموارد معاً . لكي نكتب الدالة المطلوبة في صورة دقيقة علينا أن نستخدم الأقواس بطريقة تحدد مجال عمل الثوابت فنقول :

~ ( ل ، و )

حيث ينصب السلب على القضية المركبة وليس على أحد عناصرها . وإن أردنا سلب القضية الأولى وتقرير الثانية نكتب الدالة هكذا :

( ~ و ) . ل

ولننظر في الصيغة : [ ( و ⊂ ( ل ∨ م ) ) ] ، لنجد أنها تحديد معين لمجال ثابتي اللزوم والفصل بدلاً من كتابتها هكذا : و ⊂ ل ∨ م . وإن أعدنا ترتيب الثوابت فالاختلاف لا يتوقف عند إعادة الترتيب بل يمتد إلى موضع الأقواس ، لنقارن الدالتين :

[ ( و ∨ ( ل ⊂ م ) ) ]

[ ( و ∨ ل ) ⊂ م ]

فنجد أن تغير مجال الثوابت يترتب عليه اختلاف المعنى الوارد في الدالة كلها<sup>(41)</sup> .

وبيان ذلك أننا نفصل في الدالة الأولى بين ( و ) ودالة اللزوم بعنصرها ( ل ، م ) ، بينما نذهب في الدالة الثانية إلى أن الفصل بين ( و ، ل ) يستلزم ( م ) .

(41) Ibid., P. 65.



للأقواس دور هام في صياغة دوال وتعريفات واستدلالات المنطق الرمزي ،  
والأقواس أنواع عديدة أبسطها هو ( ..... ) ، ويحتويه قوس أكبر  
[ ..... ] ونربط بينهما هكذا : [ ( ) ( ) ] ، ثم هناك نوع ثالث  
يتضمن النوعين السابقين هو { .... } ، ويحتوى ما سبقه من أقواس هكذا :

$$\{ [ ( ) ( ) ] [ ( ) ( ) ] \}$$

وان تكرر استخدام مزيد من الثوابت لجأنا إلى استخدام مزيد من الأقواس  
لكي تحدد المعنى وتساعد على كشف طبيعة العلاقة بين عناصر الدالة المطولة ،  
وقد اتفق المناطقة على نظام للأقواس يأتى على هذا الترتيب<sup>(42)</sup> :

$$\langle \{ | < \{ [ ( ) ] \} > | \} \rangle$$

وإذا كنا نتحكم في دور الثوابت داخل بناء الدالة بالأقواس ، فإن ثابت  
السلب في أحد استخداماته ينأى على ذلك ، وذلك عندما يوضع خارج  
أقواس الدالة فينصب النفي في هذه الحالة على الثابت الرئيسى أى على الدالة  
كلها وهنا يلعب الثابت دوراً لا يقل خطورة عن الأقواس وان كانت خطورته  
قد اكتسبها من استخدام الأقواس ذاتها .

(42) Terrell, D. & Baker, R. Exercises In Logic, P. 90.

## الفصل الثالث

### حساب القضايا والقياس الشرطى



## الفصل الثالث

### حساب القضايا والقياس الشرطي

#### مقدمة :

تهدف نظرية حساب القضايا إلى إقامة علاقات منطقية بين مختلف الدالات ، كما تهدف إلى تناول الاستدلالات بكافة أشكالها في صورة رمزية للكشف عن مدى إتساقها ومن ثم صوريته وصحتها ، وتهدف أخيراً إلى تحديد الدالات التي يمكن اعتبارها قضايا تحليلية في نسق حساب القضايا وينطوي الهدف الأخير على أمرين : ما القضايا التحليلية ، وما عناصر النسق الاستنباطي .

تناولنا الهدف الأول للنظرية في الفصل الثاني ، ونتناول في الفصل الحالي محاولات التعبير عن الاستدلال — وبخاصة القياس الشرطي بكافة أنواعه — بصورة رمزية ثبت صدقها واتساقها استناداً إلى قوائم الصدق . أما الهدف الثالث فيستغرق فصلين قادمين .

نناقش هنا تناول « حساب القضايا » للاستدلال في صورة رمزية ، وتطبيقه على القياس الشرطي ، أما القياس الحلمي الاقتراني فترجيء تناوله حتى نعرض لنظرية « دالات القضايا » .

تنقسم الأقيسة الشرطية إلى عدة أنواع ، تتحدد طبيعة كل نوع بناء على تركيب مقدماته والعلاقة بينها<sup>(1)</sup> . فهناك القياس الشرطي المتصل الخالص تكون مقدماته ونتيجته قضايا شرطية متصلة ، وهناك القياس الشرطي المنفصل الخالص وتأتي مقدماته ونتيجته قضايا شرطية منفصلة . ثم هناك القياس

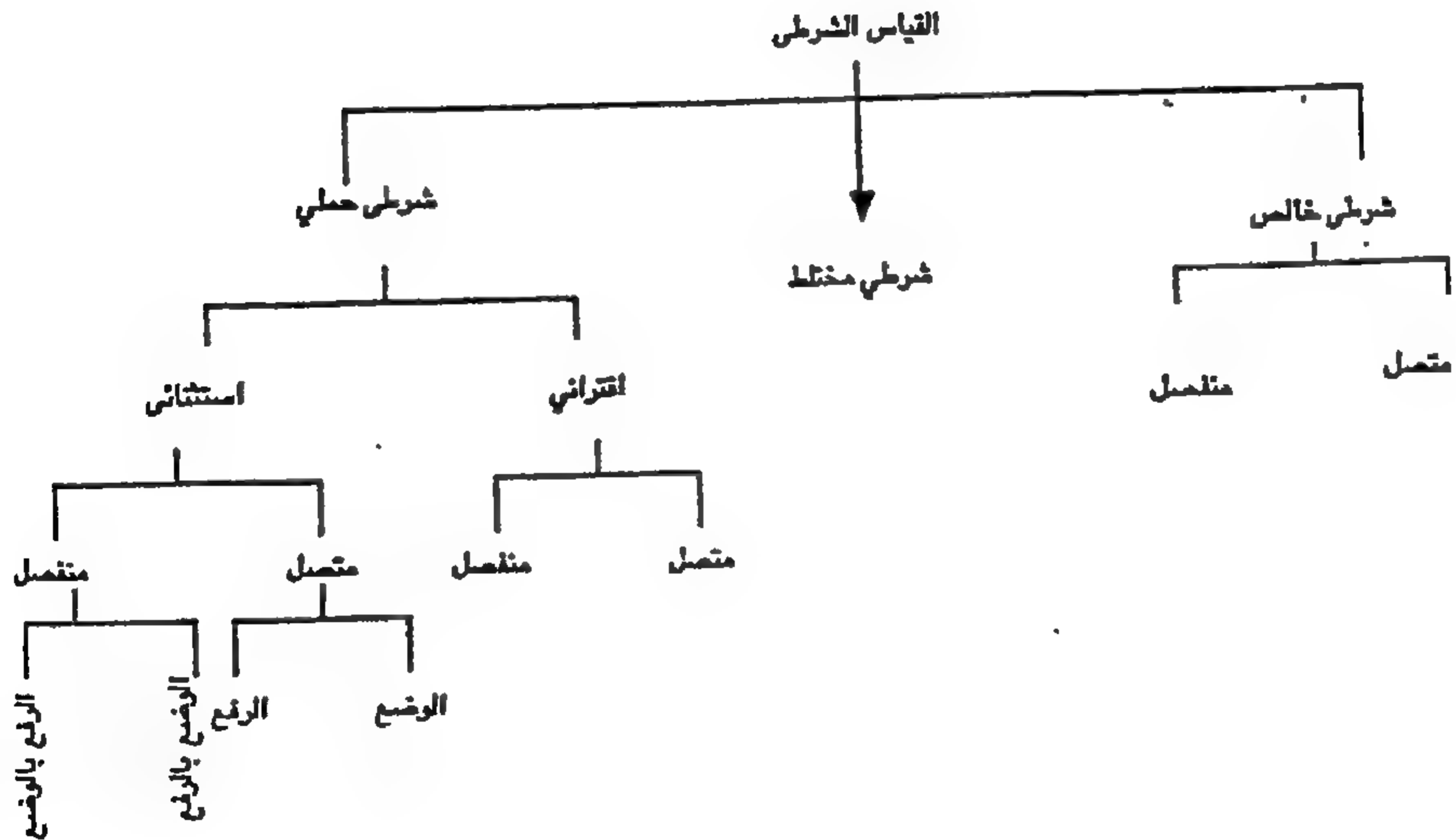
(1) انظر : على مامي النشار : المنطق الصوري ، ص 457 .

عزمي اسلام : الاستدلال الصوري ، ج 1 ، ص 182 .

الشرطى المختلط ويتكون من مقدمتين شرطيتين احدهما منفصلة والاخرى متصلة ، وتكون النتيجة بالتالى إما شرطية متصلة أو شرطية منفصلة .

وهناك من ناحية ثانية قياس شرطى حملى ، وسمى حملياً لأنه يتكون فى العادة من مقدمتين احدهما — الكبرى فى غالب الأمر — شرطية متصلة أو منفصلة ، والاخرى حملية ، أما النتيجة فتأتى شرطية متصلة أو منفصلة . لكن نلاحظ أنه إذا جاءت القضية الحملية حملية عادية كان القياس اقترانياً ، وإذا جاءت حملية استثنائية كان القياس استثنائياً .

سنعرض للأنواع السابقة بمثال على كل نوع ، ثم نصوغه صياغة رمزية ونحاول التأكد من صحته باستخدام قوائم الصدق .



أولاً : القياس الشرطى الخالص : Pure Hypothetical Syllogism

وينقسم إلى نوعين كما أشرنا : شرطى متصل خالص ، وشرطى منفصل خالص .

1 - الشرطى المتصل الخالص :

ويتكون من مقدمتين شرطيتين متصلتين ونتيجة شرطية متصلة ، ويأتى على أربع صور ، نكتفى بعرض صورة واحدة والبرهنة عليها بقائمة صدق .

كلما كان الإيمان موجوداً عاش الناس فى رضا  
وكلما كانت الفطرة سليمة كان الإيمان موجوداً

---

∴ كلما كانت الفطرة سليمة عاش الناس فى رضا

نعبر عن هذا المثال بالمتغيرات التقليدية التى نرمز فيها للقضية الواحدة بمتغيرين ، فيصبح كالتالى :

كلما كان ا هوب كان ح هو ء  
وكلما كان س هو ص كان ا هوب

---

∴ كلما كان س هو ص كان ح هو ء

بالنظر إلى هذا القياس يتضح أننا حيال قياس من الشكل الأول ( الضرب الأول ) يتخذ صورة شرطية ، يحتوى المقدم فيها على عنصرين ( موضوع ومحمول ) وكذلك التالى ، ونشير فيها إلى كل حد بمتغير خاص به ، إلا أن المنطق الرمزى تخطى هذه الصياغة ووضعها لنا فى صورة أكثر بساطة يشير المتغير الواحد فيها إلى قضية بعنصرها ( الموضوع والمحمول معاً ) ، وهنا نعبر عن القياس السابق هكذا :



$$\begin{array}{c}
\text{و} \subset \text{ل} \\
\text{م} \subset \text{و} \\
\hline
\therefore \text{م} \subset \text{ل}
\end{array}$$

ونصوغ هذا القياس في صورة منطقية حديثة باستخدام الأقواس كما يلي :

$$[(\text{و} \subset \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{و})] \subset (\text{م} \subset \text{ل})$$

ونلاحظ على الدالة الأخيرة أننا أضفنا ثابت الوصل بين المقدمتين لأننا نعطف المقدمة الثانية على الأولى بواو العطف . كما وضعنا المقدمتين داخل قوس كبير بحيث يربط ثابت الوصل بين نتيجة اللزومين الأول والثاني . كما يلاحظ أننا أضفنا ثابت لزوم [  $\subset$  ] بين المقدمتين والنتيجة ليعبر عن طبيعة الانتقال من المقدمات إلى النتائج في مثل هذا النوع من الاستدلالات . ونتأكد من صدق الدالة السابقة بوضعها في قائمة صدق. لنلاحظ قيم الصدق الواردة تحت الثابت الرئيسي وهو ثابت اللزوم الثالث .

و	ل	•	م	و	ل	م	و	ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ك

ولكى نستخرج قيم صدق الثابت الرئيسى قمنا باجراء ما يلى :

— وضع الاحتمالات المختلفة ( صدق ، كذب ) للمتغيرات الثلاثة بواقع ثمانية احتمالات لكل متغير حسب الترتيب التالى ، أربعة احتمالات صدق وأربعة احتمالات كذب للمتغير ( و ) . احتمالان للصدق ومثلهما للكذب للمتغير ( ل ) ، ثم احتمال صدق واحتمال كذب على التوالى للمتغير ( م ) .

— استنتاج قيم صدق دالات اللزوم : الأولى بين ( و ، ل ) ، والثانية بين ( م ، و ) ، والثالثة بين ( م ، ل ) ، طبقاً لقاعدة اللزوم « تصدق الدالة فى كل الحالات ماعدا حالة صدق المقدم وكذب التالى » .

— استنتاج قيم صدق دالة الوصل التى تربط بين المقدمتين ( بين نتيجة اللزوم الأول ونتيجة اللزوم الثانى ) طبقاً لقاعدة دالة الوصل التى تصدق فى حالة صدق عنصريها معاً وتكذب فيما عدا ذلك .

— استنتاج قيمة صدق دالة اللزوم الثالث — وهو الثابت الرئيسى فى القياس — بين الوصل واللزوم الرابع ، لتظهر كل قيم الصدق تحته صادقة مما يؤكد صدق الدالة وصدق القياس بمعنى أدق واتساق مقدماته مع نتيجته .

## 2 — الشرطى المنفصل الخالص :

وهو قياس يتكون من قضيتين شرطيتين منفصلتين ، ونتيجته شرطية منفصلة أيضاً ، وله عدة صور منها هذه الصورة<sup>(2)</sup> :

ا إما ب أو ح

ا إما ب أو د

---

ا إما ح أو د

(2) عن سامى النشار : المنطق الصورى ، ص 458 .

وقارن عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، ج 1 ، ص 183 .

وما أن نصوغ هذا النوع من الأقيسة ونحاول أن نتأكد من سلامته واتساقه إلا وتواجهنا صعوبة إثبات ذلك ؛ ذلك أن صورته الرمزية ان اعتمدنا على الفصل الضعيف وهى :

$$[(L \vee V) \cdot (M \vee V)] \subset (L \vee M)$$

يصدق الثابت الرئيسى فى جميع حالاته إلا حالة واحدة يكذب فيها وهنا تصبح الدالة حادثة .

وإن اعتمدنا فى صياغته على الفصل القوى وكانت دالته :

$$[(L \wedge V) \cdot (L \wedge M)] \subset (L \wedge M)$$

فإن هذه الدالة تكذب لمرة واحدة تحت الثابت الرئيسى ، ونفس الأمر يحدث ان طبقنا دالة الشطب أو التنافر<sup>(3)</sup> ، التى تقول بأنه من الكذب أن نقول بصدق قضيتين (L ، V) معاً ونعبر عنها رمزياً - (L · V) وحينئذ تصبح الدالة :

$$[\sim (L \cdot V) \cdot \sim (M \cdot V)] \subset \sim (L \cdot M)$$

(3) اقترح « شفر » Sheffer على « رسل » رد فكرتى السلب والفصل الأوليتين إلى فكرة واحدة هى فكرة التنافر Incompatibility وصورة دالتها (L / V) وتقرأ من الكذب أن نقول بصدق القضيتين L ، V معاً ، ولكى تصدق دالة التنافر لابد أن تكذب القضيتان معاً أو احدهما على الأقل ، وتكذب الدالة إذا صدقت القضيتان . ومن ثم تصبح قائمة صدقها :

V	L	V / L
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ك	ص	ص
ك	ك	ص

وأحد معانى دالة التنافر وجود عناد أو تناقض بين القضيتين بحيث لا تصدقان معاً مطلقاً ، ومن ثم كان التعبير الرمزى عن الدالة بصورة أخرى - (L · V) ، ولو أقمنا قائمة صدق لجاءت قيم صدق السلب وهو الثابت الرئيسى هنا مطابقة للدالة السابقة .

وكذلك لو وضعنا دالة مشتقة من تعريف دالة الفصل بأنها ( ~ C م ) بحيث تصبح الدالة :

$$[ ( ~ C ل ) ، ( ~ C م ) ] \subset ( ~ C ل م )$$

فإن الدالة تكذب كذلك لمرة واحدة تحت الثابت الرئيسى فى الدالة وكل حالات الكذب ناشئة عن صدق المقدم وكذب التالى لأن الثابت الرئيسى ثابت لزوم والاستدلال قياسى .

ثانياً : القياس الشرطى المختلط :

ويتكون من مقدمتين شرطيتين ، إحداهما متصلة والأخرى منفصلة ، وتأتى النتيجة إما متصلة أو منفصلة . ونسوق عليه هذا المثال :

إما أن نبذل العرق أو أن تتخلف مصر  
إذا توافر الاخلاص بذلنا العرق

١ — إذا توافر الاخلاص فلن تتخلف مصر ( نتيجة متصلة )

٢ — إما أن يتوافر الاخلاص أو أن تتخلف مصر ( نتيجة منفصلة )

== وفى التقديم للطبعة الثانية لبرنكيا نجد محاولة ناجحة لرد دالات الصدق الأربعة [ التناقض — اللزوم — الفصل — الوصل ] ، واعتمد البرنكيا فى ذلك على مقال لـ « نيكود » وصاغها كتعريفات هى :

1	= ~ C	C /	تع
2	= C C	C ~ /	تع
3	= C C	C ( C / )	تع
4	= C V	C ~ /	تع
5	= C V	C ( C / ) ( C / )	تع
6	= C .	C ( C / ) ~	تع
7	= C .	C ( C / ) ( C / )	تع

ومحاولة التحقق من هذه التعريفات بقائمة صدق يثبت أنها جميعاً دوال تحليلية .

راجع : Principia, P. XVI

وإن عبرنا عن هذا القياس بلغة حساب القضايا يصبح :

$$\begin{array}{r} \text{و} \vee \text{ل} \\ \text{م} \subset \text{و} \\ \hline \therefore \text{م} \subset \text{ل} \\ \text{أو} \text{م} \vee \text{ل} \end{array}$$

إلا أن محاولة وضع هذه الصورة القياسية في دالة والبرهنة عليها بقائمة صدق يكشفان عن كذب بعض قيم صدق الثابت الرئيسى وهو اللزوم الثانى فى الدالة ، سواء برهنا على القياس بنتيجته المتصلة :

$$[(\text{و} \vee \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{و})] \subset (\text{م} \subset \text{ل})$$

أو برهنا عليه بنتيجته المنفصلة :

$$[(\text{و} \vee \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{و})] \subset (\text{م} \vee \text{ل})$$

وهنا نعبر عن قضايا الفصل الواردة بالدالتين بثابت الفصل القوى مرة ، كما نعبر عنها بدالة التنافر مرة ثانية ، وسنلاحظ حينئذ صدق جميع الدالات فى صورتها الجديدة وهى :

$$[(\text{و} \wedge \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{و})] \subset (\text{م} \subset \text{ل})$$

$$[(\text{و} \wedge \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{و})] \subset (\text{ل} \cdot \text{م})$$

$$[\sim (\text{و} \cdot \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{و})] \subset (\text{م} \subset \text{ل})$$

$$[\sim (\text{و} \cdot \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{و})] \subset (\text{ل} \cdot \text{م})$$

ونكتفى بالبرهنة على دالتين فقط من بينهما بقوائم الصدق : الثانية والثالثة :

( ل . م ) ~	⊂	( م ⊂ و )	•	( ل Λ و )
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ك

x

✓

x

~ ( ل . و )	•	م ⊂ و	⊂	• ⊂ ~ ل
ك	ك	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص

x

✓

x



### ثالثاً : القياس الشرطى الحملى الاقترانى :

وهو قياس يتكون من مقدمتين احدهما حملية والأخرى شرطية ، والمقدمة الشرطية إما أنها متصلة أو منفصلة . ومن ثم ينقسم هذا القياس إلى نوعين : ( اقترانى متصل ، واقترانى منفصل ) ولكل نوع عدة صور ، سنكتفى بعرض مثال لكل نوع مع محاولة صياغته بلغة حساب القضايا والبرهنة عليه بقائمة صدق .

#### ١ - القياس المتصل :

ونقصد به النوع الأول الذى يتكون من مقدمتين كبراهما حملية والصغرى شرطية متصلة ، والنتيجة شرطية متصلة :

كل ا هو ب  
إذا كانت ح كانت ا

---

∴ إذا كانت ح كانت ب

وعند محاولة نقل هذا القياس إلى دالة بلغة نظرية حساب القضايا نتوقف بعض الوقت أمام المقدمة الحملية ، هل نصوغها دالة لزومية على أساس أن حساب القضايا يرد القضية الكلية الموجبة إلى صيغة شرطية :  $(\text{ق} \supset \text{ل})$  ، أم نصوغها كقضية تكافؤ حيث أن ( ا ) هو عين ( ب ) ونرمز لها بالدالة  $(\text{ق} \equiv \text{ل})$  . لنحاول البرهنة على صدق الأمرين :

لنأخذ بالاحتمال الأول ونصوغ القضية الحملية قضية لزوم

$[(\text{ق} \supset \text{ل}) \cdot (\text{م} \supset \text{ق})] \supset (\text{م} \supset \text{ل})$

ونبرهن على الدالة القياسية كلها بقائمة صدق :

[illegible]

أما ان أخذنا بالاحتمال الثاني واعتبرنا القضية الحملية ( الكلية موجبة ) دالة تكافؤ (  $\varphi \equiv \psi$  ) ، تصبح دالة القياس :

$$(J \subset M) \subset [(U \subset M) \cdot (J \equiv U)]$$

وتصدق كل قيم الصديق الواردة تحت الثابت الرئيسى فى الدالة وهو ثابت اللزوم الثانى .

[illegible]

## ب - القياس المنفصل :

ونقصد به النوع الثاني الذي يتكون من مقدمتين كبراهما جمالية والصغرى

**شرطية منفصلة والنتيجة شرطية منفصلة :**

$\sim \equiv \sim$   
 كل و هو ا  
 ص ا هو ب  
 ص  


---

 $\sim$  ل  
 ص  
 $\therefore$  و هو ب  
 ص

ويمكن أن ننقل الصورة الرمزية السابقة إلى صورة دالة بلغة نظرية حساب القضايا مع ملاحظة أننا أبقينا على توزيع احتمالات قيم الصديق للمتغيرات  $u$  ،  $l$  ،  $m$  ،  $n$  بنفس النسب التي تواضعنا عليها رغم تغير موضع هذه المتغيرات ، ونقترح من جانبنا الصيغة :

$$[(p \vee q) \equiv r] \subset [(p \vee q) \equiv s] \cdot [(s \equiv r)]$$

وأول ما نلاحظه على هذه الدالة أن جاءت أكثر تركيباً من الدوال السابقة ، وقد تعمدنا ذلك لكي نعبر بدقة عن الصورة الأصلية للقياس ، فلنحاول التأكد من صحة ما افترضناه :

ب ≡ ن . ن ≡ ج ( م )			ج	ب ≡ ن . ن ≡ ج ( م )	ب ≡ ن . ن ≡ ج ( م )		
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك
ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ك

3

2

1

5

4

6

7

تأتى قيم الصديق تحت الثابت الرئيسى — وهو ثابت اللزوم الوحيد بالدالة  
والذى يربط بين المقدمتين والنتيجة — صادقة جميعها وهذا يشير إلى أن الدالة  
تحليلية . وقد قمنا بالخطوات التالية للتأكد من سلامة القياس وصديق الدالة .

— وضعنا قيم صديق لكل متغير ( و ، ل ، م ، ن ) على الترتيب (8) قيم  
صديق ( ص ) و (8) قيم صديق ( ك ) للمتغير ( و ) ، ثم (4) قيم صديق  
( ص ) و (4) قيم صديق ( ك ) للمتغير ( ل ) ، ووضعنا (2) قيمة صديق  
( ص ) و (2) قيمة صديق ( ك ) للمتغير ( م ) ، ثم وضعنا أخيراً قيمة صديق  
واحدة ( ص ) وأخرى ( ك ) للمتغير ( ن ) على التوالى بحيث تبلغ قيم  
الصديق ( ص ، ك ) تحت كل متغير (16) قيمة صديق .

— قمنا بالاجراء رقم (1) وهو التكافؤ بين ( و ، ن ) طبقاً لقاعدة دالة  
التكافؤ ، ثم اجراءات الفصل (2) فى المقدمة الثانية ، والفصل (3) فى النتيجة  
طبقاً لقاعدة دالة الفصل .

— استخراج قيمة التكافؤ (4) الناشئ بين ( و ) وقضية الفصل  
( ل ٧ م ) فى المقدمة الثانية . وكذلك استخراج قيمة التكافؤ (5) فى النتيجة  
بين ( و ) وقضية الفصل ( ل ٧ م ) .

— استخراج قيمة علاقة الوصل بين المقدمتين وهو الاجراء (6) .

— القيام بالاجراء (7) وهو تحديد قيم الصديق تحت الثابت الرئيسى  
( اللزوم ) بين نتيجة الوصل بين المقدمتين والتكافؤ بين عنصرى النتيجة .

وهكذا ننتهى من عرض نماذج لأنواع القياس الاقترانى التى تبلغ خمسة  
أنواع هى : القياس الشرطى الخالص بنوعيه المتصل والمتفصل والقياس الشرطى  
المختلط ثم القياس الشرطى الاقترانى بنوعيه المتصل والمتفصل . بقى أن نعرض  
فى مقابل تلك الأنواع للقياس الاستثنائى .

رابعاً : القياس الشرطي الحمل الاستثنائي :

وينقسم هو الآخر إلى نوعين أساسيين : استثنائي متصل ، واستثنائي منفصل .

( ١ ) القياس الاستثنائي المتصل :

يتكون من مقدمتين كبراهما شرطية متصلة والصغرى حملية استثنائية والنتيجة حملية ، ويأتى على صورتين :

١ — صورة الاثبات فى حالة الوضع أو الوضع بالوضع Ponendo Ponens وتأتى المقدمة الصغرى فيها مثبتة للمقدم ، ومن ثم فالنتيجة مثبتة للتالى<sup>(4)</sup> .

2 — صورة نفي المقدم فى النتيجة وتسمى حالة الرفع بالرفع Tollendo tollens وتأتى المقدمة الصغرى فيها نافية للتالى ، ومن ثم فالنتيجة نافية للمقدم .

لنبداً بالصورة الأولى :

إذا سطعت الشمس غردت الطيور  
لكن الشمس ساطعة

---

∴ الطيور تغرد

نلاحظ على هذا النوع من القياس أن المقدمة الصغرى فيه والنتيجة مكرران فى المقدمة الكبرى ، ومن ثم ليس لدينا إلا قضيتان ، بحيث تصلح دالة القضية ذات المتغيرين بلغة حساب القضايا لتأوله<sup>(5)</sup> :

$p \supset q$

$p$

---

∴  $q$

(4) Cohen & Nagel, An Introduction to Logic, P. 102.

(5) Copi, Introduction to Logic, P. 293.



وصورته على هيئة دالة هي  $[ ( \text{ق} \supset \text{ل} ) . \text{ق} ] \supset \text{ل}$  ، ويمكن البرهنة على صدق هذه الدالة بقائمة صدق .

ق	ل	ق	ل	ق
ص	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ك	ص

وصيغة الدالة Modus Ponens هي إحدى قواعد الاستدلال الهامة لا نعرضها هنا لبدايتها فقط أو لأنها صيغة تحليلية ، وإنما يستخدمها المنطقة كقاعدة توجه استدلالنا ، ذلك أن التسليم بقضية لزوم  $( \text{ق} \supset \text{ل} )$  مع إثبات المقدم  $( \text{ق} )$  يلزم عنه التسليم بالتالي  $( \text{ل} )$  .

ونلاحظ على هذا النوع من القياس أنه يجرى على وتيرة واحدة هي أن وضع المقدم ( اثباته ) ينتج عنه وضع التالي ، وليس العكس ، وبيان ذلك المثال<sup>(6)</sup> :

إذا كان هذا إنساناً فهو حيوان  
لكنه حيوان

لا إنتاج

ونضع هذا القياس في صورة دالة :

$[ ( \text{ق} \supset \text{ل} ) . \text{ق} ] \supset \text{ل}$

(6) عبد الرحمن بدوي : المنطق الصوري ، ص 218 .

لنجد أن ثابت اللزوم الرئيسى لا يصدق فى كل حالاته فالقياس غير منتج .  
وعلة فساد هذا القياس فى صورته التى تخالف حالة الوضع بالوضع ، أننا نسلم  
فى القاعدة الاستدلالية بأن الكل ( ق ) يستلزم الجزء الذى يندرج تحته  
( ل ) ، فان سلمنا باثبات الأول سلمنا باثبات التالى ، أما ان عكسنا هذا  
الوضع وأثبتنا التالى وهو الجزء ( ل ) فى المقدمة الصغرى فان ذلك ينطوى على  
مخاطرة التسليم باحتواء الجزء للكل ان توقعنا أن يأتى قياسنا منتجاً .

أما الصورة الثانية وهى حالة نفى المقدم فى النتيجة فهى صورة الرفع  
بالرفع ، ولنضرب مثلاً عليها :

إذا عزف أحمد على البيان    غردت الطيور  
لكن الطيور لا تغرد

---

∴ أحمد لا يعزف على البيان

ومن البديهي أن المنطق لا يعنى بمضمون القضايا وإنما بصورتها ، ونحن إذ  
نقدم أمثلة ذات مضمون فذلك لبيان فكرة اللزوم فى القياس . لذا يمكن التعبير  
عن المثال السابق بصورة تحوى متغيرات :

إذا كان أ هو ب    كان ح هو د  
لكن ح ليس د

---

∴ أ ليس ب

ويمكن التعبير عن نفس المثال بصورة دالة :

$$[(L \supset V) \supset (L \supset \sim V)]$$

ونتأكد من صحة الدالة بقائمة صدق :

$\sim V$	$\supset$	$L$	$\sim L$
ك	ص	ك	ك
ك	ص	ك	ص
ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص

جاءت جميع قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى ( اللزوم الثانى ) صادقة ،  
فالدالة صحيحة والقياس منتج . أما فى حالة مخالفة القاعدة التى يشير إليها  
القياس بأن نحاول نفى مقدم القضية الشرطية (  $V$  ) بحيث تصبح المقدمة  
الصغرى (  $\sim V$  ) وتصبح النتيجة (  $\sim L$  ) فان القياس غير منتج . وبيان  
ذلك أن البرهنة من خلال قائمة صدق على صحة الافتراض الأخير الذى تعبر  
عنه الدالة<sup>(7)</sup> :

$$[(L \supset V) \supset (L \supset \sim V)]$$

ثبت أنها دالة تركيبية .

وعلة ذلك ببساطة أننا ان سلمنا بكذب الكل ( المقدم فى القضية  
الشرطية ) فلا يلزم عن ذلك أن نسلم بكذب جميع الأجزاء المندرجة تحته  
( التالى فى القضية الشرطية ) :

(7) Copi, Op. Cit., P. 295.

ق	ج	ل	ق ~ .	ج	ل ~
ص	ص	ك	ك	ص	ك
ك	ك	ك	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص

### ب - القياس الاستثنائي المفصل :

يتكون هذا القياس من مقدمتين كبيراهما شرطية منفصلة والصغرى حملية استثنائية والنتيجة قضية حملية ، ويأتى هذا النوع من القياس على صورتين :

#### 1 - صورة الرفع بالوضع Ponendo tollens .

قياس يتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الكبرى شرطية منفصلة ، والمقدمة الثانية حملية استثنائية تثبت أحد البديلين في المقدمة الكبرى . وتأتى النتيجة نافية للبديل الآخر<sup>(8)</sup> . وثمة مثال شهير على هذه الصورة :

إما أن يكون العالم حادث أو أنه قديم  
لكن العالم حادث

---

∴ العالم ليس قديماً

ونعبر عنه بلغة المتغيرات هكذا :

إما أن يكون أ هو ب أو أ هو ح  
لكن أ هو ب

---

∴ أ ليس ح

(8) Greenstein. C. H., Dictionary of Logical Terms and Symbols, Item, "Modus Ponendo Tollens", P. 153.

ونصوغه كدالة بلغة حساب القضايا الرمزية :

$$J \sim C [ \text{و} , ( J \vee \text{و} ) ]$$

إلا أن محاولة البرهنة على صحة هذه الدالة تطلعتنا على كذب إحدى قيم الصدق الواردة تحت ثابت اللزوم وهو الثابت الرئيسي في الدالة مما يدل على أن ثمة خطأ في طريقة صياغتنا للدالة ، وأغلب الظن أن يتعلق بثابت الفصل الضعيف الوارد في المقدمة الكبرى الشرطية المنفصلة . لنستبدل الفصل القوى وعلامته (  $\Delta$  ) بالفصل الضعيف (  $\vee$  ) ونعيد صياغة الدالة :

$$J \sim C [ \text{و} , ( J \Delta \text{و} ) ]$$

مع الأخذ في الاعتبار ما تعنيه دالة الفصل القوى والتي تصدق في حالة اختلاف البدائل وتكذب في حالة اتفاقهما ، ولتأكد من قيمة التعديل المقترح بالحكم على الدالة من خلال قائمة صدق :

$J \sim$	C	و	$\Delta$	J	و
ك	ص	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ك	ك

ومن جهة ثانية يقترح « كوهن وناجل » تعديل صيغة دالة الفصل في القياس الأول (  $J \vee \text{و}$  ) لتصبح « ليس و ، ل معاً » [  $\sim ( \text{و} , J )$  ] وكأنهما بذلك يستخدمان دالة الشطب أو التنافر ، فلتأكد من صحة الدالة كما اقترحاها<sup>(9)</sup> :

(9) Cohen & Nagel, Op. Cit., PP. 102-3.

~	و	.	ل	.	ح	~ ل
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص
X	=	X	=			=

تصدق الدالة في صورتها المعدلتين عندما استخدمنا الفصل القوى وعندما أخذنا باقتراح « كوهن وناجل » باستخدام دالة الشطب ، مما يدل على عمق الفصل القائم بين البديلين في الشرطية المنفصلة بحيث أن اختيار أحدهما يعنى التخلي تماماً عن الآخر . ويرتبط في رأينا بهذا التباين الناشئ بين عنصرى الشرطية المنفصلة أمراً لم يتوفر بين عنصرى الشرطية المتصلة ، ونعنى به هنا قابلية الدالة الحالية لأن نستبدل القضية الحملية ( المقدمة الصغرى ) بحيث تثبت حداً آخر ، فبدلاً من الصيغة السابقة :

$$J \sim C[\psi, (J, \psi) \sim]$$

نقترح :

$$\psi \sim C[\psi, (\psi, \psi) \sim]$$

ولنتأكد من صحتها :



~	و	ل	.	ل	ح	- و
ك		ك	ص	ص	ص	ك
ص		ك	ك	ك	ص	ك
ص		ص	ص	ص	ص	ص
ص		ك	ك	ك	ص	ص
			×		✓	×

الدالة صحيحة اذن ومنتجة وهذا يثبت صدق ما ذهبنا إليه من اختلاف في طبيعة نوعي القياس الاستثنائي ، وينشأ هذا الاختلاف عن صورة المقدمة الشرطية في كل منهما وفي المثالين اللذين أقمنا بينهما مقارنة على الأقل .

## 2 - صورة الوضع بالرفع Tollendo Ponens

قياس يتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الكبرى شرطية منفصلة ، والمقدمة الصغرى حملية استثنائية تنفي أحد البديلين في المقدمة الكبرى ، بينما تثبت النتيجة البديل الآخر<sup>(10)</sup> . ومثالنا على هذا القياس :

اما أن يكون ا هو ب أو يكون ح هو د  
لكن ا ليس ب

∴ ح هو د

ويمكن أن نعبر بلغة حساب القضايا الرمزية عن هذا القياس بدالتين احدهما تحتوى على الفصل الضعيف والأخرى تحتوى على الفصل القوي في تصوير المقدمة الكبرى :

(10) Greenstein, Op. Cit., P. 128 & P. 153.

الأولى :  $J \vee (J \vee \neg J) \supset J$

الثانية :  $J \supset (J \wedge \neg J) \supset \neg J$

تصدق الدالتان عندما نضعهما في قائمة صدق ، إلا أننا لو حاولنا استخدام دالة التناظر ( الشطب )  $\sim$  (  $J \vee \neg J$  ) ، في التعبير عن المقدمة الكبرى في هذه الحالة فسنجد أن دالة القياس الناتجة دالة تركيبية .

لنحاول أن نعبر عن صورة الوضع بالرفع بحيث تأتي المقدمة الصغرى تكراراً للبديل الثاني في القضية الشرطية المنفصلة ، ومثال ذلك :

إما أن يكون  $a$  هو  $b$  أو يكون  $c$  هو  $d$   
لكن  $c$  ليس  $d$

∴  $a$  هو  $b$

الصورة الرمزية لهذا القياس هي :

$J \vee (J \vee \neg J) \supset J$

أو :

$J \supset (J \wedge \neg J) \supset \neg J$

تصدق الدالتان أيضاً عند محاولة البرهنة على صدقهما وصحتهما باستخدام قوائم الصدق ، ونكتفي بالبرهنة على دالة واحدة منهما :

$J$	$\neg J$	$J \vee \neg J$	$J$	$\neg J$
ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ك

ونختتم هذه الفقرات عن القياس الحملى الاستثنائي بشقيه المتصل والمنفصل بمحاولة صياغة القواعد الصورية التي يخضع لها ، نلخص بها ما سبق لنا تفصيله ولنستعن بها في فصول تالية من هذا الكتاب وبخاصة ما يتعلق من هذا الفصول بالاستنباط .

نوع القياس	صحيح	فاسد
1 — الوضع بالوضع	إذا كان ( و ) كان ( ل ) لكن ( و ) ∴ ( ل )	إذا كان ( و ) كان ( ل ) لكن ( ل ) ∴ ( و )
2 — الرفع بالرفع	إذا كان ( و ) كان ( ل ) لكن ليس ( ل ) ∴ ليس ( و )	إذا كان ( و ) كان ( ل ) لكن ليس ( و ) ∴ ليس ( ل )
3 — الرفع بالوضع	ليس ( و ) و ( ل ) معاً لكن ( و ) ∴ ليس ( ل )	اما ( و ) أو ( ل ) لكن ( و ) ∴ ليس ( ل )
4 — الوضع بالرفع	اما ( و ) أو ( ل ) لكن ليس ( و ) ∴ ( ل )	ليس ( و ) و ( ل ) معاً لكن ليس ( و ) ∴ ( ل )

## الفصل الرابع

### الصيغ التحليلية في حساب القضايا



## الفصل الرابع

### الصيغ التحليلية في حساب القضايا

مقدمة :

وضع « فريجه » أصول نظرية حساب القضايا ، التي أخذت شكلاً متكاملًا في كتاب برنكيا . ومن المعروف أن أحد أهداف هذه النظرية عند مؤسسها ( فريجه ورسل وهوايند ) إقامة صيغ تحليلية أو قضايا تحصيل حاصل<sup>(1)</sup> . وتشكل تحصيلات الحاصل رصيذاً هاماً لنظرية من النظريات ؛ فهناك قضايا أولية تؤسس عليها أى نظرية ، وهناك أيضاً مبرهنات مشتقة منها ، والصلة بين الأولى والمشتق صلة وثيقة في المنطق ، ان سلمنا بالنوع الأول لبدايته أو صادرنا عليه فالتسليم بالقضايا المشتقة أمر لازم لزوماً منطقياً طبقاً لقواعد الاستدلال المعمول بها .

وثمة طرق للتحقق من أن دالة منطقية ما تعد صيغة تحليلية ، أشرنا إلى أحداها وتمثل في التعويل على قوائم الصدق ، وتدور بقية الطرق حول سبل رد المبرهنة إلى أصولها التي اشتقت منها . سنكتفى في هذا الفصل بالامام بطبيعة ما هو تحليلي مع الإشارة إلى نماذج من الصيغ التحليلية كم وردت عند بعض المناطق المعاصرين .

أولاً : صيغ قضايا المنطق :

هناك ثلاثة أنواع من الصياغات أو الدوال المنطقية وأساس التقسيم ينشأ عن النظر إلى نوع قيم الصدق التي ترد تحت الثابت الرئيسي في دالة منطقية تشملها قائمة صدق . فان جاءت قيم الصدق كلها صادقة كانت الدالة تحليلية ، وان جاءت جميع قيم الصدق كاذبة كانت الدالة متناقضة ، أما ان صدقت بعض قيم

(1) محمود زيدان : المنطق الرمزي ص 213 .

الصدق وكذب بعضها الآخر فالدالة حادثة أو تركيبية . سنفرد للنوع الأول مساحة أوسع لذلك نرجىء تناوله حتى نعرض للنوعين الآخرين .

### 1 - الصيغ المتناقضة : Contradictory

صيغ كاذبة كذباً منطقياً ، وتنشأ الصيغة أو الدالة المتناقضة عندما يربط الثابت الرئيسي في الدالة بين ثابتين آخرين أو أكثر ( تشير الثوابت الفرعية إلى قضايا عنصرية أو ذرية ) بحيث تأتى كل قيم الصدق تحت هذا الثابت كاذبة .

ونرى أن الاتيان بصيغة منطقية متناقضة ليس نتيجة عشوائية لخطوات غير دقيقة ، وانما يستلزم الامام بقواعد الاستدلال في المنطق بالاضافة إلى ادراك طبيعة اجراءات الثوابت المنطقية . وحجتنا على ذلك الصيغة :

$$[(p \supset q) \cdot (q \supset \sim p)]$$

هذه دالة وصل بين قضيتين ( قضية لزوم بين حدين ، وقضية وصل بين الحد الأول وسلب الثانى ) . نعرض أولاً لقائمة صدقها ثم نقوم بتحليلها :

ق	ص	ل	ق	ص	ل
ص	ك	ك	ك	ص	ك
ك	ك	ك	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ك
ك	ك	ك	ك	ص	ص

نعلم أن دالة الوصل تصدق في حالة صدق عنصريها معاً ، ونلاحظ أن قيم صدق دالة اللزوم ( ص ، ك ، ص ، ك ) بينما قيم ثابت الوصل الثانى هي على النقيض من القيم الأولى ( ك ، ص ، ك ، ك ) ، فان قمنا باجراء الوصل بينهما كانت قيم الدالة جميعها ( ك ، ك ، ك ، ك ) أى أنها دالة متناقضة .



لكننا ان اقترحنا الفصل [ سواء القوى منه أو الضعيف ] بدلاً من الوصل  
كربطة بين عنصري الدالة ؛ حصلنا على دوال أو صيغ تحليلية :

$$[(J \subset U) \vee (J \sim U)]$$

أو

$$[(J \subset U) \wedge (J \sim U)]$$

وعلينا أن نعيد النظر في الدالة المتناقضة التي سبق الإشارة إليها :

$$[(J \subset U) \cdot (J \sim U)]$$

نلاحظ أن تعديلاً يسيراً على القضية الثانية ، بالإضافة إلى تغيير ثابت  
الوصل إلى ثابت تكافؤ بين القضيتين العنصرين ، يجعلنا نحصل على دالة  
تحليلية :

$$[(J \subset U) \sim (J \sim U)]$$

والحقيقة أن الصيغة الأخيرة ما هي إلا تعريف اللزوم بالوصل والسلب  
الذي سبق أن سقناه في الفصل الثاني من هذا الكتاب .

لننظر في صيغة متناقضة جديدة :

$$[(J \sim C) \sim (J \subset C)]$$

وينشأ التناقض هنا من أنه لا تكافؤ بين قضية ونقيضها :

$(J \subset C)$	$\sim$	$(J \sim C)$	$\equiv$	$(J \subset C)$	$\sim$	$(J \sim C)$
ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك
ص	ك	ك	ك	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ك	ص

X

X

مثال أخير على الدالة المتناقضة :

$$[(\sim p \vee \sim q) \equiv (\sim p \vee \sim q)]$$

وينشأ التناقض هنا عن نقصان مقصود في تعريف دالة الفصل ، فالشق الأول دالة فصل ، والشق الثاني محاولة تعريف لها يصبح كاملاً عندما نقيم اجراء نفى (  $\sim$  ) لها بحيث تصبح :

$$(\sim p \vee \sim q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$$

لكن لم يتم نفى الدالة فأصبح التكافؤ أو التطابق مستحيلًا ، وبيان ذلك قائمة صدق للدالة :

$\sim p \vee \sim q$	$\equiv$	$\sim p \vee \sim q$
ك	ك	ص
ك	ك	ص
ك	ك	ص
ص	ك	ك

## 2 — الصيغ الممكنة : Contingent

هي الصيغ التركيبية التي تصدق بعض قيم صدق الثابت الأساسي فيها وتكذب قيم أخرى . ومن الأمثلة عليها كل الدالات المركبة أو التي تحتل حالات صدق وحالات كذب مثل :

$$(p), (\sim p), (p \vee q), (\sim p \vee q), (p \wedge q), (\sim p \wedge q), (p \equiv q) \dots \text{وصيغ أخرى كثيرة}^{(2)}$$

(2) Copi, Symbolic Logic, P. 28 & P. 61.

والقضايا المنطقية من هذا النوع قضايا ممكنة الصدق Possible truth وهي قضايا ليست متناقضة تناقضاً ذاتياً ، بل يحصرها بعض الكتاب في قضايا لا تتسم بالضرورة المنطقية<sup>(3)</sup> .

ويكفى أن توجد قيمة صدق واحدة كاذبة تحت الثابت الرئيسى الذى يحدد طبيعة العلاقة بين شطرى الدالة أو عناصرها لكي نحكم عليها بأنها دالة ممكنة ، ومثال ذلك :

$$[(J \supset V) \supset (J \supset M)]$$

وسبب أنها دالة ممكنة أنه لا يكفى استلزام حد لآخر لكي يلزم عن ذلك علاقة الآخر بحد ثالث حتى لو كانت علاقة فصل .

م	و	ل	ج	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص	ك

ونلاحظ أن الدالة كذبت في حالة كذب و ، ل ، م معاً .

(3) Brody, B.A., "Glossary of Logical Terms" ed. in Encyclopedia of Philosophy, Vol. 5, P. 68.

ويكفى أن توجد قيمة صدق واحدة صادقة تحت الثابت الرئيسى فى الدالة  
لكى نحكم عليها بأنها دالة ممكنة . فالدالة الممكنة تتضح من مثالين : الأول  
حالة كذب واحدة ، الثانى حالة صدق واحدة ، وان تعددت حالات كل نوع  
من وجود حالة من النوع الآخر فالدالة ممكنة أيضاً<sup>(4)</sup> .

أمثلة أخرى على دوال ممكنة :

$$\begin{aligned} & \quad \varphi \sim V(J, \varphi) \\ & (J, \varphi) \sim .(JV\varphi) \\ & \quad \varphi.( \varphi \sim V\varphi) \\ & \quad \varphi V(J, \varphi) \neq \\ [ (J, m).(\varphi Vm)]V(J, \varphi) \sim \\ & \quad (JV\varphi) \subset (J \equiv \varphi) \end{aligned}$$

**3۔ صیغہ تحصیلات حاصل** : Tautologous :

قضايا صادقة صدقاً منطقياً Logically true ، تصدق القضية منها بصرف النظر عما تشير إليه قيم صدق قضاياها العنصرية . بحيث تصبح الصيغة « ا أو لا ا » من قضايا تحصيل الحاصل ، ذلك أنه ان كانت « ا » صادقة فان القضية كلها صادقة ، وان كانت « ا » كاذبة فان « لا ا » صادقة ومن ثم تظل القضية كلها صادقة<sup>(5)</sup> .

وقضايا تحصيل الحاصل تشكل أساساً هاماً للمنطق الرمزي من حيث صورته كنسق استنباطي ، ذلك أن ببيان النسق وعناصره من تعريفات وبديهيات ومصادرات ومبرهنات ... الخ ليس سوى قضايا صادقة صدقاً منطقياً يؤدي انكارها إلى وقوع في التناقض ، كما أن الحالات المحتملة للربط بين عناصرها لا تنطوي على كذب قط ، وبيان ذلك تحليل بنية الصيغة ذاتها أو

(4) Mckay, Th. J., *Modern Formal Logic*, P. 58.

(5) Brody, B., Op. Cit., P. 76.

حتى البرهنة عليها من خلال قائمة صدق ، حيث تأتي قيم صدق الرابطة التي تربط بين القضايا الأساسية صادقة دائماً<sup>(6)</sup> .

وكنا قد أشرنا إلى أن الصيغ الممكنة تشمل قيم صدق صادقة وأخرى كاذبة ، وقد دعا هذا الاختلاف بين الصيغ الممكنة والصيغ التحليلية إلى أن يذهب « ريشنباخ » إلى أن الصيغ الممكنة تنبئنا بشيء ما حيث تحدد حالات الصدق — وليست حالات الكذب — قيم صدق القضايا الذرية المكونة للصيغة . بينما لا تنبئنا الصيغ التحليلية في مقابل ذلك بأي شيء مادامت لا تحتوى على أى تحديدات أو حصر للقضايا الذرية . ومن هنا استتج « ريشنباخ » أن صيغ تحصيلات الحاصل صيغ فارغة empty شريطة أن نميز التصور « فارغ » عن التصور « لا معنى له » meaningless فالصيغ التحليلية ذات معنى رغم أنها فارغة<sup>(7)</sup> .

وقد عارض بعض المناطقة هذا الاستنتاج فلا يعقل لديهم أن يصبح المنطق بلا جدوى أو فائدة لاحتوائه على صيغ فارغة في بنيانه ، لكن يمكن الرد ببساطة على هؤلاء، فرغم حماسهم لاضفاء شرعية مفقودة لديهم على الصيغ التحليلية إلا أن من بديهيات المنطق الصورى أنه « لا يعنى بموضوعات تتصل بقيم صدق واقعية Factual truth-value لأنها تقع خارج نطاق المنطق ، وإنما يعنى المنطق الصورى بدراسة علاقات قيم الصدق<sup>(8)</sup> » . وتخضع هذه العلاقات لقواعد منطقية صورية وصارمة .

ومن ناحية ثانية فإنه رغم أن الصيغة التحليلية فارغة ، إلا أن القول بأن صيغة معينة صيغة تحليلية قول غير فارغ وإنما ينطوى على معنى . إن أحد أهداف المنطق تحديد الصيغ التحليلية بعرضها لنا — بوصفه علماً — كوسيلة أو أداة خاصة لعمليات الفكر الضرورية لكافة العلوم . نلاحظ أن كل علم يبدأ من صيغ تحليلية وقيم بناء عليها من الفروض والاستنتاجات ، ونحن في حاجة

(6) Riechenbach, Elements of Symbolic Logic, P. 37.

(7) Ibid.

(8) Mckay, Op. Cit., P. 57.

لمثل هذه الصيغ في المنطق بوجه خاص لأنها أساس كل بناء نسقي ووسيلتنا في البرهان ، شريطة ألا يضاف استخدامها أى محتوى تجريبي على نسق من الأنساق .

وقبل أن نعرض لنماذج من قضايا تحصيلات الحاصل ، نتوقف عند أشهر ثلاثة مبادئ اكتسبت رصيذاً في هذا المجال ونعنى بها قوانين الفكر الأساسية .

### ثانياً : قوانين الفكر الأساسية :

ان من يعرفون المنطق بأنه علم قوانين الفكر يقررون دائماً أنه توجد ثلاثة قوانين أساسية للفكر تعد ضرورية وكافية لكل فكر سليم . وتحمل هذه القوانين تسميات تقليدية : مبدأ الهوية ومبدأ التناقض ( أو عدم التناقض ) ومبدأ الثالث المرفوع . وقد أقام « أرسطو » منطقته الصوري مستنداً إلى تلك القوانين ، والحد الأوسط في القياس ان تغيرت هويته أو ذاتيته لما أقيم القياس على أساس صحيح ، ولما كان الانتاج ممكناً ، وإذا اجتمع النقيضان لما توصل العقل الانساني إلى نتيجة فيم بقيم من استدلالات<sup>(9)</sup> . صحيح أن « أرسطو » لم يشر إلى هذه القوانين بأسمائها المعروفة بها بعد عصره إلا أنه صاغ منطقته طبقاً لها كما استعان بها في تعريفه للصدق والكذب<sup>(10)</sup> .

ونعرض لصيغة هذه المبادئ :

— مبدأ الهوية Identity ويقرر أنه ان كانت هناك قضية ما صادقة ، فهي إذن صادقة .

— مبدأ التناقض Contradiction ويقرر أنه لا يمكن وجود قضية صادقة وكاذبة معاً .

— مبدأ الثالث المرفوع Excluded Middle ويقرر أن أى قضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة .

(9) على سامى النشار : المنطق الصوري ، ص 74 ، ص 82 .

(10) Kneale W. & M. The Development of Logic, P. 46.



ويمكن أن نعيد صياغة هذه المبادئ في لغة منطقية معاصرة : يقرر مبدأ الهوية أن نعتبر كل قضية صيغتها (  $C \supset V$  ) قضية صادقة بمعنى أن كل قضية تماثلها من قبيل تحصيل الحاصل . ويقرر مبدأ التناقض أن كل قضية تأخذ الصيغة (  $V \sim V$  ) قضية فاسدة بمعنى أن كل قضية من نوعها تنطوي على تناقض ذاتي . ونستطيع أن نتخلص من هذا التناقض الذاتي بأن ندخل ثابت النفي على الصيغة السابقة لتصبح « (  $V \sim V$  ) » وهذه صيغة تحصيل حاصل . أما مبدأ الثالث المرفوع فيقرر أن كل قضية من نوع (  $V \sim V$  ) قضية صادقة صدقاً منطقياً ومن ثم فكل قضية مماثلة لها تعد من تحصيل الحاصل<sup>(11)</sup> .

وقد ثارت اعتراضات على هذه المبادئ بين وقت وآخر ، إلا أن معظم هذه الاعتراضات قد نشأ عن سوء فهم . تم توجيه نقد إلى مبدأ الهوية على أساس أن الأشياء في تغير مستمر وينسحب هذا الأساس على ما يعد صادقاً ، مثال ذلك أن من يسلم بصدق القول « تتكون الولايات المتحدة من ثلاث عشرة ولاية » سرعان ما يدرك كذبه ان قارنه بالوضع الحالي للولايات المتحدة التي تتكون من خمسين ولاية . وتلك القضايا التي تتغير قيم صدقها بمرور الوقت هي في حقيقة الأمر صياغات ناقصة لقضايا ثابتة لا تتغير ، والنوع الأخير هو موضع اهتمام المنطق . ومعنى ذلك أن القضية « تتكون الولايات المتحدة الأمريكية من ثلاث عشرة ولاية فقط » تعد صياغة غير كاملة للقضية : « تتكون الولايات المتحدة الأمريكية من ثلاث عشرة ولاية فقط عام 1790 » التي تعد قضية صادقة في القرن العشرين كما كانت صادقة تماماً في عام 1790 . وعندما نحصر اهتمامنا في الصياغات التامة والكاملة فإن مبدأ الهوية يعد صادقاً صدقاً تاماً وليس محل اعتراض<sup>(12)</sup> .

قام كل من الهيغلين والمشتغلين بعلم الدلالة والماركسيين بنقد مبدأ التناقض على أساس أنه توجد تناقضات أو مواقف تشغلها قوى متناقضة أو

(11) Copi, Introduction to Logic, PP. 306-7.

(12) Ibid.



متصارعة ينبغي التسليم بها . لكن قد يصدق هذا في عالم الميكانيكا كما قد يصدق في المجالات الاجتماعية والاقتصادية ، إلا أننا نتجاوز الحقيقة والصدق عندما نطلق على هذه القوى المتصارعة « قوى متناقضة » . ان الحرارة حال اقترابها من غاز معبأ تميل إلى أن تجعله يتمدد ، بينما تميل عبوة الغاز إلى أن تحفظه أو تمنعه من التمدد ، قد يكون هنا وجه للصراع بين الجانبين لكن ليس أحدهما نفيًا للآخر أو مناقضاً له . وقد ينشأ صراع بين صاحب العمل وبين اتحاد العمال لكن ليس ثمة تناقض بينهما . وهكذا فإن مبدأ التناقض عندما يفهم بمعناه الدقيق فلن يكون موضع اعتراض بل يصبح حقيقة منطقية خالصة صادقة صدقاً تاماً .

أما مبدأ الثالث المرفوع فقد كان موضع هجوم أوسع نطاقاً من الهجوم على المبدأين الأول والثاني ، وقد جاء معظم هذا الهجوم نتيجة سوء فهم وخلط ، مثال ذلك : أن نتصور المبدأ على أنه يقيم مقابلة بين قولنا « هذا أبيض » وقولنا « هذا أسود » بمعنى أن أى شيء يكون هذا أو ذاك ولا ثالث لهما . إلا أنه مع التسليم أن القضية « هذا أسود » لا يمكن أن تصدق مع القضية « هذا أبيض » حيث يدل اسم الإشارة في القضيتين على نفس الشيء تماماً ، فإن احدهما ليست نفيًا أو متناقضة مع الأخرى ، ان ما بينهما علاقة تضاد وليست علاقة تناقض ، انهما لا يصدقان معاً ولكن قد يكذبان . ومعنى ذلك أن فهم مبدأ الثالث المرفوع بهذه الطريقة فهم خاطيء . والأدق من الناحية المنطقية أن نسلم بأن نقيض القضية « هذا أبيض » هو القضية « ~ هذا أبيض » ، ولا بد أن تصدق احدهما ان استخدمت كلمة « أبيض » بنفس المعنى في القضيتين . تنتهى إلى أنه عندما نعول على قضايا تخلو تماماً من الغموض وتحتوى على حدود دقيقة فإن مبدأ الثالث المرفوع أو الوسط الممتنع يصدق هو الآخر صدقاً تاماً .

ورغم صدق القوانين الثلاثة إلا أن مكانتها المتميزة التى اتسمت بها عبر

المنطق التقليدي أصبحت محل شك ؛ فالقانون الأول والثالث مما يمكن أن نعبر عنه رمزياً بالصيغ :

( ٧ C ٧ )

( ٧ ~ ٧ )

ليسا الصيغ الوحيدة لقضايا تحصيل الحاصل ، كما أن قانون التناقض الواضح :

( ٧ ~ ٠ )

ليس صيغة التناقض الوحيدة لقضية . ومع ذلك تبقى لقوانين الفكر هذه مكانة هامة من حيث علاقتها بقوائم الصدق . ذلك أننا نستترشد بمبدأ الهوية عندما نملأ خانات معينة في قائمة صدق بالرجوع إلى خانات مطابقة سبق ملأها بنفس قيم الصدق لنفس المتغير حيناً ولنفس الثابت ( العلاقة ) حيناً آخر . وعندما يتسع نطاق وحقول قائمة الصدق فإننا نضع في كل صف ( ص ) أو ( ك ) مسترشدين في ذلك بمبدأ الثالث المرفوع . وعندما لا نضع ( ص ) و ( ك ) معاً فإننا نستترشد في ذلك بمبدأ التناقض . من هنا يمكن النظر إلى قوانين الفكر الثلاثة على أنها مبادئ أساسية تحكم عملية بناء قوائم الصدق .

بقى أن نشير إلى أنه عند إقامة المنطق كنسق استنباطي فإن هناك قوانين كثيرة تفضل القوانين الثلاثة من حيث أنها أكثر إنتاجاً وفاعلية للاستنباط .

ثالثاً : نماذج لصيغ تحليلية :

رصيد المنطق الحديث أو الرمزي من قضايا تحصيل الحاصل ورصيد هائل ، صحيح أنه من المعروف أنه كلما قل عدد المقدمات أو القضايا الأولية دل ذلك على بساطة نسق من الأنساق ، إلا أن قوة النسق تزداد بزيادة القابلية لاشتقاق صيغ تحليلية ومبرهنات جديدة ، وهذا هو حال المنطق المعاصر .

يمكن أن نعرض نماذج صيغ تحليلية تتعلق بعضها بقضية واحدة وما ينشأ  
بينها وذاتها من علاقات ، ويتعلق البعض الآخر بالعمليات المنطقية التي تنشأ  
بين القضايا<sup>(13)</sup> .

#### أ - صيغ تحليلية لقضية واحدة :

( صور لقاعدة الهوية )

$$1 - (p \equiv p)$$

$$2 - (p \equiv (p \vee p))$$

$$3 - (p \equiv (p \cdot p))$$

$$4 - \text{قاعدة النفي المزدوج}$$

$$\sim \sim p \equiv p$$

$$5 - \text{قانون الثالث المرفوع}$$

$$(p \vee \sim p)$$

$$6 - \text{قانون عدم التناقض}$$

$$\sim (p \cdot \sim p)$$

$$7 - \text{برهان الخلف}$$

$$(p \supset \sim p) \equiv \sim p$$

$$8 - [(p \vee (p \vee q)) \sim] \equiv [(p \vee q) \supset p]$$

#### ب - صيغ الجمع المنطقي :

$$9 - \text{التبادل باستخدام « أو »}$$

$$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$$

$$10 - \text{الترابط باستخدام « أو »}$$

$$[(p \vee (q \vee r))] \equiv [(p \vee q) \vee r]$$

(13) See for example :

- Riechenbach, Elements of Symbolic Logic, PP. 38-39.
- Strawson, Introduction to Logical Theory, PP. 74-77.
- Kneale, The Development of Logic. PP. 689-698.

جـ - صيغ الضرب المنطقي :

11 - تبادل المواضع باستخدام « و »

$$(ل . و) \equiv (و . ل)$$

12 - الترابط باستخدام « و »

$$[و . (ل . و)] \equiv [(ل . و) . و]$$

د - صيغ الجمع والضرب معاً :

13 - صورة لقانون التوزيع :

$$[و . (ل . و)] \equiv [(ل . و) \vee (و . ل)]$$

14 - صورة ثانية لقانون التوزيع :

$$[و \vee (ل . و)] \equiv [(ل . و) \vee (و . ل)]$$

15 - صورة لقانون التوزيع المزدوج :

$$[(ل . و) \vee (و . ل)] \equiv [(ل . و) \vee (و . ل)]$$

$$\{[(ل . و) \vee (و . ل)] \vee [(و . ل) \vee (ل . و)]\}$$

16 - صورة ثانية لقانون التوزيع المزدوج :

$$[(ل . و) \vee (و . ل)] \equiv [(ل . و) \vee (و . ل)]$$

$$\{[(ل . و) \vee (و . ل)] \vee [(و . ل) \vee (ل . و)]\}$$

$$17 - [(ل . و) \vee (و . ل)] \equiv [(ل . و) \vee (و . ل)]$$

هـ - صيغ (نفي ، ضرب ، جمع معاً) :

18 - قانون لتحليل النفي :

$$\sim (ل . و) \equiv (\sim ل \vee \sim و)$$

19 - قانون آخر لتحليل النفي :

$$\sim (ل \vee و) \equiv (\sim ل \wedge \sim و)$$

$$20 - [و . (ل \vee و)] \equiv [و . (ل \vee و)]$$

$$21 - [و \vee (ل \vee و)] \equiv [و \vee (ل \vee و)]$$

$$22 - (J \vee Q) \equiv [(J \cdot Q \sim) \vee Q]$$

$$23 - [ (Q \sim \vee J) \vee (J \vee Q \sim) \sim ]$$

$$[ (J \vee Q \sim) \vee (Q \sim \vee J) \sim ]$$

$$24 - [(J \vee Q \sim) \vee (Q \cdot J \sim)] \cdot [(Q \sim \vee J) \vee (J \sim \cdot Q)]$$

$$25 - [ (Q \sim \vee J) \vee (J \sim \cdot Q) ]$$

$$[ (J \vee Q \sim) \vee (Q \sim \cdot J \sim) ]$$

و — صيغ تحتوى اللزوم والنفي والضرب والجمع :

26 — تحليل اللزوم :

$$(J \vee Q \sim) \equiv (J \subset Q)$$

27 — تحليل آخر :

$$(J \sim \cdot Q) \sim \equiv (J \subset Q)$$

28 — صيغة التناقل ( عكس النقيض )

$$(J \subset Q) \equiv (J \sim \subset Q \sim)$$

$$29 - [ (M \subset Q) \subset J ] \equiv [ (M \subset J) \subset Q ]$$

$$30 - [ (M \cdot J) \subset Q ] \equiv [ (M \subset Q) \cdot (J \subset Q) ]$$

$$31 - [ M \subset (J \vee Q) ] \equiv [ (M \subset J) \cdot (M \subset Q) ]$$

$$32 - [ (M \vee J) \subset Q ] \equiv [ (M \subset Q) \vee (J \subset Q) ]$$

$$33 - [ M \subset (J \cdot Q) ] \equiv [ (M \subset J) \vee (M \subset Q) ]$$

ز — صيغ تحتوى جميع الاجراءات المنطقية :

34 — تحليل أو تعريف التكافؤ :

$$(J \equiv Q) \equiv [ (J \subset Q) \cdot (Q \subset J) ]$$

35 — تعريف آخر :

$$(J \equiv Q) \equiv [ (J \cdot Q) \vee (J \sim \cdot Q \sim) ]$$

36 — سلب التكافؤ :

$$\sim (J \equiv Q) \equiv (J \sim \equiv Q)$$



منطقية أدق : تصدق الدالة التحليلية دائماً ، وتكذب الدالة المتناقضة دائماً ،  
وتصدق الدالة الممكنة أحياناً .

نقدم الآن برهنة على صحة خمس صيغ تحليلية باستخدام قوائم الصدق :

$$1 - (p \equiv p)$$

p	$\equiv$	p
ص	ص	ص
ك	ص	ك

$$9 - (p \vee q) \equiv (q \vee p)$$

p	$\vee$	q	$\equiv$	q	$\vee$	p
ص		ص	ص	ص		ص
ص		ك	ص	ك		ص
ك		ص	ص	ص		ك
ك		ك	ص	ك		ك



$$34 \text{ — } (J \equiv U) \cdot (J \subset U) \equiv (J \subset J) \cdot (U \subset U)$$

J ⊂ U			·	J ⊂ J			⊂	J ⊂ U		
ص	ص	ص		ص	ص	ص		ص	ص	ص
ص	ص	ص		ك	ك	ك		ص	ك	ك
ك	ص	ص		ص	ص	ص		ص	ك	ك
ص	ص	ص		ص	ص	ص		ص	ص	ص

$$46 \text{ — } [J \subset (J \cdot M)] \subset [J \subset U]$$

J ⊂ U			⊂	(J · M)			⊂	J ⊂ U		
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ك



#### رابعاً : البرهنة الموجزة :

لاحظنا على قوائم الصدق إمتداداً أفقياً في عدد الصفوف وإمتداداً رأسياً في طول الأعمدة كلما زاد عدد الحدود والاجراءات التي تتضمنها دالة نود التحقق منها . لكن ان احتوت دالة على حدود وعمليات منطقية أكثر مما عرضنا في المثال السابق فإن عدد احتمالات احتساب قيم الصدق يتضاعف مما يجعل الحكم على الدالة أمراً يتسم بالصعوبة والتعقيد بالاضافة إلى زيادة احتمالات الوقوع في الخطأ . ورغم أن قوائم الصدق قوبلت بالترحاب وقت ظهورها ، إلا أن المناطقة راحوا يبحثون عن طريقة للبرهنة موجزة ، وتعددت اجتهاداتهم بهذا الصدد مع تمسكهم بقوائم الصدق .

نعرض هنا لطريقة جديدة للبرهنة تعتمد على برهان الخلف Reductio ad absurdum ، وتقوم على أساس منطقي : استحالة قيام حجة نفترض صدق مقدماتها وكذب نتيجتها في وقت واحد<sup>(14)</sup> . فان أشرنا على سبيل المثال بقيمة صدق صادقة ( ص ) إلى كافة القضايا البسيطة التي تؤلف المقدمات ثم أشرنا بقيمة صدق كاذبة ( ك ) للنتيجة ، لوقعنا في تناقض .

لنحاول تطبيق هذا الأساس المنطقي على استدلال من هذا النوع :

$$\begin{array}{l} ( \text{ج} \vee \text{د} ) \subset ( \text{ل} \vee \text{م} ) \\ ( \text{ج} \vee \text{هـ} ) \subset \text{ي} \\ \hline \therefore ( \text{و} \subset \text{ي} ) \end{array}$$

نلاحظ أن هذا الاستدلال يتكون من مقدمتين ونتيجة ، إلا أن مقدماته أكثر تركيباً بالاضافة إلى أنه يحتوي على ستة حدود لمتغيرات ، ولو لجأنا لقائمة صدق للتحقق من صحته لاحتجنا لقائمة تبلغ حقولها سبعة عشر حقلاً أو مصفوفاً رأسياً للمتغيرات والثوابت واحتمالات صدقها وكذبها ، ولاحتجنا أيضاً لأربعة وستين صفاً توضح العلاقات المحتملة بين كل حد وآخر .

(14) Copi, Symbolic Logic, PP. 61-2.

تقوم الطريقة المختصرة في البرهنة على التسليم بقاعدة دالة اللزوم ، التي تحكم بصدق دالة في كل الحالات التي يكون عليها عنصرا الدالة اللهم إلا في الحالات التي يصدق فيها المقدم ويكذب التالي . وتقوم الطريقة المختصرة أيضاً على استخدام المنطقي لبرهان الخلف عندما نفترض كذب نتيجة استدلال ما وندرس ما يترتب على افتراضنا من إتساق مازال قائماً بين المقدمات والنتيجة أو عدم إتساق . أما خطوات البرهنة فهي كما يلي :

- افتراض كذب نتيجة الاستدلال السابق (  $\neg C$  ) ، وتكذب هذه القضية إن صدقت (  $\neg$  ) وكذبت (  $C$  ) ، حسب قاعدة دالة اللزوم .
- ولما كانت (  $\neg$  ) صادقة في النتيجة ، وقد سبق أن وردت في الشق الأول للمقدمة الأولى (  $\neg V$  ) فالتعبير الأخير صادق كله لأن صدق أحد مكونات دالة الفصل يجعل الدالة صادقة .
- لكن نلاحظ أن المقدمة الأولى قضية لزوم ، يترتب فيها على صدق المقدم (  $\neg V$  ) صدق التالي (  $\neg M$  ) .
- وصدق التالي جميعه في دالة وصل (  $\neg M$  ) يشير إلى صدق عنصرا الدالة (  $M$  ) و (  $\neg$  ) معاً .
- كذلك يصدق مقدم المقدمة الثانية بعنصريه (  $\neg V$  هـ ) لاحتوائه على الحد (  $\neg$  ) الذي سبق صدقه في المقدمة الأولى ، ولنفس الأسباب الواردة في حالة الفصل الأول .
- أما تالي المقدمة الثانية (  $C$  ) فلا بد أن يكون صادقاً لأنه يلزم عن مقدم صادق ، طبقاً لقاعدة اللزوم .
- ولما كنا قد افترضنا كذب (  $C$  ) في النتيجة حتى تكذب النتيجة كلها ، وانتهت بنا هذه البرهنة إلى نتيجة مغالفة هي صدق (  $C$  ) في المقدمات ولا يمكن أن يكون الحد الواحد في البرهان الواحد صادقاً وكاذباً في نفس الوقت طبقاً لمبدأ الهوية ، إذن حجتنا على محاولة اثبات كذب الاستدلال

فاسدة ، والدالة صحيحة طبقاً لبرهان الخلف . لأن القول بغير ذلك يجعلنا نسلم بأن :

$$( \text{ى} \subset \text{ى} ) \equiv ( \text{ص} \subset \text{ك} )$$

الشق الأول صورة من صور مبدأ الهوية ، ويمثل صيغة تحليلية صادقة ، والشق الثانى يمثل صيغة دالة كاذبة ، ولا يستوى الصدق والكذب فى المنطق على الاطلاق إلا إذا اجتمع النقيضان .

يفترض فى البرهان السابق أنه مختصر وموجز ، وإنما أسهبنا فى الشرح لبيان الأساس المنطقى الذى يقوم عليه ( دالة اللزوم وبرهان الخلف ) . ويمكن أن نقدم طريقة رمزية للبرهنة الموجزة السابقة كما يلى :

$$\begin{array}{c} \text{ص} \quad \text{ص} \\ \text{ـ} \quad \text{ـ} \\ ( \text{ى} \cdot \text{م} ) \subset ( \text{ى} \vee \text{ى} ) \\ \\ \text{ص} \quad \text{ص} \\ \text{ى} \subset ( \text{هـ} \vee \text{ى} ) \\ \hline \text{ى} \subset \text{ى} \\ \text{ـ} \quad \text{ـ} \\ \text{ك} \quad \text{ص} \\ \text{ـ} \quad \text{ـ} \\ \text{ك} \end{array}$$

ان عوضنا بقيم الصدق ( ص ، ك ) عن المقدمات والنتيجة فى القياس السابق تتكون لدينا هذه الدالة :

$$\begin{array}{c} \text{ك} \subset [ ( \text{ص} \subset \text{ص} ) \cdot ( \text{ص} \subset \text{ص} ) ] \\ \text{ك} \subset ( \text{ص} \cdot \text{ص} ) \\ \text{ك} \subset \text{ص} \end{array}$$

وهذا محال ، ∴ الاستدلال الأصلي سليم .

مثال آخر :

لنبرهن برهنة موجزة على الصيغة التحليلية رقم (47) :

$$[(\text{ق} \subset \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{ن})] \subset [(\text{ن} \subset \text{م}) \cdot (\text{ل} \subset \text{ق})]$$

— هذه دالة تحليلية أى صادقة صدقاً منطقياً ، ان حاولنا اثبات ما هو غير ذلك كانت النتيجة أن يكون لحد واحد أكثر من معنى أو هوية :

— جماع الدالة قضية شرطية تصدق في كل الحالات ما عدا صدق المقدم وكذب التالي . فان افترضنا كذب التالي :

$$\begin{array}{c} \text{ص} \\ \text{ك} \end{array} \quad [(\text{ق} \cdot \text{م}) \subset (\text{ل} \cdot \text{ن})]$$

فلا بد من كذب المقدم ان انطوى كل حد على معنى واحد بعينه :

$$\begin{array}{ccc} \text{ص} & \text{ص} & \text{ك} \\ (\text{ق} \subset \text{ل}) & \cdot & (\text{م} \subset \text{ن}) \\ \text{ص} & \leftarrow & \text{ك} \end{array}$$

— أن يستلزم الكذب كذب فليس ثمة مشكلة منطقية ولكن تنشأ المشكلة عندما نقول بلزوم الكذب عن صدق (ص  $\subset$  ك) .

## الفصل الخامس

### « النسق الاستباطي »





## الفصل الخامس

### « النسق الاستباطى »

مقدمة :

عرضنا فى الفصل السابق بعض الصيغ التحليلية أو قضايا تحصيل الحاصل . ورغم أن هذه القضايا بمثابة مبادئ تثرى معرفتنا بالمنطق ، إلا أنها لا تشكل وحدها علم المنطق Science of Logic . ذلك لأن العلم — أى علم — هو معرفة منظمة ومنسقة ، وليس مجرد مجموعة من الحقائق لا ينتظمها خط فكري واضح أو أسلوب عمل محدد المعالم . يقول « هنرى بوانكاريه » بهذا الصدد : « يشيّد العلمُ اعتماداً على وقائع ، كما يشيد البيت من الحجارة ، إلا أن مجرد حشد الوقائع لا يعنى بالنسبة للعلم أكثر من تكديس الأحجار بالنسبة للبيت<sup>(1)</sup> .

ومعنى ذلك أننا لا نحوز معرفة علمية إلا إذا عرضت قضايا تلك المعرفة ما نعرفه بالفعل بطريقة منظمة ومنسقة ، ومن ثم إذا كان هدفنا وضع نسق فى المنطق أو علم للمبادئ المنطقية ، فليس أقل من أن نتنظم هذه المبادئ صورة نسقية .

وان تكلمنا عن فكرة النسق فى العلم بصورة عامة ، لاحظنا طبيعة دور قضايا وحدود هذا العلم فى صياغة النسق . ففى كل علم من العلوم يمكننا استبطان قضايا بعينها — أو البرهنة عليها — اعتماداً على قضايا أخرى . ولنضرب مثلاً على ذلك من تاريخ العلم : تشتق قوانين « جاليليو » عن سقوط الأجسام وقوانين « كبلر » عن حركة الكواكب ، من قوانين أكثر عمومية هى قوانين « نيوتن » فى الجاذبية والحركة . وقد أعطى الكشف عن هذه العلاقات الداخلية ذات الطابع الاستباطى دفعة كبرى لتطور علم الفيزياء ، ذلك أن

(1) Copi, Symbolic Logic, P. 157.

إحدى العلاقات الهامة بين قضايا علم من العلوم هو قابليتها للاستنباط أو الاشتقاق deducibility . وتصبح القضايا التي تجسد معرفة عن موضوع ما علماً خاصاً بهذا الموضوع عندما تنتظمها خطة معينة تجعل بعضها نتائج مشتقة من البعض الآخر .

أما الحدود Terms التي تحتويها القضايا فيمكن أن نعرّف بعضها بناءً على البعض الآخر أيضاً . ففي الفيزياء يمكن أن نعرّف « العجلة » acceleration أو « التسارع » بأنه معدل تغير السرعة ، بينما نعرّف « السرعة » Velocity بأنها التغير في المكان . ونعرّف « الكتلة » mass بأن كتلة شيء ما هي مقياس كمية المادة التي يحتويها<sup>(2)</sup> . قمنا في هذه التعريفات بالاستناد إلى حدود محددة المعاني لتعريف حدود أخرى ، شريطة أن يحمل نفس الحد نفس المعنى في كل مرة نستخدمه فيها طبقاً لمبدأ الهوية .

لكن لا يدفعنا ما سبق بيانه إلى تصور أن كل القضايا التي تشكل نسقاً علمياً يمكن البرهنة عليها بردها إلى قضايا أخرى ، أو أن كل الحدود قابلة هي الأخرى للتعريف ، فهناك قضايا وحدود لا يمكن البرهنة عليها أو تعريفها ، وأن أي محاولة للبرهنة عليها توقعنا في الدّور . لا يمكن أن تكون صورة العلم هي مجرد نسق يحتوى قضايا — أو حدوداً — يُردُّ بعضها إلى بعض ، بل إن العلم يشكل نسقاً استنباطياً سليماً إن احتوى على عدد قليل من القضايا الأولية التي تستنبط منها بقية قضاياها ، بالإضافة إلى احتوائه على أقل عدد ممكن من الحدود التي تستخدم في تعريف بقية حدوده . تلك هي الصورة العامة التي يجب أن تكون عليها أي معرفة نود أن نقيمها نسقاً استنباطياً<sup>(3)</sup> . نستطيع أن نوجز ما سبق بيانه بأن النسق الاستنباطي « هو أن يحوى العلم — ذو الطبيعة الصورية — مجموعة محددة من القضايا الأولية ( المصادر ) توضع صريحة واضحة منذ البدء ، نسلم بصدقها دون برهان ، وتُستنبط منها قضايا أخرى هي نظريات ذلك العلم »<sup>(4)</sup> .

(2) أنور عبد الواحد : المعجم الهندسي ، دار الشروق ، ص 255 . 302 .

(3) Copi, Op. Cit., P. 158.

(4) محمود زيدك : المنطق الرمزي ، ص 273 .

## أولاً : زيادة النسق الاقليدى :

تعد الهندسة الاقليدية أقدم نموذج للمعرفة المنظمة أو للعلم . فمن المعروف أن الهندسة كعلم قد صاغها وطورها الاغريق . وكان أعظم علماء الرياضيات الاغريق أثراً « فيثاغورس » Pythagoras و « اقليدس » Euclid . كان لدى المصريين القدماء خبرة تسبقهم بآلاف السنين ظهرت واضحة في بناء الأهرام ، وكان لدى البابليين خبرة مماثلة ، إلا أن فضل « فيثاغورس » و « اقليدس » أنهما أضفيا النظام على تلك المعلومات الهندسية التي كانت سائدة في عصرهم وتدور حول مسح الأراضي وإنشاء الجسور ، وحولاهما من مجرد معلومات مبعثرة إلى نسق علمي<sup>(5)</sup> .

يبدأ « اقليدس » ( ٣ ق م ) نسقه الهندسي في كتابه الأصول Elements<sup>(6)</sup> بمجموعة تعريفات لبعض الحدود التي يستخدمها مثل قوله في التعريف الأول : « النقطة ما ليس له أجزاء ، أو ما ليس له بعد » ، وقوله في التعريف الثاني « الخط طول بلا عرض » . نلاحظ أن « اقليدس » لم يحاول وضع تعريف لكل الحدود التي يستخدمها بالطبع ، ففي التعريفين السابقين تعريف للنقطة والخط ، بينما الكلمات المستخدمة في التعريفات نفسها مثل « أجزاء » و « طول » و « عرض » هي حدود لا معرفة يحتويها النسق الاقليدى ، وكلما حاولنا تقديم تعريف جديد فأننا نستخدم فيه الحدود السابق تعريفها بالإضافة إلى الحدود اللامعروفة . مثل قوله في التعريف الرابع : « الخط المستقيم هو ( الخط ) الذى يقع بين ( نقاط ) طرفيه بالتساوى » .

ثم يصوغ « اقليدس » مصادرات تأتى على هيئة قضايا نفترضها ونستخدم فيها الحدود السابقة ، ومثال على تلك المصادرات :

المصادرة الأولى : « يمكن مد خط مستقيم من نقطة إلى نقطة أخرى » .  
وتتسم صياغة المصادرة بالبساطة والدقة وسهولة الفهم دون تعويل على شرح

(5) فوربس : تاريخ العلم والتكنولوجيا ، ترجمة أسامة الخور ، ص 51 .

(6) Todhunter (ed.), The Elements of Euclid, quoted from : Copi, Op. Cit., P. 159.

مفصل لكل حد ، وإلا جاء قولنا مطولاً وغامضاً : « يمكن لما هو طول بلا عرض ويقع بين نقطتي طرفيه بتساو — تلك النقاط التي لا تنجزاً — أن يمتد من واحدة من تلك التي ليس لها أجزاء إلى أخرى لا أجزاء لها » . ففي القول الأخير اسهب مضلل لسنا في حاجة إليه عند صياغة المصادرة مادامنا قد سلمنا بالتعريفات السابقة .

المصادرة الثانية : « يمكن مد خط مستقيم إلى ما لا نهاية » .

المصادرة الثالثة : « كل الزوايا القائمة متساوية » .

وقد اكتسبت المصادرة الخامسة أهمية في الحكم على النسق الاقليدي برمته من جانب المناطقة وفلاسفة العلم اللاحقين ، وتنص على أنه « إذا قطع خط مستقيم خطين مستقيمين آخرين ، بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين الموجودتين من جهة واحدة أقل من قائمتين ، فإن هذين الخطين المستقيمين يلتقيان إذا امتدا من جهة هاتين الزاويتين »<sup>(7)</sup> .

يعرض « اقليدس » بعد ذلك للبديهيات "Axioms" وهي الشق الثاني من القضايا التي لا يبرهن عليها . ولم يوضح لنا سبب تفرقه بين هذين النوعين من القضايا ( مصادرات — بديهيات ) ، وقد يعود سبب ذلك فيما يرى « كوي » إلى أن احداها أكثر عمومية من الأخرى ، أو أنها أكثر وضوحاً من الناحية السيكلوجية على الأقل<sup>(8)</sup> . وان كان التمييز يقوم بينهما حالياً على أساس أن المصادرات قد تتعلق بنسق علم معين دون علم آخر ، بينما تتميز البديهيات بالعمومية وقابليتها للتطبيق على أكثر من نسق علمي<sup>(9)</sup> . ومن بديهيات « اقليدس » :

(7) محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضة ، ص 47 .

محمد زيدان : المنطق الرمزي ، ص 108 .

وانظر أيضاً :

Copi, Symbolic Logic, P. 161.

(8) Copi, Ibid., P. 160.

(9) Brody, B., "Glossary of Logical Terms", Encyclopedia of Philosophy, Vol. 5, P. 71.

— الأشياء المساوية لشيء معين متساوية فيما بينها .  
— الكل أكبر من الجزء الذى ينطوى تحته .

وهناك من يرى فى المصادرة الخامسة احدى بديهيات نسق « اقليدس » ،  
لأنها بينة بذاتها مثلها كباقي البديهيات التى نفترضها ونقبلها بصفة عامة دون  
محاولة البرهنة عليها ، وقد بلغ عدد البديهيات [ 28 ] قضية .

يشتق « اقليدس » من المقدمات السابقة ( التعريفات والمصادرات  
والبديهيات ) مجموعة من القضايا المبرهنة أو المبرهنات Theorems ، يتم البرهنة  
على صحتها باعتبارها مشتقة أو مستتبطة من الحدود والقضايا الأولية ، وذلك  
من خلال ثمانى خطوات تبدأ بذكر منطوق المبرهنة ومروراً بالاستعانة بأشكال  
مرسومة ، وافترض صحة القضية ... وانتهاء باعلان النتيجة .

تعود أهمية « اقليدس » إلى أنه أول من استطاع أن يقيم نسقاً استبطائياً فى  
الهندسة ، ويرجع نجاح كتابه الأصول إلى المنهج الذى إتبعه فى استعراض  
النظريات المبعثرة المعروفة عند الفيثاغوريين ، ونظمها فى نسق علمى موحد  
محكم الحلقات ، يتوقف فيه برهان كل نظرية لاحقة على نظريات أو مبرهنات  
أخرى سبق إثبات صحتها ، وتستند جميع القضايا إلى أسس ومقدمات —  
أصول — محددة قليلة العدد ، ووثيقة الصلة تبقى خارج البرهان .

ظلت هندسة « اقليدس » قائمة كنسق يحظى بتقدير العلماء ، حتى قامت  
حركة نقد داخلى للهندسة نشأت عنها هندسات عديدة . فقد حدث أن حاول  
رياضى ايطالى هو « جيرولامو ساكيرى » [ 1667 - 1733 ] أن يبرهن على صحة  
المصادرة الخامسة مستخدماً برهان الخلف ، فقد كان يعتقد فى قوة برهان  
الخلف من جهة ، كما كان يعتقد فى صحة هذه المصادرة من جهة ثانية .  
تصور « ساكيرى » أنه لا يمكن التسليم بنقيض هذه المصادرة مع التسليم ببقية  
المصادرات الاقليدية دون وقوع فى التناقض . إلا أن محاولته تلك — ومحاولات  
لاحقين عليه — باءت بالفشل ، فلم يقع أى تناقض ، وإنما تم اشتقاق مجموعة



من المبرهنات المتسقة اتساقاً داخلياً ، ويختلف كل نسق فيها عن النسق الاقليدى ، وكانت تلك بدايات الهندسة اللا إقليدية<sup>(10)</sup> .

نشر عالم الرياضيات الروسى « لوباتشفسكى » بحثاً فى عام 1828 حول امكان قيام هندسة غير إقليدية تسلم بوجود عدد لا نهاية له من المستقيمت المتوازية التى تمر كلها بنقطة واحدة خارج مستقيم ما . ثم اكتشف « ريمان » 1854 هندسة أخرى ترفض وجود مستقيمت متوازية بالمعنى الاقليدى حيث أن كل مستقيمين على سطح واحد لابد أن يلتقيا فى نقطتين .

وينشأ الاختلاف بين هذه الأنساق الهندسية عن تصور أصحاب كل نسق للمكان . فالسطح عند « اقليدس » ممتد ليس به انحناء ودرجة الانحناء به صفر ، ومن ثم فإن مجموع زوايا المثلث قائمتان . بينما السطح عند « لوباتشفسكى » مُقعر بطريقة يشبه معها سطح الكرة من داخل ، بمعنى أن الانحناء فيه أقل من صفر وزوايا المثلث أقل من قائمتين .

والسطح فى هندسة « ريمان » كروئى مُحدّب ، والانحناء فيه أكبر من صفر ، وبالتالي فزوايا المثلث أكبر من قائمتين . ونستطيع أن نتيين بُعد الشقة بين الأنساق الثلاثة إن قارنا بين قضايها ( المقدمات والمبرهنات ) ، ونكتفى بعقد مقارنة بين هندستى « ريمان » و « اقليدس » فى نقاط على سبيل الايضاح<sup>(11)</sup> :

- كل مستقيم منته لأنه دائرى [ هنا تسقط المصادرة الاقليدية الخاصة بمد خطٍ إلى مالا نهاية ] .
- المستقيمان يمكن أن يحدّا سطحاً أو مكاناً .
- كل المستقيمت تتقاطع فى نقطتين ومن ثم لا توجد متوازيات . [ تسقط هنا المصادرة الخامسة ] .

(10) محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص 33 .

(11) محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة ، ص 56 : 58 .



— مجموع زوايا المثلث تزيد على قائمتين زيادة تتناسب مع كِبَر أضلع المثلث . [ ولكن مثلث « ريمان » المتناهي الصغر مثلث إقليدى .

ويمكن أن تشمل المقارنة جوانب أخرى كثيرة ، إلا أن أهم ما أثبتته مثل هذه المقارنات بين الأنساق الهندسية المختلفة ونسق « إقليدس » هو أن مصادرة التوازي مستقلة من الناحية المنطقية عن بقية مصادرات « إقليدس » ، بمعنى أنها — وكذلك نقيضها — لا يمكن أن تشتق من بقية المصادرات<sup>(12)</sup> .

ونخلص مما سبق إلى نتيجتين :

— لإقليدس الريادة في إقامة الهندسة كنسق استنباطى .  
— يمكن قيام أنساق متعددة للعلم الواحد ، وتحدد طبيعة كل نسق منها طبقاً للمقدمات التى يبدأ منها .

ثانياً : مكونات النسق الاستنباطى الصورى وخصائصه :

يطلق اصطلاح « النسق الاستنباطى الصورى » Formal Deductive System على طريقة مُثَلَّى لاستعراض جميع قضايا علم من العلوم ، بحيث يمكن تعريف كل حد من الحدود الواردة فيه بحدود سابقة عليه فى نفس العلم ، وبحيث يمكن إستنباط كل قضية فيه من قضايا سبقتها فى نفس العلم<sup>(13)</sup> . هذا التعريف بمثابة تلخيص للفقرات السابقة عن طبيعة النسق بصفة عامة ، ونورد مكونات النسق بإيجاز فيما يلى<sup>(14)</sup> :

- 1 — مجموعة رموز يستخدمها النسق تشير عادة إلى متغيرات وثوابت ، فان كنا بصدد نسق استنباطى منطقى استخدمنا من الرموز ما هو مُصطلح عليه فى المنطق .
- 2 — اللا مُعرِّفات ، وهى مجموعة حدود أولية لا تقبل التعريف .

(12) Copi, Symbolic Logic, P. 161.

(13) محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى ، ص 143 .

(14) عزمى اسلام : الاستدلال الصورى ، ج 2 ، ص 121 .

3 — الحدود المُعرّفة ، وهى مجموعة الحدود التى استخدمنا الحدود الأولية فى تعريفها .

4 — مجموعة التعريفات أو الدالات التحليلية .

5 — قواعد الصياغة الصورية التى تحكم طريقة الاستنباط فيما يتعلق بتكوين صيغ وعبارات النسق .

6 — البديهيات والمصادرات .

7 — مجموعة القواعد الخاصة بعملية الاشتقاق أو الاستنباط كله .

8 — القضايا المشتقة أو المبرهنات .

سنعود إلى بيان وتفصيل هذه المكونات عند عرض النسق الاستنباطى لحساب القضايا ، ونتوقف الآن عند خصائص وشروط مقدمات النسق الاستنباطى وهى :

1 — أن يكون النسق متسقاً Consistent أو غير متناقض ، ويعد النسق متناقضاً إذا احتوى على صيغتين تنكر الواحدة منهما الأخرى أو تناقضها . ويعد النسق مُتسقاً وخالياً من التناقض إذا لم تأت نتائج مناقضة لاحدى مقدماته ، وإذا لم نستتج منه نتيجتين تناقض الواحدة منهما الأخرى<sup>(15)</sup> .

ب — شرط الاستقلال Independence ، وينسحب معنى الاستقلال هنا على بديهيات النسق وعلى النسق ذاته ؛ فالبديهية تعد مستقلة عن بقية بديهيات النسق إذا لم تشتق من احداها كنتيجة أو كمبرهنة . وقد يرى بعض المناطق أنه لا غضاضة من أن يحتوى النسق الواحد على بديهيتين احدهما مشتقة من الأخرى ، إلا أن ذلك ينال من دقة الاستنتاج وبساطته وقوته . فالمنطقى يسعى إلى نسق بديهيات لا يحتوى على أية

(15) Brody, B., "Glossary of Logical Terms", Ency-of Philosophy", Vol. 5, P. 61,

See also :

Copi, Op. Cit., P. 164.

عبارة زائدة ، أو يمكن استنتاجها من البديهيات المتبقية . اننا نُبقى فقط على البديهيات الأساسية المستقلة ، ونتخلص من التكرار بينها ، ونضعه في زمرة الصيغ المشتقة أو المبرهنات . ومن ناحية ثانية يعد النسق مستقلاً ان ظل قائماً بعد حذف احدى البديهيات المضافة إليه<sup>(16)</sup> .

(حـ) أن يكون النسق تاماً Complete أى مكتملاً ، واكتمال النسق يتمثل في كفاية بديهياته في البرهنة على كل المبرهنات والنظريات التي يمكن اشتقاقها من هذا النسق . وكلما كان النسق محل دراستنا سبيلاً للبرهنة على كافة قضايا تحصيل الحاصل الناتجة عنه ؛ كان نسقاً كاملاً . بحيث نستطيع أن نستدل أى صيغة من صيغ النسق من مجموعة البديهيات أو البرهنة على الأولى بالاستناد إلى الثانية<sup>(17)</sup> . وببساطة يقال على النسق الاستنباطي أنه تام إذا كان من الممكن البرهنة فيه على صدق أو كذب قضية تعرض في هذا النسق<sup>(18)</sup> .

ومع أن شرط الاكتمال يعد أمراً ضرورياً للنسق الاستنباطي ، إلا أن هناك من يرى في النقص الذي قد يعتور النسق سبباً في تطوير العلم بالبحث عن نسق كامل . يرى « كوف » في الهندسة الاقليدية مثلاً على نسق غير متكامل دون المصادرة الخامسة ، ذلك لأنها مستقلة عن بقية المصادرات ، فلا هي ولا نقيضها مشتق من بقية المصادرات<sup>(19)</sup> . وقد أدى فحص العلماء لنقص النسق الاقليدي في هذه النقطة بالذات إلى البحث عن خصائص جديدة للمكان ، والتوصل إلى أنساق هندسية جديدة .

(16) Brody, B., Op. Cit., P. 66.

وانظر : تارسكي : مقدمة للمنطق ، ص 167 .

(17) عزمي اسلام : الاستدلال الصوري ، ج 2 ، ص 148 .

(18) ليفسكي : « لو كاشيفتش ومدرسة وارسو المنطقية » — تقديم لكتاب نظرية القياس الأرسطية ، ص 55 .

(19) Copi, Op. Cit., P. 166.

ورغم ذلك يبقى الاحتمال أو الكفاية شرطاً هاماً وضرورياً للنسق  
البديهي .

ثالثاً : تطور النظر في النسق الاستنباطي :

أشرنا في الفقرات السابقة إلى مكونات النسق الاستنباطي بصفة عامة ، أما  
محاولة إقامة نسق استنباطي في المنطق فلم تتم دفعة واحدة بل بدأت إرهابات  
لها في منطق « أرسطو » ، ووصلت إلى مرحلة التضج عند « رسل »  
و « هوايتهد » .

نعرض في عجالة لتطور فكرة النسق لدى المناطقة بدءاً من « أرسطو » :

( ١ ) أرسطو :

كان لدى « أرسطو » المأما بأسس النسق الاستنباطي بصفة عامة ، إلا أنه لم  
يصنع منطق صياغة استنباطية واضحة . كانت الأسس التي أقام عليها  
« أرسطو » تصوره للنسق الصوري أقرب إلى طبيعة البرهان الهندسي منها إلى  
البرهان المنطقي . يبدأ البرهان بثلاثة عناصر : تعريفات تحدد معاني الألفاظ  
المستخدمة في العلم موضوع بحثنا ، ومبادئ تتسم بالصدق والأولية ، ثم  
فروض يقرر كل فرض منها واقعة يمكن استنباط نتائج منها . ويتهي البرهان إلى  
استنباط نظريات من هذه التعريفات والمبادئ والفروض<sup>(20)</sup> .

أما في المنطق فإن « أرسطو » لم يقيم نسقاً استنباطياً لأى من نظرياته المنطقية  
الأربعة بحيث يحدد لكل نظرية تعريفات ومبادئ ومصادرات خاصة بها ، كما  
أنه لم يقيم منطقاً جميعه — بنظرياته — نسقاً استنباطياً . ومن الملاحظ أن ثمة  
محاولات قامت لاثبات أن بمنطق « أرسطو » مجموعة من الأسس تصلح —  
بعد أن نتقى بعضها ونستبعد بعضها الآخر في ضوء معايير منطقية أكثر حداثة  
من « أرسطو » — لإقامة منطق نسقاً استنباطياً<sup>(21)</sup> . وكان « لوكاشيفتش » في

(20) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 30 : 32 .

(21) لوكاشيفتش : نظرية القياس الأرسطية . ص 63 : 68 .

كتابه نظرية القياس الأرسطية من أكثر المناطق المعاصرين حماساً لاثبات ذلك ، إلا أننا إذ نقدر حماسه ، نذكر بأن فكرة اقامة المنطق كنسق استنباطي فكرة حديثة جاءت وليدة حركات نقدية لأسس العلوم بدأت بالرياضيات ( الهندسة والحساب ) وانتهت بالمنطق<sup>(22)</sup> .

( ب ) كريسيبوس : [ 280 - 207 ق . م ]

وضع الرواقيون أسس أول محاولة تتسم بالجدية لاقامة المنطق نسقاً استنباطياً ، ذلك أنه بالاضافة إلى اسهامهم الواضح في البحث في طبيعة القضايا الشرطية وأنواعها وقواعد صدقها ، واقترحهم متغيرات ترمز إلى قضايا ، والماهم العديد من الثوابت المنطقية والقضايا المركبة<sup>(23)</sup> ، اقترح « كريسيبوس » Chrysippus مجموعة من الصور الاستدلالية السليمة Valid inference Schemata واعتبر خمسا منها أولية ورأى فيها قدامى الكتاب قواعد استتاج لا تقبل البرهان . هذه الصور أو القواعد ليست سوى المقدمات الأولية التي نبدأ منها بناء النسق الاستنباطي وهي<sup>(24)</sup> :

- 1 — إذا كان الأول ، كان الثاني ؛ لكن الأول ؛ إذن الثاني .
- 2 — إذا كان الأول ، كان الثاني ؛ لكن ليس الثاني ؛ إذن ليس الأول .
- 3 — ليس الأول والثاني معاً ؛ لكن الأول ؛ إذن ليس الثاني .
- 4 — إما الأول أو الثاني ؛ لكن الأول ؛ إذن ليس الثاني .
- 5 — إما الأول أو الثاني ؛ لكن ليس الثاني ؛ إذن الأول .

إشتق « كريسيبوس » عدداً كبيراً من المبرهنات theorems استناداً إلى تلك المقدمات ، نحصر منها التماذج التي عرضها « وليام ومارتا نيل » في كتابهما المشترك ، والمبرهنات هي :

(22) محمد قاسم : جوتلوب فريجه : ص 30 : 34 .

(23) Kneale, The Development of Logic, PP. 158 : 162.

(24) Ibid., P. 163.



- 6 — إذا كان الأول — في حالة إذا كان الأول كان الثاني — لكن الأول ؛ إذن الثاني<sup>(25)</sup> .
- 7 — إذا كان الأول والثاني ، كان الثالث ؛ لكن ليس الثالث ؛ ومن جهة أخرى فإنه الأول ؛ إذن ليس الثاني<sup>(26)</sup> .
- 8 — إذا كان الأول ؛ فإن الأول ، لكن الأول ؛ إذن الأول .
- 9 — إما أن يكون الأول أو الثاني أو الثالث ، لكن ليس الأول ؛ وليس الثاني ؛ إذن الثالث<sup>(27)</sup> .
- 10 — إما أن يكون الأول ، أو لا يكون الأول ، لكن الأول ، إذن لا لا الأول .
- 11 — إما الأول ، أو ليس الأول ، لكن لا لا الأول ؛ إذن الأول .
- 12 — إذا كان الأول فليس الثاني ؛ لكن الأول ؛ فإنه ليس ان كان الأول كان الثاني<sup>(28)</sup> .
- 13 — إذا كان ليس الأول كان الثاني ؛ لكن ليس الثاني ؛ فإنه ليس ان كان الأول كان الثاني .
- 14 — إذا كان الأول كان الثاني ، وإذا كان الأول فليس الثاني ، إذن ليس الأول .
- 15 — إذا كان الأول كان الثاني ؛ إذا لم يكن الأول ، كان الثاني ، إذن الثاني<sup>(29)</sup> .
- 16 — إذا كان الأول كان الأول ؛ وإذا كان الأول فليس الأول ؛ إذن ليس الأول .
- 17 — إذا كان الأول كان الأول ؛ وإن لم يكن الأول كان الأول ؛ إذن الأول .

(25) Ibid., P. 165.

(26) Ibid., P. 166.

(27) Ibid., P. 167.

(28) Ibid., P. 171.

(29) Ibid., P. 172.

تعد تلك المقدمات والمبرهنات التي نقلها « سكستوس أمبريكوس » عن « كريسيبوس » نقطة بدء هامة ودقيقة المعنى لفكرة النسق بصفة عامة ، كما تعد تعويلاً له شأنه على القضايا . ففي الوقت الذي اهتم فيه « أرسطو » في استدلالاته بالعلاقة بين الحدود العامة ، تناول الرواقيون من الاستدلالات ما يستند إلى أفكار تعبر عنها روابط القضايا المركبة . مما يعبر عنه « لو كاشيفتش » بأنه كان بداية لما يعرف الآن بنظرية حساب القضايا<sup>(30)</sup> . أهمية إسهام الرواقية إذن يتمثل في جانبيين بالنسبة لنا الآن : الاهتمام بالقضايا بأنواعها المختلفة وقواعد صدقها ، وصياغة أول نسق صوري في المنطق وإن جاء على وتيرة النسق الهندسي .

ح - لينتز [ 1646 - 1716 ]

وصل « لينتز » إلى إقامة نسق منطقي استنباطي بعد عدة محاولات ، فقد رأى في بداية الأمر أنه يمكن إقامة البرهان على قضية ما باستنباطها من مجموعة تعريفات دون حاجة إلى مبادئ أو مصادرات . وتطورت أبحاثه حتى اقتنع بضرورة البدء بقائمة تعريفات ، ومجموعة محددة من المبادئ تستنبط منها المبرهات التي أسماها قضايا ، وقد استخدم حروف الهجاء رموزاً إلى الحدود كما استخدم علامات الحساب ( + ، = ، ≠ ) كثوابت<sup>(31)</sup> . ومن الملاحظ أن محاولة « لينتز » قامت على أساس النظر إلى حدود القضية بوصفها فئات لأشياء ، وأنها تنتمي إلى جبر الفئات حيث توصل إلى بعض القوانين المنطقية التي تحتذى علم الجبر ، كما توصل إلى قوانين منطقية أخرى تخالف علم الجبر المؤلف<sup>(32)</sup> . ورغم أن نظرية « لينتز » في جبر الفئات تتسم بالاضطراب والخلط بين معنى ودور بعض الثوابت المنطقية مثل الوصل والفصل ، إلا أن عرض النسق الاستنباطي لها يعد شاغلنا الحالي . ونعرض لها كما ساقها على هيئة تعريفات وبديهيات ومصادرات وقضايا<sup>(33)</sup> :

(30) Ibid., P. 175.

(31) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 56 : ص 59 .

(32) نفس المرجع ، ص 62 ، 63 .

(33) Kneale, Op. Cit., P. 340.



(تعريف 1) : تصبح الحدود متطابقة أو هي هي إذا أمكن استبدال أحدهما بالآخر متى شئنا دون تغير في صدق القضية . (  $a = b$  ) تعنى أن (  $a$  ) و (  $b$  ) هما نفس الحد .

(تعريف 2) : تصبح الحدود مختلفة ان لم نستطع أن نستبدل أحدهما بالآخر بصفة دائمة . (  $a \neq b$  ) تعنى أن (  $a$  ) و (  $b$  ) مختلفان .

[ قضية 1 ] : إذا كان  $a = b$  ، فإن  $b = a$  أيضاً . لأنه مادامت (  $a = b$  ) فرضاً ، فإنه يمكن بالرجوع إلى التعريف [ 1 ] أن نفترض صدق القضية (  $a = b$  ) وأن نستبدل (  $a$  ) و (  $b$  ) أحدهما بالآخر ، ومن ثم فإن  $b = a$  .

[ قضية 2 ] : إذا كان  $a \neq b$  ، فإن  $b \neq a$  أيضاً . وإلا كان علينا أن نسلم بأن (  $a = b$  ) ونسلم أيضاً بأن (  $a = b$  ) وهو عكس الفرض الأول  $a \neq b$  .

[ قضية 3 ] : إذا كان  $a = b$  ،  $b = c$  ، فإن  $a = c$  (34) .

[ قضية 4 ] : إذا كان  $a = b$  ،  $b \neq c$  ، فإن  $a \neq c$  (35) .

(تعريف 3) : (  $a$  محتوى في  $s$  ) أو (  $s$  تحتوى  $a$  ) يعنيان معاً القول بأن (  $s$  ) يمكن أن تتسق مع عدد من الحدود تؤخذ معاً بحيث يكون (  $a$  ) أحدها . (  $b + c = s$  ) تعنى أن (  $b$  ) محتوى في (  $s$  ) وأن (  $b$  ) و (  $c$  ) يؤلفان (  $s$  ) . وينسحب هذا الأمر على عدد أكبر من الحدود .

{ بدئية 1 } : (  $b + c$  ) = (  $c + b$  ) .

« مصادرة » : يمكن إضافة أى عدد من الحدود من نوع  $a$  ،  $b$  لتؤلف معاً حداً واحداً (  $a + b$  ) .

(34) Ibid., P. 341.

(35) أغفلنا هنا كتابة البرهنة الاستيعابية واكتفينا بالبرهنة الواردة بالقضيتين 1 ، 2 رغبة في الإيجاز .

{ بدئية 2 } :  $1 = 1 + 1$  .

[ قضية 5 ] : إذا كان ( أ ) محتوي في ( ب ) ، وكان ( أ ) = ( ح ) ، فإن ( ح ) محتوي في ( ب ) .

[ قضية 6 ] : إذا كان ( ح ) محتوي في ( ب ) ، وكان  $1 = ب$  ، فإن ( ح ) محتوي في ( أ ) .

[ قضية 7 ] : ( أ ) محتوي في ( أ ) . لأن ( أ ) محتوي في  $1 + 1$  ( تعريف 3 ) ، و  $1 + 1 = 1$  ( بدئية 2 ) ، [ وبالإضافة إلى قضية 6 ] ،  $\therefore$  ( أ ) محتوي في ( أ ) .

[ قضية 8 ] : إذا كان  $1 = ب$  ، فإن ( أ ) محتوي في ( ب ) .

[ قضية 9 ] : إذا كان  $1 = ب$  ، فإن  $1 + ح = ب + ح$  .

[ قضية 10 ] : إذا كان  $1 = س$  ، وكان  $ب = ص$  ، فإن  $1 + ب = س + ص$

[ قضية 11 ] : إذا كان  $1 = س$  ، وكان  $ب = ص$  ، وكان  $ح = ع$  ، فإن : ( أ + ب + ح ) = ( س + ص + ع ) .

[ قضية 12 ] : إذا كان ( ب ) محتوي في ( س ) ، فإن ( أ + ب ) محتوي في ( أ + س ) .

[ قضية 13 ] : إذا كان  $س + ب = س$  ، فإن ( ب ) محتوي في ( س ) .

[ قضية 14 ] : إذا كان ( ب ) محتوي في ( س ) ؛ فإن  $س + ب = س$  .

[ قضية 15 ] : إذا كان ( أ ) محتوي في ( ب ) ، وكان ( ب ) محتوي في ( ح ) ؛ فإن ( أ ) محتوي في ( ح )<sup>(36)</sup> .

= نتيجة = : إذا كان ( أ + ع ) محتوي في ( ب ) ؛ فإن ( ع ) محتوي في ( ب ) .

(36) Kneale, W., Op. Cit., P. 342.

[ قضية 16 ] : إذا كان ( أ ) محتوًى في ( ب ) ، وكان ( ب ) محتوًى في ( ح ) ، وكان ( ح ) محتوًى في ( د ) ؛ فإن ( أ ) محتوًى في ( د ) .

[ قضية 17 ] : إذا كان ( أ ) محتوًى في ( ب ) ، وكان ( ب ) محتوًى في ( أ ) ؛ فإن  $A = B$  .

[ قضية 18 ] : إذا كان ( أ ) محتوًى في ( س ) ، وكان ( ب ) محتوًى في ( س ) ؛ فإن ( أ + ب ) محتوًى في ( س ) .

[ قضية 19 ] : إذا كان ( أ ) محتوًى في ( س ) ، وكان ( ب ) محتوًى في ( س ) ، وكان ( ح ) محتوًى في ( س ) ؛ فإن ( أ + ب + ح ) محتوًى في ( س ) .

[ قضية 20 ] : إذا كان ( أ ) محتوًى في ( ص ) ، وكان ( ب ) محتوًى في ( ع ) ؛ فإن ( أ + ب ) محتوًى في ( ص + ع ) .

[ قضية 21 ] : إذا كان ( أ ) محتوًى في ( ص ) ، وكان ( ب ) محتوًى في ( ع ) ، وكان ( ح ) محتوًى في ( و ) ؛ فإن ( أ + ب + ح ) محتوًى في ( ص + ع + و ) .

د — بيانو [ 1858 - 1932 ]<sup>(37)</sup>

من يدرس « بيانو » يدهش لشدة إخلاصه لفكرة النسق بالإضافة إلى حماسه لأفكار رياضية ومنطقية أخرى . فقد أعاد « بيانو » صياغة النسق الاقليدي حتى أصبح خالياً من عيوبه التقليدية . كما كان له فضل السبق —

(37) كان الترتيب الصائب يقتضى أن تذكر محاولة « بول » [ 1815-1864 ] ومحاولة « فريجه » [ 1848-1925 ] بصدد إقامة نسق منطقي استنباطي قبل الحديث عن « بيانو » . لكننا أغفلنا الحديث عن « بول » لأن نظريته المنطقية كانت أقرب إلى علم الجبر منها إلى علم المنطق — كانت تشوبها بعض الأخطاء عند ظهورها تفرع المناطقة لاصلاحها — مكتفين بنموذج « لبيتز » الجبري . وأحلنا الحديث عن « فريجه » إلى ما بعد « بيانو » رغم أنهما متعاصران لأن محاولة « فريجه » كانت أكثر نضجاً من محاولة « بيانو » .

بالإضافة إلى فريجه — في محاولة تخلص علم الحساب من عيوبه وصياغته كنسق استنباطي اعتماداً على ثلاثة أفكار أساسية وخمس مصادرات . أما الأفكار الأساسية أو اللامعرفات فهي : الصفر ، والعدد الصحيح المتناهي ، والتالي .

أما المصادرات فقد كتبها « يانو » للمرة الأولى عام 1889 على أساس أن الواحد أول الأعداد ، ثم أعاد صياغتها فيما بين عامي 1895 و 1908 وجعل الصفر هو أول الأعداد وصاغها على النحو التالي<sup>(38)</sup> :

- 1 — الصفر عدد .
- 2 — التالي لأي عدد عدد .
- 3 — إذا كان لعددتين نفس التالي ، فالعددان متطابقان .
- 4 — الصفر ليس تالياً لأي عدد .
- 5 — إذا كانت « س » فئة ينتمى إليها الصفر ، وكذلك التالي لكل عدد ينتمى إلى « س » فيترتب على ذلك أن كل عدد ينتمى إلى « س » .

ويتمثل المظهر الثالث لحساس « يانو » لفكرة النسق في محاولته صياغة المنطق الرمزي كنسق استنباطي ، حيث وضع نسقاً يصلح للتطبيق على النظريات المنطقية التي أسهم في بنائها وهي نظريات حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف . يمكن الإشارة إلى عناصر النسق عنده في النقاط التالية :

#### 1 — أفكار أولية<sup>(39)</sup> :

مجموعة من الأفكار الواضحة بذاتها لبساطتها وتستخدم في تعريف بقية

(38) Kneale, W., Op. Cit., PP. 473-4.

وانظر أيضاً : رسل : أصول الرياضيات ، ح 2 ، ص 25 ، 26 .

(39) اعتمدنا في عرض عناصر النسق الاستنباطي عند « يانو » على :  
— رسل : أصول الرياضيات ، الترجمة لعربية ح 1 ، ص 65 : 73 .  
محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 120 : 126 .

الأفكار وهي : فئة ، حد ، عضوية الفرد في فئة ينتمى إليها ، لزوم صوري ، تعريف ، سلب ، تقرير قضيتين معاً .

## 2 — التعريفات :

يصوغ « بيانو » أربعة تعريفات مستعيناً بالأفكار الأولية وفي ضوء تصوره لأفكار منطقية مثل اللزوم والضرب المنطقي ولطبيعة فكرة الفئة والفئة الفارغة ، وهذه التعريفات هي :

— إذا كان ( ا ) يرمز إلى فئة ؛ ويرمز ( هـ ) كما يرمز ( و ) إلى أعضاء في فئات ؛ فإن قولنا « ( هـ ) ، ( و ) ينتميان إلى ( ا ) » يعني أن « ( هـ ) عضو في ( ا ) وأن ( و ) عضو في ( ا ) » .

— إذا كان ( ا ) و ( ب ) رموزاً لفئات ، فإن قولنا « كل ا هو ب » يعني أن [ ( هـ هو ا ) يلزم عنها أن ( هـ هو ب ) ] .

— ان الضرب المنطقي بين فئتين ( ا ، ب ) ينتج عنه عدد الأفراد الأعضاء في الفئتين ( ا ، ب ) معاً ، انهم أعضاء الفئة ( ا ب ) .

— الفئة الفارغة فئة محتواة في كل فئة .

## 3 — القضايا الأولية (البديهيات) :

وضع « بيانو » خمس بديهيات تشكل عصب نسقه الاستنباطي في المنطق ، وحلقة الوصل بين الأوليات والنتائج ، ذلك أننا نقبلها بلا برهان عليها هي الأخرى كما أننا نستنبط منها قوانين منطقية أكثر تركيباً . أما هذه البديهيات فهي :

— « كل فئة محتواه في ذاتها »<sup>(40)</sup> .

— « الضرب المنطقي بين فئتين فئة جديدة » .

(40) لا سبيل للاستغناء عن هذه البديهية لأنها تكافئ قانون الهوية  
« كل قضية يلزم عنها ذاتها » ( C ⊃ C ) .

— « ناتج الضرب المنطقي بين فئتين ، محتوى فى كل فئة منهما »  
 فإذا كان  $A$  ،  $B$  رمزين إلى فئتين ، فإن ناتج الضرب بينهما  $(A \cdot B)$   
 محتوى فى الفئة  $(A)$  كما أنه محتوى فى الفئة  $(B)$  <sup>(41)</sup> .

— صورتان من القياس كلاهما قضية أولية <sup>(42)</sup> :  
 « إذا كان  $(A)$  ،  $(B)$  ،  $(C)$  فئات ، وكان  $(A)$  محتوى فى  $(B)$   
 وكان  $(B)$  عضواً فى  $(A)$  ، فإن  $(B)$  عضو فى  $(B)$  » .

« إذا كان  $(A)$  ،  $(B)$  ،  $(C)$  فئات ، وكان  $(A)$  محتوى فى  $(B)$   
 وكان  $(B)$  محتوى فى  $(C)$  ، فإن  $(A)$  محتوى فى  $(C)$  » :

— مبدأ الاستدلال أو التركيب :  
 إذا كان  $(A)$  محتوى  $(B)$  ، وكذلك كان  $(A)$  محتوى فى  $(C)$  ،  
 فإن  $(A)$  محتوى فى حاصل ضربهما المنطقي معاً .

استعان « بيانو » بما وضعه من أفكار أولية وتعريفات وقضايا أولية أو  
 بديهيات فى وضع نسق استنباطى يشمل نظرياته المنطقية : حساب القضايا  
 وحساب دالات القضايا وحساب الفئات .

هـ — فريجه : [ 1848 - 1925 ]

فريجه عالم رياضيات ومنطقي فذ ، آثرنا أن يكون عرضنا لنسقه الاستنباطى  
 بعد « بيانو » وقبل « رسل » لأنه كان التطور الطبيعى بل والمنطقى بينهما .  
 يتميز « فريجه » بأنه أول منطقي صاغ النظريات المنطقية الأربعة فى قالب  
 رمزى دقيق ومتميز ، وقدم نسقاً منطقياً مبتكراً فى مصطلحه وشموله . أما  
 عناصر النسق الاستنباطى عنده فهى :

(41) تعبر نظرية حساب القضايا عن هذه البديهية بالصيغتين :

$$(A \cdot B) \subset A$$

$$(A \cdot B) \subset B$$

(42) يلاحظ أن الصورة الأولى تحوى قضية شخصية كمقدمة . بينما جاءت جميع قضايا الصورة الثانية  
 كليات . ويعود التمييز بين القضية الشخصية والقضية نكية إلى « بيانو » .



## 1 - الأفكار الأولية :

أى الأفكار اللامعرفة ، وهى ما كانت أكثر وضوحاً وبساطة ، ومن ثم فهى الأسبق منطقياً على غيرها من قضايا النسق . يقدم « فريجه » فكرتين أوليتين :

— فكرة السلب negation : ورمزها لديه ( — ) ، وتعنى القول : « من الكذب أن »<sup>(43)</sup> .

— فكرة اللزوم implication : ورمزها لديه  $\vdash$  وتشير إلى علاقة

السابق ( و ) باللاحق ( ل ) فى القضية الشرطية المتصلة وقد قال « فريجه » بما سبق أن قاله المنطق الفيلونى بصدد الحكم على القضية الشرطية من معرفة صدق وكذب عنصرها<sup>(44)</sup> .

## 2 - التعريفات :

قدم « فريجه » تعريفات لثوابت الفصل والوصل والمساواة .  
— عرف دالة الفصل بأنها القضية التى تصدق إذا صدق أحد عنصرها أو كلاهما معاً<sup>(45)</sup> . وقد رمز لهذه الدالة بالرمز  $\vee$ <sup>(46)</sup> .

— عرف دالة الوصل بأنها تصدق إذا صدق عنصرها معاً وتكذب إذا كذب أحد عنصرها على الأقل .

— عرف دالة التكافؤ ، وكان يقصد بالتكافؤ المساواة أو علاقة الهوية التى

(43) Kneale, W., Op. Cit., P. 481.

(44) راجع ما كتب مفصلاً عن دالة اللزوم فى الفصل الثانى . وانظر أيضاً :  
Kneale, Op. Cit., P. 480.

(45) محمود زيدان : المنطق الرمضى ، ص 154 .

(46) يمكن أن نعبر عن هذا الرمز بلغة « يانور » الرمزية السهلة كما يلى :  
~ ( - ل . - و )



تنشأ بين اسمين أو علامتين قضويتين ، وتصديق قضية التكافؤ عندما يمكن تبادل مواضع عنصريها دون اخلال بالصدق . — (  $q \equiv p$  ) .

### 3 — البديهيات :

وضع « فريجه » أكثر من مجموعة بديهيات ، من أشهرها ما يعرضه « نيل » في كتاب تطور المنطق ، وهي سبع بديهيات<sup>(47)</sup> :

$$I — p \supset (q \supset p) .$$

$$II — [p \supset (q \supset r)] \supset [(p \supset q) \supset (p \supset r)] .$$

$$III — [p \supset (q \supset r)] \supset [(p \supset q) \supset (p \supset r)] .$$

$$IV — (p \supset q) \supset (q \supset p) .$$

$$V — \sim \sim p \supset p .$$

$$VI — p \supset \sim \sim p .$$

$$VII — (p \supset q) \supset (q \supset p) .$$

### 4 — مبادئ الاشتقاق :

وقد نوه « فريجه » إلى اعتماده على مبدأ استدلالى واحد لاشتقاق المبرهنات

(47) Kneale, Op. Cit., PP. 524-5.

(48) لاحظ بعض المناطق أن بديهية « فريجه » الثالثة زائدة حيث يمكن اشتقاقها من البديتين الأولىين . وإن سلمنا بهاتين البديتين فإنه يمكن وضع بديهية سلب واحدة من ثلاث البديهيات الأخيرة ، والبديهية هي :

$$(p \supset q) \supset (q \supset p)$$

وذهب بعض المناطق إلى رأى أكثر إثارة وهو أن يحل محل بديهيات « فريجه » كلها ثلاث بديهيات فقط هي :

$$I — (p \supset (q \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$$

$$II — (p \supset (q \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$$

$$III — (p \supset (q \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$$

راجع كتاب Kneale ، ص 525 .

من تلك البديهيات ، إلا أن ما يلاحظه المنطقة هو أن « فريجه » قد اعتمد على أربعة مبادئ أو قواعد هي<sup>(49)</sup> :

#### I — مبدأ التعويض Principle of Substitution

وينص على أن نجرى تعويضاً عن صيغة محددة بصيغة مكافئة لها بالتعريف ، حتى يتسنى لنا إجراء اشتقاق بعينه . نحن نعلم أن :

$$\text{تع} \quad (L \supset U) \equiv (\sim U \vee L)$$

$$\text{وأن : } (\sim U \vee L) \equiv (\sim L \supset \sim U)$$

فاذا أجرينا تعويضاً برفع التشابهات نصل إلى :

$$(L \supset U) \equiv (\sim L \supset \sim U)$$

#### II — مبدأ الاستدلال أو قاعدة اثبات التالي Modus Ponens

$$[ (L \supset U) . U ] \supset L$$

$$\frac{H \text{ س}}{(H) \text{ س}} \text{ — III}$$

$$\frac{U \supset H \text{ س}}{U \supset (H) \text{ س}} \text{ — IV}$$

#### 5 — نموذج لنسق استنباطي :

نعرض هنا أحد النماذج الاستنباطية التي تبدأ بثاني مقدمات أو قضايا لفريجه ، ويعود بقية النموذج لمنطقى آخر « لوكاشيفتش » أما الترقيم لخطوات النموذج فمن وضع « نيل »<sup>(50)</sup> . عرض « فريجه » الصورة الأولية لهذا النموذج في كتابه كتابة التصورات وعرضه « نيل » بلغة « يانو » الرمزية لسهولة

(49) Ibid., P. 525.

(50) Kneale, W., Development of Logic, PP. 490-491.

وبساطتها . وما ينبغي ملاحظته على هذا النموذج غلبة الطابع الاشتقاق عليه  
 واستخدام ثابت اللزوم في جميع خطواته ، واستخدام قواعد استدلالية عدة  
 كالاشتقاق واثبات التالى والتعويض .

[1]  $C(A \supset B)$  بديهية .

[2]  $C[C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]]$  بديهية .

[3]  $\{C[C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]] \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]\}$

$C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]]$  من [1] :

$C[C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]] \supset C[A \supset B]$  .

[4]  $C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]]$  من [2] و [3] .

[5]  $\langle C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]] \rangle$

$\langle C[C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]] \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)] \rangle$  من [2] :

$C[A \supset B] \supset C[C(A \supset B) \supset C[A \supset B]]$  .

[6]  $C\{C[C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]] \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]\}$  من [4] و [5] .

[7]  $C(A \supset B) \supset C[C(A \supset B) \supset C(A \supset B)]$  من [1] :  $C[A \supset B] \supset C[A \supset B]$  .

[8]  $C(AC)C(BC)[C(AC)C(BC)]$   
من [6] و [7] .

[9]  $C\{[C(AC)C(BC)]C(AC)C(BC)\}$   
 $\{[C(AC)C(BC)]C(AC)C(BC)\}$   
من [2] :

$AC / C(BC) / C(AC) / A$

[10]  $[C(AC)C(BC)]C(AC)C(BC)[C(AC)C(BC)]$   
من [8] و [9] .

[11]  $C\{[C(BC)C(AC)]C(BC)C(AC)\}$   
 $\{[C(BC)C(AC)]C(BC)C(AC)\}$   
من [10] :

$C(BC) / C(AC) / C$

[12]  $[C(AC)C(BC)]C(AC)C(BC)[C(AC)C(BC)]$   
من [11] :

$AC(BC) / C(AC) / C$

[13]  $C(AC)C(BC)[C(AC)C(BC)]$   
من [12] و [11] .

[14]  $[C(BC)C(AC)]C(BC)C(AC)[C(BC)C(AC)]$   
من [13] :

$C(BC)C(AC) / C(BC)C(AC) / C$

[15]  $[C(BC)C(AC)]C(BC)C(AC)$   
من [11] و [14]



حيث تم اشتقاق القضية [ 8 ] من القضيتين [ 7 ] ، [ 6 ] ، بينما تم اشتقاق القضية [ 6 ] من القضيتين [ 5 ] ، [ 4 ] ، وتم اشتقاق القضية [ 4 ] من [ 3 ] ، [ 2 ] ، أما [ 3 ] فقد اشتقت من القضية [ 1 ] .

أما إذا نظرنا في النموذج بصورته المكتملة فإن الصورة المختصرة لعملية الاشتقاق كمسلك استنباطي قد تمت على هذا النحو :

	<u>[ 1 ]</u>	.	<u>[ 2 ]</u>	
<u>[ 1 ]</u>	<u>[ 12 ]</u>	<u>[ 8 ]</u>	<u>[ 9 ]</u>	
<u>[ 13 ]</u>		<u>[ 10 ]</u>		
<u>[ 14 ]</u>		<u>[ 11 ]</u>	<u>[ 8 ]</u>	
	<u>[ 15 ]</u>		<u>[ 16 ]</u>	
		<u>[ 17 ]</u>		
	<u>[ 2 ]</u>	<u>[ 18 ]</u>		
		<u>[ 19 ]</u>		
		<u>[ 20 ]</u>		

وحقيقة الأمر أن « فريجه » بجهازه الرمزي ونظرياته المنطقية ونسقه الاستنباطي قد أثار إنباه المعاصرين له واللاحقين عليه من المناطق ؛ فراحوا يدرسون ويطورون تراثه المنطقي الضخم ، ويعرضون نظرياتهم في ضوء ما ينسب إلى « فريجه » من مبادئ وأسس منطقية . كان البعض منهم يشرح

إسهام « فريجه » مؤيداً وكان البعض الآخر يحاول أن يختزل عدد المقدمات اللازمة للنسق الاستنباطي ، وهناك من أضاف إليها ، لكن يظل إسهام « فريجه » هو الأساس الذي تنتمي إليه معظم الدراسات المنطقية المعاصرة<sup>(51)</sup> .

(51) راجع المرجع السابق « لوليم نيل » من صفحة 513 إلى صفحة 548 وبخاصة ما يتعلق بهؤلاء : « نيكود » و « برنيز » و « لوكاشيفتش » و « هليوت » . وسوف نشير إلى مقترحاتهم في حينها بصدد عرض نظرية حساب القضايا كنسق استنباطي .





## الفصل السادس

### حساب القضايا كنسق إستباطى



## الفصل السادس

### حساب القضايا كنسق إستباطى

مقدمة :

من يدرس الرياضيات يجد أن الموضوع الأثير لعلم الحساب هو تناول الأعداد ودراسة العلاقات والروابط القائمة بينها ، ومن يدرس المنطق الرمزى يجد أن مادة نظرية حساب القضايا هى القضايا المنطقية ، وأن المقصود هنا بالحساب حساباً منطقياً يتناول القضايا بدلاً من الأعداد . قلنا فى فصل سابق أن من موضوعات حساب القضايا وضع الصيغ التحليلية ، وقد تناولنا هذا الموضوع بالفعل ، ونقول الآن أن من موضوعاته أيضاً الحديث عن نسق استباطى .

يبدأ النسق الاستباطى فى حساب القضايا من مجموعة من اللامعرفات والتعريفات والبديهيات أو المصادرات وينتهى إلى التسليم بمجموعة من المبرهنات مشتقة من تلك المقدمات طبقاً لقواعد ومبادئ الاستدلال السليم .

وسنجعل من النسق الاستباطى الذى قدمه « رسل » و « هوايتهد » فى كتابهما المشترك « برنكيا » أساساً للعمل فى هذا الفصل ، لأنه كان تطويراً لنسق « فريجه » المنطقى ، حيث أصبح نسق حساب القضايا عندهما أساساً للنظريات الثلاثة الأخرى ، مما يفيدنا فى دراستنا لنظريات المنطق الرمزى ، موضوع هذا الكتاب . على أن نبادر بذكر مجموعة من الملاحظات التى توجه عملنا فى هذا الفصل :

— نستخدم فى بعض الأحيان لغة رمزية بسيطة تقوم فى الأساس على لغة « بيانو » المنطقية الرمزية التى استخدمها « برنكيا » مع استخدام أكثر يسراً للأقواس لتحديد مجال عمل الثوابت المنطقية .

— نعرض بين حين وآخر لتطور فكرة أو قاعدة أو مبدأ منطقي فيما يتعلق بالاستدلال لدى منطقة آخرين لحقت أعمالهم « برنكيا » ، على ألا ينال ذلك من دقة عرضنا لخطوات النسق الاستنباطي لحساب القضايا بصفة عامة .

— إحتذى « رسل » و « هوايتهد » في صياغتهما لنسق حساب القضايا والبرهنة على مبرهناته نموذج البرهان الهندسي المحكم ، وسنبرهن من جانبنا على صحة المبرهنات بالبرهان الهندسي بالإضافة إلى قوائم الصدق التي اقترحها « بوست » و « فتجنشتين » .

— نعرض لعناصر النسق على هذا النحو : ما يتعلق منها بالثوابت المنطقية أولاً وهي الرموز والأفكار الأولية والتعريفات . ثم نعرض للبديهيات أو المصادر ، وهي تلك الصيغ التحليلية الصادقة ، وينصب البحث فيها على العلاقات المنطقية بين المتغيرات والثوابت . ونعرض ثالثاً لقواعد الاشتقاق التي تحكم عملية الاستدلال ، ونعرض أخيراً للمبرهنات وكيفية البرهنة على صحتها .

### أولاً : الرموز والأفكار الأولية والتعريفات :

١ — الرموز Symbols من ثوابت ومتغيرات ، فالخاصية الأولى للمنطق الرمزي هي استخدام الرموز بغية تحقيق مزيد من الصورية ، والرموز هي نقطة بدء النسق الاستنباطي وقد استعارها المنطقة من الرياضيات وبخاصة من علم الجبر . وتطبيق مبدأ الهوية يلزم المنطقي باستخدام الرمز ( الثوابت بالذات ) بنفس المعنى دائماً في نفس النسق .

وقد عرضنا في فصل سابق لطبيعة المتغيرات والثوابت ، ويمكن أن نضيف إليها مجموعة العلاقات الدالة على تحديد مجال الثوابت المنطقية وأهمها الآن الأقواس ، وسوف نستخدمها هنا نفس استخدامنا لها في الفصول السابقة .

## ب - الأفكار الأولية Primitive notions

هى حدود أولية يختارها المنطقى من بين الثوابت المنطقية التى اصطلح عليها ، بوصفها أكثر الأفكار لديه وضوحاً وبساطة . والأخذ بأفكار أولية فى نسق منطقى أو صورى غير ملزم لبقية المناطقة للأخذ بها أو البدء منها . فقد لاحظنا أن « فريجه » قد بدأ بناء نسقه من فكرتين أساسيتين هما : السلب واللزوم [  $\neg$  ،  $\supset$  ] على أساس أنها أكثر الأفكار ببساطة ولا يمكن ردها لأفكار أبسط منها أو تعريفها بثوابت أخرى . إلا أن « بيرس » Peirce و « شيفر » Sheffer ذهباً إلى أنه يمكن تعريف فكرة السلب وبقية الأفكار الأولية فى المنطق بفكرة أساسية وحيدة هى فكرة التنافر (  $\vee$  /  $\wedge$  )<sup>(1)</sup> .

قال « رسل » بثابتين هما السلب والفصل [  $\neg$  ،  $\vee$  ] كأفكار أولية تستخدم فى تعريف غيرهما من الثوابت فى نسقه المنطقى<sup>(2)</sup> . إلا أنه مع التسليم بهاتين الفكرتين رَدُّ دالات الصدق الأساسية إلى دالة التنافر حيث عرّف الأولى بالثانية كما أشرنا إلى ذلك فى الفصل الثالث من هذا الكتاب .

## ج - التعريفات Definitions

ويقصد بها تحديد معنى ثوابت أو حدود بالاستناد إلى ما سلمنا به من أفكار أولية . يُعرّف « رسل » — على سبيل المثال — ثوابت منطقية مثل الوصل واللزوم والتكافؤ معتمداً على الحدين الأساسيين عنده : السلب والفصل<sup>(3)</sup> :

$$1 - \vee , \wedge = \neg ( \neg \vee \neg \wedge ) \quad \text{تع}$$

(1) Kneale, W. The Development of Logic, P. 526.

(2) قال « رسل » بهاتين الفكرتين فى برنكيا ، وكان قد قال فى كتابه أصول الرياضيات [ 1903 ] أن اللزوم يعد الفكرة الأولية التى تشتق منها بقية أفكار وتعريفات المنطق .

راجع : رسل : أصول الرياضيات ، الترجمة العربية ، ج 2 ، ص 46 : 51

See also, Principia, P. 12 & P. 93.

(3) Principia, P. 12.





ما يشتق منها من مبرهنات ، وأن تتسم كل قضية منها بالاستقلال ، وأن تكون مجموعة البديهيات كافية بذاتها لاشتقاق قضايا صادقة منها<sup>(5)</sup> .

أما مصادرات « رسل » فهي<sup>(6)</sup> :

### 1 — مبدأ تحصيل الحاصل Principle of Tautology

وينص على أنه « إذا كانت قضية ما صادقة أو هي ذاتها صادقة ، فيلزم أنها صادقة » ، وصورته الرمزية :

$$(p \vee p) \subset p$$

### 2 — مبدأ الجمع Principle of addition

وينص على أنه « إذا صدقت إحدى القضايا ( ل ) ، فإن دالة الفصل التي تدخل في تكوينها ( ل  $\vee$  ل ) تصبح صادقة . فإذا رمزنا مثلاً للقضية « اليوم الأربعاء » بالمتغير ( ل ) ، ورمزنا للقضية « اليوم الثلاثاء » بالمتغير ( ل ) ؛ فإن مبدأ الجمع يقرر : « إذا كان اليوم هو الأربعاء ، فإن اليوم إما أن يكون الثلاثاء أو الأربعاء »<sup>(7)</sup> . وصورة هذا المبدأ الرمزية :

$$l \subset (l \vee l)$$

### 3 — مبدأ التبادل Principle of Permutation

ويقصد بالتبادل هنا تبادل المواضع لعناصر دالة الفصل ، وينص على أن من يسلم بـ ( ل أو ل ) فيلزم أن يسلم بـ ( ل أو ل ) وصورته الرمزية :

$$(l \vee l) \subset (l \vee l)$$

(5) عمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 207 - 208 .

See also : Principia, PP. 12 - 13.

(6) Kneale, W., Op. Cit., P. 526.

(7) Principia, P. 96.

#### 4 — مبدأ الترابط Associative Principle

ويسمى قانون الترابط للجمع المنطقي ، وينص على أنه سواء كانت القضية ( و ) صادقة أو الدالة ( ل أو م ) صادقة فإنه يلزم عن ذلك صدق القضية ( ل ) أو الدالة ( و أو م )<sup>(8)</sup> . وصورة هذا المبدأ الرمزية :

$$[(L \vee (M \vee W)) \supset (M \vee (L \vee W))]$$

#### 5 — مبدأ التجميع Principle of Summation

ويقرر أنه إذا كانت ( ل ) يلزم عنها ( م ) ، فإن القضية ( و ل ل ) تستلزم القضية ( و ل م ) . ويعنى ذلك أنه يمكن أن يضاف بديل — في دالة لزوم — إلى كل من المقدمة والنتيجة دون أن ينال ذلك من صدق اللزوم . أما الصورة الرمزية لهذا المبدأ فهي<sup>(9)</sup> :

$$[(L \supset M) \supset (L \vee W \supset M \vee W)]$$

ونعيد عرض بديهيات أو مصادرات « برنكيا » مجتمعة :

$$1 - (W \vee W) \supset W$$

$$2 - L \supset (L \vee W)$$

$$3 - (L \vee W) \supset (W \vee L)$$

$$4 - [(L \vee (M \vee W)) \supset (M \vee (L \vee W))]$$

$$5 - [(L \supset M) \supset (L \vee W \supset M \vee W)]$$

(8) وقد ذهب برنيز Bernays في عام 1926 إلى بيان أن هذا المبدأ يمكن اشتقاقه من بقية المبادئ ومن ثم رآه زائلاً .

Kneale, Op. Cit., P. 526.

وقد أدرك « رسل » ومن هذا المبدأ من الناحية الاستنباطية في كتاب برنكيا وأشار — مع هرايتهد — إلى إمكان استبعاده كقضية أولية .

Principia, P. 96.

(9) Principia, P. 97.

وما ينبغي الإشارة إليه هو أن هذه المصادر لا تعتمد في صحتها إلا على طائفة التعريفات الأولية ، بحيث إذا غيرنا نوع اللامعرفات التي نسلم بها بداية فاننا نتوصل إلى مصادر مختلفة<sup>(10)</sup> .

(10) مثال ذلك أن اعتمد « نيكود » على فكرة وحيدة لا معرفة هي ( و / ل ) بمعنى ( ليس و ، ل معاً ) ورأى أنه يمكن إقامة حساب بأكمله على بديهية بمفردها هي :

$$\begin{array}{c} [ و / ( ل / م ) ] / [ ( س / س / س ) ] / [ ( س / ل ) / ( و / س / و ) ] / [ ( و / س / و ) ] \\ \text{مع قاعدة للاستدلال هي :} \\ \frac{و \quad و / ( ل / م )}{م} \end{array}$$

إلا أن هذا الاجاز قد يكون مغلاً ويخال من بساطة النسق ، لذلك فإن توخي الدقة والوضوح وعدم التكلف لي عرض البراهين بجمالنا نفترض أن مجموعة البدييات التي قدمها « هلبيرت » و« برنيز » في عام 1934 واستخدامها مع قاعدتي التعويض وإثبات التالي هي ما يحقق هدف كل منطقي وهذه المجموعة هي :

- ( أ ) 1 —  $و \supset ( ل \supset و )$
- 2 —  $و \supset [ ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset و ) ]$
- 3 —  $و \supset ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset م ) \supset ( ل \supset و )$
- ( ب ) 1 —  $و \supset ( ل \supset و )$
- 2 —  $و \supset ( ل \supset و )$
- 3 —  $و \supset ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset م ) \supset ( ل \supset و )$
- ( جـ ) 1 —  $و \supset و \supset ل$
- 2 —  $و \supset و \supset ل$
- 3 —  $و \supset ( ل \supset م ) \supset ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset و )$
- ( د ) 1 —  $و \supset ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset و )$
- 2 —  $و \supset ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset و )$
- 3 —  $و \supset ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset و )$
- ( هـ ) 1 —  $و \supset ( ل \supset و ) \supset ( ل \supset و )$
- 2 —  $و \supset و \supset و$
- 3 —  $و \supset و \supset و$

وتتميز تلك البدييات بأنها جميعاً مستقلة ، رغم أن لبدييات ( أ ) 1 ، ( هـ ) 1 ، 2 ، 3 مستمدة من نسق « فريجه » ، كما أن البديية ( أ ) 3 مأخوذة عن نسق « لوكاشيفتش » ، والبديية ( جـ ) 2 منقولة عن نسق برنكيا . ومن الملاحظ أنه مهما تعددت لأنساق فإن مبدأ التعويض يظل مطلباً أساسياً لاشتقاق المبرهنات من البدييات .

### ثالثاً : قواعد الاشتقاق Rules of Derivation

يقصد بقواعد الاشتقاق تلك المعايير التي تحكم عملية الاستدلال حين نستنبط من مجموعة مقدمات — أفكار أولية وتعريفات وبديهيات — مبرهنات لازمة عنها . وتتوقف صلاية النسق وقوته ودقته على التزامنا بتطبيق قواعد الاشتقاق . قال « رسل » و « هوايتهد » بقاعدتين أساسيتين هما قاعدة التعويض وقاعدة اثبات التالي . ويذهب بعض المناطق إلى تحليل القاعدة الأولى إلى قاعدتين فيصبح لدينا ثلاث قواعد هي<sup>(11)</sup> :

#### أ — قاعدة التعويض بين المتغيرات :

يتم التعويض في هذه الحالة بأن نحل صيغة محددة محل متغير واحد في دالة معروفة ، وننشأ التعويض هنا لتلبية حاجات تتعلق بعملية الاشتقاق خلال النسق المنطقي .

لو افترضنا الصيغة ( م ⊃ ن ) بدلاً من متغير واحد وليكن ( و ) في الدالة ( و ، ل ) ≡ ( ل ، و ) ، لأصبحت الدالة بعد التعويض :

$$[ ( م ⊃ ن ) ، ل ] ≡ [ ل ، ( م ⊃ ن ) ]$$

شرطية أن تأخذ الصيغة التي حلت محل المتغير نفس قيم صدق المتغير في علاقته ببقية متغيرات الدالة ، وعلى أي حال فإن ما يحسم ذلك هو الثوابت الأصلية التي لا يراها تبديل مثل ثابتي الوصل والتكافؤ في مثالنا السابق .

#### ب — قاعدة التعويض بالتعريف :

عوضنا في القاعدة السابقة عن متغير واحد أو قضية بإحلال صيغة أو دالة محلها ، لكننا نعوض في هذه القاعدة عن صيغة بصيغة مكافئة لها من حيث التعريف ، تساويها في قيمة صدقها . وقد تكون الصيغة المستبدلة جزءاً من دالة أو صيغة أكبر فإذا ما حلت الصيغة البديلة محلها أدت نفس المعنى وأعطت دفعاً

(11) Strawson, P. Introduction to Logical Theory, PP. 99-100.

لعملية البرهنة . فنحن نعلم أن :

$$(J \supset Q) \equiv (\sim J \vee Q) \quad \text{تع}$$

فإن كانت لدينا الصيغة الصحيحة<sup>(12)</sup> :

$$(\sim J \vee Q) \supset (\sim J \vee \sim Q)$$

فيمكن أن نستبدل بالصيغة  $(\sim J \vee Q)$  ما يكافئها — طبقاً للتعريف — فنحصل على الصيغة الصحيحة :

$$(\sim J \vee \sim Q) \supset (\sim J \vee Q)$$

ونحن عندما ننظر إلى الرصيد الضخم من التعريفات المنطقية ومن العبارات المتكافئة تكافؤاً منطقياً ، ندرك عظم مجال تطبيق هذه القاعدة ، ويكفى أن نضرب مثلاً على ذلك مجموعة من المبادئ والقوانين والتعريفات المنطقية التي يمكن أن يحل أحد طرفيها محل الآخر<sup>(13)</sup> :

1 — مبرهنات دي مورجان :

$$\sim (J \vee Q) \equiv (\sim J \wedge \sim Q)$$

$$\sim (J \wedge Q) \equiv (\sim J \vee \sim Q)$$

2 — مبدأ تبادل المواضع :

$$(J \vee Q) \equiv (Q \vee J)$$

$$(J \wedge Q) \equiv (Q \wedge J)$$

3 — مبدأ الترابط :

$$[J \vee (Q \vee R)] \equiv [(J \vee Q) \vee R]$$

$$[J \wedge (Q \wedge R)] \equiv [(J \wedge Q) \wedge R]$$

(12) عزمى إسلام : الاستدلال الصوري ، ج 2 ، ص 156 .

(13) Copi, I., Introduction to Logic, PP. 318-319.

4 — مبدأ التوزيع :

$$[(M \cdot U) \vee (J \cdot U)] \equiv [(M \vee J) \cdot U]$$
$$[(M \vee U) \cdot (J \vee U)] \equiv [(M \cdot J) \vee U]$$

5 — النفي المزدوج :

$$U \equiv \sim \sim U$$

6 — مبدأ نفي المقدم :

$$(U \sim C J) \equiv (J C U)$$

7 — اللزوم المادى :

$$(J \vee U \sim) \equiv (J C U)$$

8 — التكافؤ المادى :

$$[(J C U) \cdot (J C U)] \equiv (J \equiv U)$$
$$[(J \sim \cdot U \sim) \vee (J \cdot U)] \equiv (J \equiv U)$$

9 — قانون التصدير :

$$[(M C J) C U] \equiv [M C (J \cdot U)]$$

10 — تحصيل حاصل<sup>(14)</sup> :

$$(U \vee U) \equiv U$$

$$(U \cdot U) \equiv U$$

(14) يطلق تعبير « تحصيل حاصل » tautology على ثلاث حالات : 1 — حالة القضية التى تصدق فى جميع الأحوال . 2 — حالة القضية التى تأخذ صورتها شكل الحالة الأولى . 3 — حالة التكافؤ المنطقى كما ورد فى الصيغتين 10 .

## ح - قاعدة إثبات التالى :

ولهذه القاعدة أسماء كثيرة ؛ فهي قاعدة « اثبات التالى modus ponens » ، ومبدأ القياس ، وقاعدة الفصل detachment . ومضمون هذه القاعدة له طابع استدلالى يتمثل فى أن التسليم بصدق قضية ( و ) يلزم عنها قضية أخرى ( ل ) ؛ يترتب عليه التسليم بصدق القضية الأخرى ( ل ) . والصورة الرمزية لقاعدة اثبات التالى هى :

$$[ (L \supset W) \cdot W ] \supset L$$

ولا يكتفى بعض المناطق بهذه القاعدة كسبيل قياسى وحيد لكيفية قيام الاستدلال ، بل يقترح أحدهم — كوى — أن نستخدم معظم صور الاستدلال على أنها قواعد تحكم عملنا فى البرهنة الاستنباطية . ومن هذه الصور أو القواعد بالاضافة إلى القاعدة السابقة<sup>(15)</sup> :

### 1 — نفى المقدم Modus Tollens

$$[ (L \supset W) \cdot \sim W ] \supset \sim L$$

### 2 — القياس الشرطى المتصل Hypo. Syllogism

$$[ (L \supset W) \cdot (W \supset M) ] \supset (L \supset M)$$

### 3 — القياس الشرطى المنفصل Disjun. Syllogism

$$[ (L \vee W) \cdot \sim W ] \supset L$$

### 4 — قياس الاحراج البنائى Constructive Dilemma

$$(L \vee W) \supset \{ (L \supset W) \cdot (W \supset M) \} \supset (L \supset M)$$

### 5 — قانون الامتصاص Absorption

$$(L \supset W) \supset [ (L \cdot W) \supset W ]$$

(15) Copi, Op. Cit., P. 312 & McKay, Op. Cit., P. 119.



ولنفس القانون صيغة أخرى في برنكيا<sup>(16)</sup> :

$$[ ( J , V ) \equiv V ] \equiv ( J \subset V )$$

6 — مبدأ التبسيط Simplification

$$( J , V ) \subset V$$

وقد ورد هذا المبدأ في برنكيا على أنه أحد النتائج المباشرة للقضايا الأولية أو ما أسميناها مصادرات ، وصيغة المبدأ في برنكيا<sup>(17)</sup> :

$$J \subset ( J \subset V )$$

7 — مبدأ الوصل ( العطف ) Conjunction

$$( J , V ) \subset ( J \cdot V )$$

8 — مبدأ الجمع<sup>(18)</sup> Addition

$$V \subset ( J \vee V )$$

رابعاً : المبرهنات Theorems

تعد المبرهنات غاية كل نسق ، فهي النتائج المباشرة للتسليم بالأفكار والقضايا والقواعد السابقة عليها ، وبها يكتمل عمل المنطقى أو عالم الرياضيات وتصدق خطته في بناء النسق . نعرض هنا لمجموعة من المبرهنات أو النظريات المنطقية تعتمد بصورة مباشرة على ما سبق أن سقناه من مقدمات ، ومعظم ما

(16) Principia, P. 14.

ويلاحظ أن بعض الصيغ التي نشر إليها هنا على أنها قواعد للاشتقاق بالإضافة إلى قواعد الاشتقاق واثبات التالى ، هي قضايا مشتقة في بعض الأنساق ، ونتائج مباشرة للتسليم بالبداهات في أنساق أخرى ، ومبرهنات في أنساق ثالثة ؛ بل قد نعود للمبرهنة على بعضها بوصفها مبرهنات في نسق برنكيا .

(17) Principia, P. 99.

(18) Copi, Op. Cit., P. 312.

نعرضه من مبرهنات مأخوذ عن نسق برنكيا ، وبعض ما نعرضه مأخوذ عن كتب أخرى ، وإن ظلت المبرهنات التي انتقيناها تشكل فيما بينها نسقاً يعتمد فيه اللاحق على السابق<sup>(19)</sup> . أما ترقيم المبرهنات فهو من وضعنا ، وإن أشرنا إلى مبرهنات برنكيا بترقيمها الأصلي الذي يشير العدد الصحيح فيه إلى رقم الفصل ويشير العدد العشري منه إلى رقم المبرهنة في نسق « رسل » .

### مبرهنة [1]

$$(p \supset q) \supset (q \supset p)$$

2.01.

$$(p \supset \sim p) \supset \sim p$$

وتسمى هذه المبرهنة « برهان الخلف » ، وتقرر أنه إن لزم عن التسليم بقضية التسليم بنقيضها فهي قضية كاذبة<sup>(20)</sup> . أما البرهان الاستنباطي على صحتها فيأخذ الخطوات التالية :

( أ ) علمنا من المصادرة الأولى أن :

$$(p \supset q) \supset (q \supset p)$$

( ب ) بتطبيق قاعدة التعويض بين المتغيرات على القضية السابقة بوضع  $(\sim q)$  بدلاً من  $(q)$ <sup>(21)</sup> ، نحصل على :

$$(p \supset \sim q) \supset (\sim q \supset p)$$

(19) اعتمدنا على هذه المصادر بصفة أساسية في عرض المبرهنات وطريقة البرهنة عليها ، مع تصرف من جانب الباحث كلما دعت الحاجة لبيان أو تفسير :

- Principia Mathematica, PP. 98 : 126.

- Strawson, Introduction to Logical Theory, Ch., 3.

— محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضي ، الفصل التاسع .

— عزمى اسلام : الاستدلال الصوري ، الجزء الثاني ، الفصل الثالث .

(20) Principia, P. 100.

(21) Ibid., P. 98.

( ح ) بتطبيق القاعدة السابقة أيضاً على تعريف اللزوم ٥ نع 1 [ ، بوضع  
( ~ و ) بدلاً من ( ل ) ، يأخذ التعريف [ و C ل = ~ و V ل ]  
الصورة :

$$[ و ~ C و \equiv و ~ V و ~ و ]$$

( د ) ان جمعنا بين الصيغتين ( ح ) و ( ب ) ، أصبحنا كالتالى :

$$\frac{و ~ C و \equiv و ~ V و ~ و}{و ~ C و ~ V و ~ و}$$

( هـ ) بحذف الصيغة المتكررة بينهما ، والتي تفيد تكافؤ الأطراف الباقية ،  
نصل إلى :

$$و ~ C ( و ~ C و )$$

وهو المطلوب اثباته

أما البرهنة على نفس البرهنة السابقة بقوائم الصدق فهي كالتالى :

و ~ و	C	و ~ و	C و	و
ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ك

✓

جاءت قيم الصدق تحت الثابت الرئيسى فى القضية وهو اللزوم الثانى كلها  
صادقة ، مما يدل على أن القضية صيغة تحليلية ، ناتجة عما سبق أن نعلمنا به  
وصادرنا عليه من مقدمات صحيحة . ويلاحظ أنه يمكن أن يحل ثابت التكافؤ  
( ≡ ) محل ثابت اللزوم ( C ) ، سواء فى البرهان الاستنباطى أو فى قائمة

الصدق ، وتظل المبرهنة صادقة . مما يجعلنا نعتقد أنه يمكن صياغتها في عدة صور :

$$\begin{aligned} & ( \sim C ( \sim C \sim C ) \sim C ) \\ & ( \sim C ( \sim C \sim C ) \sim C ) \\ & ( \sim C ( \sim C \sim C ) \sim C ) \\ & ( \sim C ( \sim C \sim C ) \sim C ) \end{aligned}$$

مبرهنة [ 2 ]

$$( \sim C ( \sim C \sim C ) )^{(22)}$$

$$2^{02}. \quad q \supset ( p \supset q )$$

وتعني أن القضية تستلزم قضية مركبة ، تصبح فيها لازمة عن حد آخر .  
والبرهنة الاستنباطية تأخذ الخطوات التالية :

( أ ) ينص مبدأ الاضافة على أن :

$$( \sim C \vee C ) \supset C$$

( ب ) بوضع (  $\sim C$  ) بدلاً من (  $\sim C$  ) في المبدأ السابق يصبح :

$$( \sim C \vee \sim C ) \supset C$$

( ج ) بجمع نص المبرهنة ، وصيغة الخطوة ( ب ) :

$$( \sim C \vee \sim C ) \supset C$$

$$( \sim C \vee \sim C ) \supset C$$

( د ) بالتعويض بين المتكافئات :  $\sim C = \sim C$  ،  $( \sim C \vee \sim C ) = ( \sim C \vee \sim C )$

[ تعريف اللزوم ] ، ينتج أن :

$$( \sim C \vee \sim C ) \supset C$$

هـ . ط . ث

(22) Ibid., PP. 99-100.

أما البرهنة بقائمة صدق فهي :

ل	ق	ل
ص	ص	ص
ك	ك	ص
ص	ص	ك
ك	ص	ك

✓

مبرهنة [3]

$$(23) (L \supset \sim Q) \supset (L \supset \sim Q)$$

$$2'03. (p \supset \sim q) \supset (q \supset \sim p)$$

وتنص هذه المبرهنة على :

إذا استلزمت قضية (ق) نقيض أخرى (ل) فإن القضية الثانية تستلزم نقيض الأولى . وخطوات البرهنة عليها هي :

(أ) ان وضعنا (ق ~) بدلاً من (ق) ، و (ل ~) بدلاً من (ل) في المصادرة الثالثة (ق ~ ∨ ل ~) ∨ (ل ~ ∨ ق ~) ينتج :

$$(Q \sim \vee L \sim) \supset (L \sim \vee Q \sim)$$

(ب) لما كان تعريف اللزوم :  $L \supset Q = L \vee Q \sim$

فان شق المبرهنة :  $L \supset Q = L \vee Q \sim$

(ج) بمقارنة ناتج الخطوة (ب) بناتج الخطوة (أ) ينتج أن الصيغة الصادقة :

(23) Ibid., P. 100.

$$(\sim J \vee \sim V) \supset (\sim J \vee V)$$

تكافئ صيغة المبرهنة :

$$(\sim J \supset \sim V) \supset (\sim J \supset V)$$

ومكافأة الصدق صدق .

هـ . ط . ث

أما قائمة صدق المبرهنة فهي :

ق	ج	ق ~ ج	ج	ج	ق ~ ج
ك	ص	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص

✓

نلاحظ أن قيم الصدق الواردة تحت الثابت الرئيسى « اللزوم الثانى » كلها صادقة فالدالة تحليلية ، كما نلاحظ أن قيم الصدق تحت ثابتى اللزوم الأول والثالث متكافئة ومن ثم يمكن أن نستخدم ثابت التكافؤ كثابت رئيسى :

$$(\sim J \supset \sim V) \equiv (\sim J \supset V)$$

مبرهنة [ 4 ]

$$^{(24)} [ (M \supset V) \supset (J \supset V) ] \cdot C (M \supset J)$$

$$2.05. (q \supset r) \supset [ (p \supset q) \supset (p \supset r) ]$$

(24) وردت نفس المبرهنة عند « بيسون ، أوكونر » فى كتابه مقدمة فى المنطق الرمضى تحت رقم ( 2 ) ص 132 ، كما وردت عند عزمى اسلام فى كتابه : الاستدلال الصورى تحت رقم (5) ، ص 182 .

تعرف هذه المبرهنة بمبدأ القياس الذى يأخذ هذه الصورة ، كما أن له صورة أخرى . ونعتمد فى البرهنة على صدقها على المصادرة الخامسة وتعريف اللزوم وفكرة السلب :

( أ ) تنص المصادرة الخامسة على أن :

$$[ ( M \vee V ) \supset ( L \vee V ) ] \supset ( M \supset L )$$

بينما تنص المبرهنة على أن :

$$[ ( M \supset L ) \supset ( L \supset V ) ] \supset ( M \supset V )$$

( ب ) ثمة تطابق بين الشق الأول فى المصادرة والشق الأول فى المبرهنة ، ونعلم أن هناك علاقة تنشأ بين الفصل واللزوم بصفة عامة ، ويمكن أن تنشأ بينهما فى شقى المصادرة والمبرهنة الثانى ؛ بحيث إذا وضعنا ( ~ V ) بدلاً من ( V ) فى المصادرة اقتربنا مما نهدف إليه وهو :

$$[ ( M \vee \sim V ) \supset ( L \vee \sim V ) ] \supset ( M \supset L )$$

( جـ ) ولما كانت ( ~ V ) فى الدالة الأخيرة تكافئ ( L ) بالمبرهنة حسب تعريف اللزوم ، فإنه بالتعويض نحصل على :

$$[ ( M \supset L ) \supset ( L \supset L ) ] \supset ( M \supset L )$$

هـ . ط . ث



ونصرغ قائمة الصدق للمبرهنة أو لمبدأ القياس كما يلي :

م	ع	و	ع	ل	ع	و	ع	م	ع	ع
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ك

✓

جميع قيم صدق الثابت الرئيسي صادقة فالدالة إذن تحليلية .

میرفتہ [51]

$$(25) [(M \subset U) \subset (M \subset J)] \subset (J \subset U)$$

$$2.06. (p \supset q) \supset [(q \supset r) \supset (p \supset r)]$$

وتلك صورة أخرى لمبدأ القياس تأخذ البرهنة على صدقها الخطوات التالية :

(١) تنص المصادرة (4) على :

$$[(\varphi \vee \psi) \vee \chi] \subset [(\varphi \vee \chi) \vee \psi]$$

(25) Principia, P. 100.

بوضع (  $\sim \text{و}$  ) بدلاً من (  $\text{و}$  ) و (  $\sim \text{ل}$  ) بدلاً من (  $\text{ل}$  ) نحصل على :

$$[(\sim \text{و} \vee (\sim \text{ل} \vee \text{م}))] \subset [(\sim \text{و} \vee (\sim \text{ل} \vee \text{م}))]$$

وبتطبيق تعريف ثابت اللزوم [  $\subset = \sim , \vee$  ] وبالتعويض في الصيغة السابقة في ضوء هذا التعريف ينتج أن :

$$[(\text{و} \subset (\text{ل} \subset \text{م}))] \subset [(\text{و} \subset (\text{ل} \subset \text{م}))]$$

( ب ) تنص المصادرة [ 5 ] على أن :

$$[(\text{ل} \subset \text{م})] \subset [(\text{و} \vee (\text{ل} \vee \text{م}))]$$

وبوضع (  $\sim \text{و}$  ) بدلاً من (  $\text{و}$  ) ينتج أن :

$$[(\text{ل} \subset \text{م})] \subset [(\sim \text{و} \vee (\text{ل} \vee \text{م}))]$$

وبتطبيق تعريف اللزوم (  $\subset = \sim , \vee$  ) .

$$[(\text{ل} \subset \text{م})] \subset [(\text{و} \subset (\text{ل} \subset \text{م}))]$$

( ح ) بالنظر في ناتج الخطوة ( ا ) ، مع وضع (  $\text{ل} \subset \text{م}$  ) بدلاً من (  $\text{و}$  ) ، ثم وضع (  $\text{و} \subset \text{ل}$  ) بدلاً من (  $\text{ل}$  ) ، و (  $\text{و} \subset \text{م}$  ) بدلاً من (  $\text{م}$  ) . نحصل على الصيغة المطولة :

$$\{ [(\text{و} \subset (\text{ل} \subset \text{م}))] \subset [(\text{و} \subset (\text{ل} \subset \text{م}))] \}$$

$$\{ [(\text{و} \subset (\text{ل} \subset \text{م}))] \subset [(\text{و} \subset (\text{ل} \subset \text{م}))] \}$$

( د ) الثابت الرئيسي في هذه الدالة المطولة هو اللزوم ويعنى ضرورة استلزام السابق للاحق ، فصدق الأول يؤدي إلى صدق التالي بالضرورة المنطقية ، ولما كان الشق الأول من الدالة هو عين المبرهنة ( 4 ) التي سبق البرهنة على صحتها وصدقها ، فالتالي صحيح ، والتالي هنا هو المبرهنة [ 5 ] التي نحن بصدد البرهنة عليها .

$$(26) [ (M \supset V) \supset (M \supset L) ] \supset (L \supset V)$$

هـ . ط . ث

ثم نقيم قائمة صدق لاثبات صحة المبرهنة :

م	ق	ل	م	ق	ل	ق	ل	ق
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ص
ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ك	ك
						√		×

الدالة تحليلية صادقة دائماً كما يتضح من النظر في قوائم صدق الثابت الرئيسي وهو اللزوم الثاني .

مبرهنة [ 6 ]

$$V \supset (V \vee V)$$

2'07.

$$p \supset (p \vee p)$$

(26) تختلف طريقتنا في البرهان هنا عما قدمه أصحاب برنكيا ص 100 وعما قدمه « عزمي إسلام » : الاستدلال الصوري ص 184 ، وتختلف كذلك عما قدمه « يسون ، أكونر ، المرجع السابق ص 137 ، وإن كانت البراهين الأربعة سليمة لاعتمادها على نفس مقدمات نسقو حد ، مما يؤكد تعدد سبل البرهنة على المبرهنة الواحدة ، ويؤكد أيضاً مبدأ تعدد الصواب .

يشير أصحاب برنكيا إلى أن البرهنة يسيرة متى وضعنا (ل) محل القضية (و) وحل القضية البديلة داخل الدالة الثنائية فيصبح لدينا<sup>(27)</sup> :

$$C J (J \vee J) \quad (28)$$

وهو نص المصادرة الثانية (مبدأ الجمع) الصادقة ، فإن عدنا وعوضنا (و) محل (ل) حصلنا على قضية صحيحة استباطياً :

$$C J (J \vee J)$$

هـ . ط . ث

وفي حالة متغير واحد في الدالة فإن قائمة الصدق لا تحوى أكثر من احتمالين هكذا :

و	ج	و	و
ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك

وهذا يعنى أن القضية تستلزم ذاتها ، كما أن القضية تكافئ ذاتها .

مبرهنة [ 7 ]

$$( \sim J \vee J ) \quad (29)$$

$$2.1. \quad ( \sim p \vee p )$$

(27) Principia, P. 101.

(28) نجد صورة أخرى للمصادرة عند « ناجل » و « نيومان » لكنها تعطى نفس النتيجة وهى :

$$C J (J \vee J)$$

انظر :

Nagel. E., & Newman, J., Godel's Proof, P. 49.

(29) Principia, P. 101, and See also :

- Copi, Symbolic Logic, P. 243.

و « يسون » : المرجع السابق ، ص 133 .

البرهان الاستنباطي :

( أ ) تنص المصادرة الثانية على :  $C \supset ( \vee \vee )$

نضع ( و ) محل ( ل ) فتصبح :  $C \supset ( \vee \vee )$  [ مبرهنة 6 ]

( ب ) تنص المصادرة الأولى على :  $( \vee \vee ) \supset C$

ومن مقارنتها بمبرهنة 6 وحذف المكرر بينهما ، ينتج :

$C \supset C$  دالة صحيحة

( جـ ) ولما كان  $C \supset C \equiv \sim \vee \vee$  بالتعريف ، والشق الأول صحيح فإن  
ما يكافئه يكون صحيحاً :

$\sim \vee \vee$

هـ . ط . ث

أما قائمة الصدق فهي كالتالي :

$\sim \vee$	$\vee$	$\vee$
ك	ص	ص
ص	ص	ك

مبرهنة [ 8 ]

$( \vee \vee \sim \vee )^{(30)}$

2'11.

$( p \vee \sim p )$

(30) Principia, P. 101.

Copi, Op. Cit., 243-4.

البرهان الاستنباطي :

( ١ ) تنص المصادرة الثالثة على :

$$( \text{ق} \vee \text{ل} ) \subset ( \text{ق} \vee \text{ل} )$$

نضع ( ~ ق ) بدلاً من ( ق ) ، ونضع ( ق ) بدلاً من ( ل ) :

$$( \sim \text{ق} \vee \text{ق} ) \subset ( \text{ق} \vee \sim \text{ق} )$$

( ب ) الصيغة الأخيرة صيغة لزوم إذا صدق مقدمها يصدق تاليها . ولما كان المقدم هو نفس المبرهنة (7) التي برهننا على صحتها .

∴ المبرهنة ( ق ~ ∨ ق ) صحيحة

ه . ط . ث

وقائمة الصدق هي عين القائمة السابقة مع تغيير مواضع المتغيرين .

مبرهنة [ 9 ]

$$\text{ق} \subset \sim ( \sim \text{ق} )$$

2'12.

$$p \supset \sim ( \sim p )$$

البرهان الاستنباطي :

( ١ ) تنص المبرهنة (8) على : ق ~ ∨ ق

بوضع ~ ق بدلاً من ق تصبح المبرهنة :

$$\sim \text{ق} \sim \sim \text{ق}$$

( ب ) نعوض بتعريف اللزوم على الصيغة السابقة [ ق ~ ∨ ق = ∨ ق ]

لتصبح :

$$\text{ق} \subset \sim \sim \text{ق}$$

ه . ط . ث

أما قائمة الصدق فهي :

ق	ص	ق	ص
ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ك

وبالنظر في قائمة الصدق نلاحظ أن القيم بين ( ق ) وسلب سلب ق متطابقة من حيث الصدق والكذب ، ومن ثم يمكن قيام رابطة أو إجراء التكافؤ بينهما :

$$ق \equiv \sim \sim ق$$

ولما كان التكافؤ كرابطة يعنى اللزوم المتبادل بين شطرين متكافئين فإنه يمكن استنتاج صيغة أخرى من الصيغة السابقة وهي<sup>(31)</sup> :

$$\sim \sim ق \supset ق$$

مبرهنة [ 10 ]

$$ق \vee \sim ( \sim ق )$$

$$2'13. \quad p \vee \sim \{ \sim ( \sim p ) \}$$

يمكن البرهنة الاستنباطية بطريقة مختصرة نقترحها كما يلي :

— تنص المبرهنة [ 8 ] على :  $ق \vee \sim ق$

(31) Reichenbach, H., Op. Cit., P. 38.

and Copi, Op. Cit., P. 241.

See also : Principia, P. 116.



— وتنص قاعدة النفي المزدوج التي نستخدمها في ضوء التعويض بالتعريف  
على :

$$Q \equiv \sim \sim Q$$

ولما كان الضرب المنطقي لحد في ذاته ينتج نفس الحد ، فإن الضرب المنطقي  
بين :  $(Q \sim V \sim Q)$

$$Q \equiv \sim \sim Q$$

ينتج :  $V \sim \sim \sim Q$

هـ . ط . ث

أما البرهان المطول فنعتمد فيه على ما أورده برنكيا<sup>(32)</sup> :

( أ ) تنص المصادرة الخامسة على :

$$[ (Q \sim V) \supset (L \sim V) ] \supset (M \supset L)$$

بوضع  $(Q \sim)$  بدلاً من  $(L)$  ، و  $(\sim \sim \sim Q)$  بدلاً من  $(M)$   
ينتج :

$$[ (Q \sim \sim \sim V) \supset (Q \sim V) ] \supset (Q \sim \sim \sim V)$$

( ب ) تنص المبرهنة التاسعة على :  $(Q \sim \sim \sim V)$  ، نضع  $(Q \sim)$   
بدلاً من  $(Q)$  فينتج :

$$\sim Q \sim \sim \sim V$$

( ح ) نلاحظ أن الصيغة ( ب ) صحيحة لأنها مشتقة من مبرهنة  
صحيحة ، كما نلاحظ أنها عين مقدم ناتج ( أ ) الذي يلزم عنه لاحق صحيح  
أيضاً هو :

$$(Q \sim V) \supset (Q \sim \sim \sim V)$$

(32) Principia, P. 101.

( د ) لكن الصيغة الأخيرة صيغة لزوم هي الأخرى إن صدق مقدمها صدق التالى فيها ، ولما كان مقدمها ( نص المبرهنة الثامنة )<sup>(33)</sup> صادقاً ؛ فالتالى أيضاً صادق وهو :

$$( \text{ق} \sim \sim \sim \text{ق} )$$

هـ . ط . ث

أما إثبات صحة المبرهنة بقائمة صدق ، فها هو :

ق	ق	ق	ق	ق
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ك
ص	ك	ص	ص	ص

✓

ويتضح من تحليل المبرهنة أنها صورة أكثر تركيباً للمبرهنة الثامنة ( ق ~ ق ) ، مضافاً إليها مبدأ النفي المزدوج الذى يحافظ على صحة وصدق الصيغة الأصلية .

مبرهنة [ 11 ]

$$\text{ق} \supset ( \text{ق} \vee \text{ق} )^{(34)}$$

2.2.

$$p \supset ( p \vee q )$$

يقوم البرهان الاستنباطى لهذه المبرهنة على محاولة وضعها تالياً فى قضية لزوم

(33) قولنا « المبرهنة الثامنة » يرتبط بالترتيب الذى أوردنا به المبرهنات فى سياق هذا الفصل . ولا يرتبط بالترتيب الأصلى كما جاء فى كتاب برنكيا ، أو فى أى من الكتب المتعقبه التى اعتمدنا عليها .

(34) Principia. P. 104.

يصدق ان صدق المقدم ، وينبغي أن يكون المقدم في هذه الحالة نص مصادرة  
أو مبرهنة ثبتت صحتها وصدقها .

( ا ) تنص المبرهنة الخامسة في هذا النسق على :

$$[ ( ل \supset م ) \supset ( م \supset ل ) ] \supset ( ل \supset ل )$$

نستبدل ( ل  $\supset$  ل ) بـ ( ل ) ، و ( ل  $\supset$  م ) بـ ( م ) ، فنحصل على :

$$\frac{[ ( ل \supset ل ) \supset ( ل \supset ل ) ] \supset ( ل \supset ل )}{[ ( ل \supset ل ) \supset ( ل \supset ل )]}$$

( ب ) تنص المصادرة الثانية على :

$$ل \supset ( ل \supset ل )$$

بوضع ( ل ) محل ( ل ) ، و ( ل ) محل ( ل ) ، تنتج صيغة مشتقة  
وصادقة :

$$ل \supset ( ل \supset ل )$$

ونلاحظ أن الصيغة الأخيرة هي مقدم الصيغة ( ا ) ، فتاليها إذن صادق :

$$\frac{[ ( ل \supset ل ) \supset ( ل \supset ل ) ] \supset ( ل \supset ل )}{[ ( ل \supset ل ) \supset ( ل \supset ل )]}$$

( ح ) تنص المصادرة الثالثة على :

$$( ل \supset ل ) \supset ( ل \supset ل )$$

بوضع ( ل ) محل ( ل ) و ( ل ) محل ( ل ) ، نحصل على صيغة صادقة :

$$( ل \supset ل ) \supset ( ل \supset ل )$$

( د ) تؤلف الصيغة الأخيرة مقدماً للصيغة الشرطية ( ب ) ، وبما أنها  
صادقة فإن تاليها صادق وهو :

$$ل \supset ( ل \supset ل )$$

هـ . ط . ث

وإثبات المبرهنة باستخدام قائمة صدق يأخذ هذه الصورة :

ق	ق	ل
ص	ص	ص
ص	ص	ص
ك	ص	ص
ك	ص	ك

مبرهنة [ 12 ]

$$\sim (C \supset L) \supset C \quad (35)$$

$$2'21. \quad \sim p \supset (p \supset q)$$

البرهان الاستنباطي :

( أ ) تنص المبرهنة [ 11 ] على :  $C \supset (L \vee C)$

بوضع  $(\sim C)$  بدلاً من  $(C)$  تصبح :

$$\underline{\sim (C \supset (L \vee \sim C))}$$

( ب ) ينص تعريف اللزوم على :

$$\underline{C \supset L} \equiv (\sim C \vee L) \quad \text{تع}$$

( ح ) بحذف المتكافآت  $(\sim C \vee L)$  في الصيغتين ينتج أن :

$$\sim (C \supset L) \supset C$$

هـ . ط . ث

(35) Ibid., P. 104.

قائمة الصدق :

$\sim q$	$c$	$q$	$c$	$l$
ك	ص	ص	ص	
ك	ص	ك	ص	
ص	ص	ص	ص	
ص	ص	ص	ص	

مبرهنة [ 13 ]

$$q \supset ( \sim q \supset l )^{(36)}$$

2'24.

$$p \supset ( \sim p \supset q )$$

البرهان الاستنباطي :

( ا ) تنص المبرهنة [ 12 ] على :

$$\sim q \supset ( q \supset l )$$

بوضع  $\sim q$  محل  $( q )$  في المبرهنة ، ينتج أن :

$$\sim \sim q \supset ( \sim q \supset l )$$

( ب ) تنص المبرهنة [ 9 ] على :

$$\sim \sim q \supset q$$

وبالتعويض في الصيغة ( ا ) ينتج أن :

$$q \supset ( \sim q \supset l )$$

هـ . ط . ث

(36) Ibid., P. 104.

أما قائمة الصدق فهي كالتالي :

ق	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ك

مبرهنة [ 14 ]

$$(37) \sim ( \sim p \vee \sim q ) \supset ( p \cdot q )$$

$$3'11. \sim ( \sim p \vee \sim q ) \supset ( p \cdot q )$$

البرهان الاستباطي :

( أ ) بالرجوع إلى التعريف الأول :

$$( \sim ( \sim p \vee \sim q ) = ( p \cdot q )$$

نتج

والمبرهنة :

$$\sim ( \sim p \vee \sim q ) \supset ( p \cdot q )$$

( ب ) بحذف التعريف ، وجمع ما يبقى من الصيغتين ينتج :

$$( \sim ( \sim p \vee \sim q ) \supset ( p \cdot q )$$

وان عوضنا عن المقدم والتالي ب ( ق ) ، ينتج :

$$ق \supset ق$$

(37) Ibid., P. 111.

وهي صيغة مبدأ الهوية الثابت صحته في نسق برنكيا تحت رقم  
[ 2'08. ]<sup>(38)</sup>.

إذن فالصيغة المطابقة لمبدأ الهوية صيغة صحيحة وهي ؛

$$\sim ( \sim p \vee \sim q ) \supset ( p \cdot q )$$

هـ . ط . ث

= قائمة الصدق :

$\sim$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim ( \sim p \vee \sim q )$	$\supset$	$p \cdot q$
ص	ك	ك	ك	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص	ص	ك
×	×	×	×	√	×

ونلاحظ أن سلب شق الدالة الأول ينتج لنا قيمة صدق صادقة وثلاث قيم  
صدق كاذبة ، وهو نفس نتيجة ثابت الوصل في الشق الثاني ، مما يؤدي إلى  
استخدام ثابت التكافؤ محل ثابت اللزوم :

$$\sim ( \sim p \vee \sim q ) \equiv ( p \cdot q ) \quad (39)$$

مبرهنة [ 15 ]

$$\sim ( \sim p \vee \sim q ) \supset ( p \cdot q ) \quad (40)$$

$$14. \quad ( \sim p \vee \sim q ) \supset \sim ( p \cdot q )$$

(38) Ibid., P. 101.

(39) Principia, Proposition No : [ 4'5. ], P. 120 & Prop. No : [ 3'01 ], P. 111.

(40) Principia, P. 111.



— البرهان الاستنباطي :

( ا ) تنص المبرهنة [ 8 ] في هذا النسق على :  $( \sim V \sim V )$  ، نضع  
 $( \sim V )$  بدلاً من  $( V )$  ، فتصبح :

$$\sim V \sim V \sim V$$

( ب ) ان عوضنا الصيغة السابقة بتعريف اللزوم ، ينتج :

$$C \sim V \sim V \quad ( \text{صيغة صحيحة} )$$

نجرى على الصيغة السابقة تعويضاً آخر بحيث تحل الصيغة  
 $( \sim V \sim V \sim L )$  محل  $V$  ، فتصبح الصيغة في صورتها الجديدة :

$$( \sim V \sim V \sim L ) \sim C ( \sim V \sim V \sim L ) \quad \text{وتعني أن :}$$
$$( \sim V \sim V \sim L ) \sim C ( \sim V \sim V \sim L ) \quad \text{بعد حذف السلب}$$

المزدوج .

( ح ) ينص التعريف الأول ( تعريف الوصل ) على :

$$L \sim V \sim V \sim L \quad \text{تع .}$$

ولما كان ناتج ( ب ) قضية يلزم عنها ذاتها  $( \sim V \sim V \sim L )$  وهي الشق الأول من المبرهنة ، الذي يلزم عنه الشق الثاني  $( L \sim V )$  فإنه بإجراء تبادل المواضع في التعريف ينتج أن :

$$( \sim V \sim V \sim L ) \sim C ( L \sim V )^{(41)}$$

هـ . ط . ث

(41) Strawson, Introduction to Logical Theory, P. 105.

قائمة الصدق :

~ و . ل		ح	~ ل	و
ص	ك	ص	ك	
ك	ص	ص	ص	
ك	ص	ص	ص	
ك	ص	ص	ص	
x		√	x	

من النظر في قيم الصدق تحت ثابت الفصل في الشق الأول من الدالة ، ومقارنتها بقيم الصدق الواردة تحت سلب الشق الثاني ، نجد أن هناك تطابقاً بينهما ، مما يشير إلى أن الدالة دالة تكافؤ ، بالإضافة إلى أنها دالة لزوم :

$$( \sim ( \sim \vee \sim ) ) \equiv ( \sim ( \sim \vee \sim ) )$$

وإن أقمنا تبادلاً للمواضع بين الطرفين بشرط أن نبقى على السلب في موضعه ، نتج عن ذلك صيغة تحليلية هي تعريف ثابت الوصل :

$$( \sim ( \sim \vee \sim ) ) \equiv ( \sim ( \sim \vee \sim ) )$$

أما إن رفعنا ثابت السلب الرئيسي في التعريف بحيث يصبح :

$$( \sim ( \sim \vee \sim ) ) \equiv ( \sim ( \sim \vee \sim ) )$$

فإن ما ينتج ليس سوى دالة متناقضة، تخرج كل قيم الصدق تحت الثابت الرئيسي في الدالة [ التكافؤ ] قيم كاذبة . لهذا كان تعريف دالة الوصل ليس مجرد إقامة الفصل بين عنصريها المسلوين وإنما سلب أو نقض اجراء الفصل المشار إليه .

## مبرهنة [ 16 ]

$$(42) (J \cdot U) \subset (U \cdot J)$$

$$3'22. (p \cdot q) \supset (q \cdot p)$$

وهذه المبرهنة هي احدى صيغ قانون تبادل المواضع ، ومن صورته الأخرى الصيغة (43)  $(J \cdot U) \equiv (U \cdot J)$  .

— البرهان الاستنباطي :

( أ ) تنص المصادرة الثالثة على :

$$(U \vee J) \subset (J \vee U)$$

بوضع (  $\sim U$  ) بدلاً من (  $U$  ) ، وبوضع (  $\sim J$  ) بدلاً من (  $J$  ) ،  
نتج الدالة الصحيحة .

$$(U \sim \vee J \sim) \subset (J \sim \vee U \sim)$$

( ب ) نضيف ثابت السلب إلى شقى الدالة السابقة فتصبح :

$$(U \sim \vee J \sim) \sim \subset (J \sim \vee U \sim) \sim$$

وبمقارنة تعريف الوصل بالدالة السابقة وهو :

$$(J \cdot U) \equiv (J \sim \vee U \sim) \sim$$

$$\therefore (J \cdot U) \equiv (U \sim \vee J \sim) \sim$$

( ح ) ينتج مما سبق أن الدالة الأولى في ( ب ) وهي دالة صحيحة  
تطابق :

$$(J \cdot U) \subset (U \cdot J)$$

ه . ط . ث

(42) Principia, P. 111.

(43) Ibid., P. 116.

— قائمة الصّدق :

ق . ل	ح	ق . ل
ص ك ك ك	ص ص ص ص	ص ك ك ك

✓

وكما أشرنا في بداية الحديث عن المبرهنة أنها دالة تكافؤ كما أنها دالة لزوم .

میرفتہ [ 17 ]

(44) ( 9 ~ . 9 ) ~

3'24.  $\neg (p \cdot \neg p)$

تلك صيغة قانون عدم التناقض ، ويعنى أنه من الكذب أن نجمع بين قضية ونقيضها ، وكنا قد سلمنا فى المبرهنة [8] على (  $\neg V \sim \neg$  ) بمعنى أن (  $\neg$  ) صادقة أو غير صادقة ، ومن ثم يكمل معنى كل مبرهنة المبرهنة الأخرى .

البرهان الاستنباطي (45) :

(١) تنص المبرهنة [8] على :  $(v - v) = 0$  ، فإذا وضعنا  $v = 0$  بدلاً من  $(v)$  ، فإنها تصبح :

## دالة صحيحة

७ ~ ~ ४ ७ ~

(44) Ibid., P. 111.

(45) Strawson, *Op. Cit.*, P. 101.

( ب ) تنص المبرهنة [ 15 ] على :

$$(J, v) \sim \subset (J \sim v \sim)$$

بوضع ( ~ و ) بدلاً من ( ل ) ، تتج دالة صحيحة هي :

$$(\psi \sim \cdot \psi) = C(\psi \sim \sim \psi \sim)$$

( ٤ ) ناتج ( ا ) دالة صحيحة هي عين مقدم ناتج ( ب ) ، والصيغة الأخيرة هي مقدم في قضية لزوم ان صدق مقدمها صدق تاليها ، وبالتالي فالصيغة :

$$(v - \cdot v) \sim$$

دالة صحیحة

— قائمة صدق المبرهنة :

~	و	.	~ و
ص	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ص

✓

ويمكن أن تصدق البرهنة السابقة إن عرضناها بوصفها قراءة جديدة للبرهنة [8] بحيث نطبق الفصل القوي هذه المرة كاجراء أساسي للدالة :

و	Λ	و
ص	ص	ص
ك	ص	ك

✓

مبرهنة [ 18 ]

$$[ (M \subset L) \subset V ] \subset [ M \subset (L \cup V) ]$$

$$3'3. \quad [ (p \cup q) \supset r ] \supset [ p \supset (q \supset r) ]$$

البرهان الاستنباطي<sup>(46)</sup> :

( أ ) ينص تعريف الوصل ( دالة العطف ) على :

$$(L \cup V) = \sim (L \sim V \sim) \quad \text{تع}$$

وبالنظر إلى الشق الأول في المبرهنة وإلى تعريف الوصل نستنتج أن :

$$[ M \subset (L \sim V \sim) ] \subset [ M \subset (L \cup V) ]$$

وبتطبيق مبدأ التناقل أو نفى المقدم على الشق الثاني :

$$[ (L \sim V \sim) \subset M ] \subset [ M \subset (L \cup V) ]$$

( ب ) ينص تعريف اللزوم  $L \subset V = L \sim V \sim$  تع

بتطبيق التعريف على الشق الثاني تصبح الدالة :

$$[ (L \sim M \sim) \subset V ] \subset [ M \subset (L \cup V) ]$$

وبتبادل المواضع بين ( م ) ، ( و ) في الشق الثاني يصبح :

$$V \subset (M \sim L \sim)$$

وبتطبيق مبدأ نفى المقدم فإن  $(M \sim L \sim) = (L \sim M \sim)$  .

ويصبح الشق الثاني  $V \subset (L \subset M)$  .

وتصبح الدالة كلها :

$$[ (M \subset L) \subset V ] \subset [ M \subset (L \cup V) ]$$

ه . ط . ث

(46) Principia, P. 112.

**قائمة الصدق :**

(ق . ل)	م		و	ل ( م )
ص ص ك ص ص ص ص ص		✓		X
ص ص ك ص ص ص ص ص				X

من الملاحظ أننا لم نضع قيم صدق تحت المتغيرات واكتفينا باستخراج قيمتها تحت الثوابت طبقاً لقواعد الاجراءات المنطقية ، وهى هنا الوصل واللزوم ويمكن للقارئ أن يضع قيم الصدق تحت المتغيرات حسب الترتيب المعمول به . كما نلاحظ تطابق قيم الصدق بين ثابتى اللزوم الثانى والرابع مما يشير إلى أن الثابت الرئيسى يمكن أن يكون ثابت التكافؤ :

$$[(\varphi \subset \psi) \subset \chi] \equiv [\varphi \subset (\psi \cdot \chi)]$$

بقي أن نشير إلى أن هذه المبرهنة معروفة بأنها أحد المبادئ الخمسة في المنطق وهو مبدأ التصدير Principle of Exportation .



## مبرهنة [ 19 ]

$$^{(47)} [ \text{م} \subset (\text{ل} \cdot \text{و}) ] \subset [ (\text{م} \subset \text{ل}) \subset \text{و} ]$$

$$3'31. [ p \supset (q \supset r) ] \supset [ (p \cdot q) \supset r ]$$

البرهان الاستنباطي :

إنهينا في البرهان على المبرهنة [ 18 ] إلى صحتها وتنص على :

$$[ (\text{م} \subset \text{ل}) \subset \text{و} ] \subset [ \text{م} \subset (\text{ل} \cdot \text{و}) ]$$

وكنا قد لاحظنا أنها صيغة صحيحة يصلح التكافؤ لأن يكون ثابتاً رئيسياً فيها بالاضافة إلى اللزوم ، ومن ثم يمكن تطبيق مبدأ تبادل المواضع على المبرهنة [ 18 ] الصحيحة فتصبح :

$$\text{صيغة صحيحة} \quad [ \text{م} \subset (\text{ل} \cdot \text{و}) ] \subset [ (\text{م} \subset \text{ل}) \subset \text{و} ]$$

ه . ط . ث

أما البرهان على صحة هذه المبرهنة باستخدام قائمة صدق فلا يختلف كثيراً عن البرهان على المبرهنة السابقة لأنها وجهان لحقيقة واحدة ، وكل ما تم بالنسبة للمبرهنة الحالية هو تبادل مواضع الدالة السابقة . بل أن قيم الصدق تحت ثابتي اللزوم في شطري المبرهنة يطابقان قيم صدق نظيريهما في مبرهنة [ 18 ] ، لذلك اكتفينا بالبرهان الاستنباطي في حالة المبرهنة [ 19 ] .

## مبرهنة [ 20 ]

$$^{(48)} (\text{م} \subset \text{و}) \subset [ (\text{م} \subset \text{ل}) \cdot (\text{ل} \subset \text{و}) ]$$

$$3'33. [ (p \supset q) \cdot (q \supset r) ] \supset (p \supset r)$$

(47) Principia, P. 112.

(48) Ibid., P. 112.

هذه البرهنة هي إحدى صور مبدأ أو قاعدة القياس Syllogism<sup>(49)</sup> ، وبأخذ  
البرهان الاستنباطي عليها الخطوات التالية :

( أ ) تنص البرهنة السابقة [ 19 ] على :

$$[ ( م \supset ( ل \cdot و ) ) \supset ( ( م \supset ل ) \supset و ) ]$$

لنضع ( و  $\supset$  ل ) محل ( و ) ، ( ل  $\supset$  م ) محل ( ل ) ، ( و  $\supset$  م ) محل  
( م ) ، فنحصل على الصيغة المطولة :

$$\{ [ ( و \supset ل ) \supset ( ( م \supset ل ) \supset ( و \supset م ) ) ] \supset$$

$$\{ ( و \supset ل ) \cdot ( ل \supset م ) \} \supset ( و \supset م ) \}$$

( ب ) تنص البرهنة [ 5 ] في هذا النسق على :

$$[ ( و \supset ل ) \supset ( ( ل \supset م ) \supset ( و \supset م ) ) ]$$

ثبت بالبرهان صحة هذه البرهنة ، ونلاحظ أنها المقدم في الصيغة المطولة  
( أ ) وهي صيغة لزوم . نستنتج أن التالي لابد أن يكون صحيحاً :

$$[ ( و \supset ل ) \cdot ( ل \supset م ) ] \supset ( و \supset م )$$

هـ . ط . ث

(49) من صور قاعدة القياس :

$$2'05. \quad [ ( م \supset ل ) \supset ( ( و \supset ل ) \supset ( و \supset م ) ) ]$$

$$2'06. \quad [ ( و \supset ل ) \supset ( ( ل \supset م ) \supset ( و \supset م ) ) ]$$

$$3'34. \quad [ ( ل \supset م ) \cdot ( و \supset ل ) ] \supset ( و \supset م )$$

ونبرهن على صحة المبرهنة بقائمة صدق كما يلي :

ق	ج	م	ق	ج	ل	م	ق	ج	ل	م
	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
X			✓				X			

تصدق كل قيم الصديق تحت الثابت الرئيسى هنا ، وسوف نلاحظ فى موضع لاحق أن هناك قياساً يتكون من نفس المقدمتين ( ١٠ ل ) ، ( ل م ) إلا أن نتيجته ( م . ١٠ ) ومن ثم فهو قياس فاسد من وجهة نظر المنطق الحديث فى مواجهة منطق « أرسطو » والمنطق التقليدى . وسيكون الخلاف بين المنطقيين محور حديثنا بصورة أكثر اسهاباً عند تناول ضروب وأشكال القياس فى اطار نظرية دالات القضايا .

**مبرهنة [ 21 ]**

$$(\sim \sim) \sim \equiv \sim$$

4'13.

$$p \equiv \sim (\sim p)$$

تعد هذه المبرهنة صيغة مبدأ النفي المزدوج Principle of double negation ، ويعني أن القضية تكافئ كذب نقيضها<sup>(50)</sup> .

(50) Principia, P. 116.

ونص هذه المبرهنة يذكر بالمبرهنة [9] :

$$C \sim (C \sim C)$$

التي أدركنا عند البرهنة عليها أنه يمكن أن يحل ثابت التكافؤ محل ثابت الزوم لتأخذ شكل المبرهنة الحالية .

— البرهان الاستنباطي :

( ١ ) تنص المبرهنة [9] على :

$$C \sim \sim C$$

وثمة صيغة تطابقها هي<sup>(51)</sup> :

$$\sim \sim C \sim C$$

2'14.

وبعطف الصيغتين السابقتين نحصل على :

$$(C \sim \sim C) \cdot (\sim \sim C \sim C)$$

( ب ) نضع ( ل ) بدلاً من (  $\sim \sim C$  ) في الصيغة السابقة فيكون الناتج :

$$(C \sim \sim C) \cdot (\sim \sim C \sim C)$$

ينص تعريف [3] التكافؤ على :

$$C \equiv L = (C \sim L) \cdot (L \sim C)$$

ولما كانت ( ل ) قد حلت محل (  $\sim \sim C$  ) ، وتكافئ (  $\sim \sim C$  ) حسب نص التعريف فإن :  $C \equiv \sim \sim C$

هـ . ط . ث

(51) Ibid., P. 102.

أما قائمة الصدق فتأخذ هذا الشكل البسيط :

ق	≡	~	~ ق
ص	ص	ص	ك
ك	ص	ك	ص

√

مبرهنة [ 22 ]

$$(52) (ق . ل) \equiv (ل . ق)$$

$$4'3. (p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$$

— البرهان الاستنباطي :

( ا ) تنص المبرهنة [ 16 ] من هذا النسق على :

$$(ق . ل) \subset (ل . ق)$$

بوضع ( ق ) بدلاً من ( ق . ل ) ينتج :

$$2'08. ق \subset ق$$

وتلك صورة لمبدأ الهوية التي تطابق :

$$4'2. ق \equiv ق$$

( ب ) باعادة : ( ق . ل ) بدلاً من ( ق ) ، ( ل . ق ) بدلاً من

( ق ) ينتج :

$$(ق . ل) \equiv (ل . ق)$$

ه . ط . ث

(52) Ibid., P. 116, 101, 117.

ولا داعى للبرهنة باستخدام قائمة صدق لأنها تكاد تطابق القائمة الخاصة بالبرهنة [ 16 ] .

نكتفى بهذا القدر من نماذج البراهين على بعض المبرهنات التى قدمها « رسل وهوايتهد » فى كتابهما المشترك *Principia Mathematica* ، ولنا عدة ملاحظات ينبغى الإشارة إليها :

1 — إننا لم نبرهن على كل ما قدمه كتاب برنكيا من مبرهنات ( نظريات أو قضايا مشتقة ) لأن كاتبها برنكيا أنفسهم لم يفعلوا ذلك .

2 — ان البراهين المتاحة فى برنكيا موجزة التعبير يغلب عليها طابع السرد الرياضى ، لهذا عمدنا إلى الاسهاب بعض الشيء عند نقلها إلى العربية حتى لا يستغلق فهمها على القارئ غير المتخصص .

3 — عدنا إلى عدة مصادر — بالاضافة إلى برنكيا — لعرض البرهان الاستنباطى للمبرهنات منها كتب « ستراوصن » و « ريشنباخ » و « كوفى » و « ثابت الفندى » و « عزمى اسلام » وقد أشرنا إلى وجه الاستفادة فى حينها . لكن يبقى أن نشير إلى أننا لم نلتزم بأسلوب أحدهم — لاختلاف أساليب البرهنة عند كل منهم — وإنما آثرنا أن نكتب بأسلوب يجمع بين دقة البيان ويسر الفهم ، ويأتى مشتقاً من برنكيا بصورة عامة .

4 — نعرض فى الجزء التالى من هذا الفصل لمجموعة من المبرهنات التى جاءت فى برنكيا ، دون برهنة ، والهدف من سردها أن نوضح ثراء نظرية حساب القضايا وما يشتق منها كنسق إستنباطى ، وسنغفل الإشارة إلى ما برهنا على صحته هنا من مبرهنات .

خامساً : صيغ مبرهنات برنكيا :

( ١ ) نتائج مباشرة للقضايا الأولية<sup>(53)</sup>

$$2'04. \quad [ ( ( م \supset ج ) \supset ج ) \supset ( ( م \supset ج ) \supset ج ) ]$$

$$2'08. \quad ج \supset ج$$

$$2'14. \quad \sim ( ج \supset ج ) \supset ج$$

$$2'15. \quad ( ج \supset ج ) \supset ( ج \supset ج )$$

$$2'16. \quad ( ج \supset ج ) \supset ( ج \supset ج )$$

$$2'17. \quad ( ج \supset ج ) \supset ( ج \supset ج )$$

$$2'18. \quad ( ج \supset ج ) \supset ج$$

$$2'25. \quad ج \vee ( ج \supset ج )$$

$$2'26. \quad ج \supset ( ج \supset ج )$$

$$2'27. \quad ج \supset ( ج \supset ج )$$

$$2'3. \quad [ ( ج \vee م ) \supset ج ] \supset [ ( ج \vee م ) \supset ج ]$$

$$2'31. \quad [ ( ج \vee م ) \supset ج ] \supset [ ( ج \vee م ) \supset ج ]$$

$$2'32. \quad [ ( ج \vee م ) \supset ج ] \supset [ ( ج \vee م ) \supset ج ]$$

$$2'33. \quad ج \vee ( ج \supset ج ) = ج \vee ج$$

تستخدم التعريف الأخير في حالة تجنب استخدام الأقواس فقط .

$$2'36. \quad [ ( ج \vee م ) \supset ج ] \supset ( ج \vee م )$$

$$2'37. \quad [ ( ج \vee م ) \supset ج ] \supset ( ج \vee م )$$

$$2'38. \quad [ ( ج \vee م ) \supset ج ] \supset ( ج \vee م )$$

$$2'4. \quad ( ج \vee ج ) \supset ج$$

$$2'41. \quad ( ج \vee ج ) \supset ج$$

$$2'42. \quad ( ج \supset ج ) \supset ( ج \supset ج )$$

$$2'43. \quad ( ج \supset ج ) \supset ( ج \supset ج )$$

(53) Principia, PP. 98 - 108.



$\varphi \sim C(J \vee \varphi) \sim$	2'45
$J \sim C(J \vee \varphi) \sim$	2'46
$(J \vee \varphi \sim) C(J \vee \varphi) \sim$	2'47
$(J \sim \vee \varphi) C(J \vee \varphi) \sim$	2'48
$(J \sim \vee \varphi \sim) C(J \vee \varphi) \sim$	2'49
$(J C \varphi \sim) C(J C \varphi) \sim$	2'5
$(J \sim C \varphi) C(J C \varphi) \sim$	2'51
$(J \sim C \varphi \sim) C(J C \varphi) \sim$	2'52
$(\varphi C J) C(J C \varphi) \sim$	2'521
$(J C \varphi \sim) C(J \vee \varphi)$	2'53
$(J \vee \varphi) C(J C \varphi \sim)$	2'54
$[J C(J \vee \varphi)] C \varphi \sim$	2'55
$[\varphi C(J \vee \varphi)] C J \sim$	2'56
$[J C(J C \varphi)] C(J C \varphi \sim)$	2'6
$[J C(J C \varphi \sim)] C(J C \varphi)$	2'61
$[J C(J C \varphi)] C(J \vee \varphi)$	2'62
$[J C(J \vee \varphi)] C(J C \varphi)$	2'621
$[J C(J \vee \varphi \sim)] C(J \vee \varphi)$	2'63
$[\varphi C(J \sim \vee \varphi)] C(J \vee \varphi)$	2'64
$[\varphi \sim C(J \sim C \varphi)] C(J C \varphi)$	2'65
$(J C \varphi) C[J C(J \vee \varphi)]$	2'67
$(J \vee \varphi) C[J C(J C \varphi)]$	2'68
$[\varphi C(\varphi C J)] C[J C(J C \varphi)]$	2'69
$[(M \vee J) C(M \vee J \vee \varphi)] C(J C \varphi)$	2'73
$[(M \vee \varphi) C(M \vee J \vee \varphi)] C(\varphi C J)$	2'74
$\{(M \vee \varphi) C[(M C J) \vee \varphi]\} C(J \vee \varphi)$	2'75

- $[ (M \vee U) \subset (J \vee U) ] \subset [ (M \subset J) \vee U ]$  2'76  
 $[ (M \subset U) \subset (J \subset U) ] \subset [ (M \subset J) \subset U ]$  2'77  
 $[ ( \sim \vee J ) \subset ( \sim \vee M \sim ) ] \subset (M \vee J)$  2'8  
 $[ ( \sim \subset M ) \subset J ]$  2'81  
 $\{ [ ( \sim \vee U ) \subset (M \vee U) ] \subset (J \vee U) \} \subset$   
 $[ ( \sim \vee J \vee U ) \subset ( \sim \vee M \sim \vee U ) ] \subset M \vee J \vee U$  2'82  
 $[ ( \sim \subset J ) \subset U ] \subset [ ( \sim \subset M ) \subset U ] \} \subset [ (M \subset J) \subset U ]$  2'83  
 $[ (M \subset J) \vee U ] \subset [ (M \vee U) \subset (J \vee U) ]$  2'85  
 $[ (M \subset J) \subset U ] \subset [ (M \subset U) \subset (J \subset U) ]$  2'86

( ب ) قضايا ناتجة عن الضرب المنطقي بين قضيتين<sup>(54)</sup> :

- $( J \sim \vee U \sim ) \sim \subset ( J , U )$  3'1  
 $( J , U ) \vee ( J \sim \vee U \sim )$  3'12  
 $[ ( J , U ) \subset J ] \subset U$  3'2  
 $[ ( J , U ) \subset U ] \subset J$  3'21  
 $U \subset ( J , U )$  3'26  
 $J \subset ( J , U )$  3'27  
 $J \subset [ ( J \subset U ) , U ]$  3'35  
 $[ J \sim \subset (M \sim , U) ] \subset [ M \subset (J , U) ]$  3'37  
 $( J \subset U ) \subset ( J , U )$  3'4  
 $[ M \subset (J , U) ] \subset (M \subset U)$  3'41  
 $[ M \subset (J , U) ] \subset (M \subset J)$  3'42  
 $[ (M , J) \subset U ] \subset [ (M \subset U) , (J \subset U) ]$  3'43  
 $[ U \subset (M \vee J) ] \subset [ (U \subset M) , (U \subset J) ]$  3'44  
 $[ (M , J) \subset (M , U) ] \subset (J \subset U)$  3'45

(54) Principia, PP. 109 - 114.

$$[(\sim \cdot m) \subset (j \cdot u)] \subset [( \sim \subset j) \cdot (m \subset u)] \quad 3'47$$

$$[(\sim \vee m) \subset (j \vee u)] \subset [( \sim \subset j) \cdot (m \subset u)] \quad 3'48$$

(ح) قضايا عمادها دالة التكافؤ<sup>(55)</sup> :

$$(u \sim \subset j \sim) \equiv (j \subset u) \quad 4'1$$

$$(j \sim \equiv u \sim) \equiv (j \equiv u) \quad 4'11$$

$$(u \sim \equiv j) \equiv (j \sim \equiv u) \quad 4'12$$

$$[j \sim \subset (m \sim \cdot u)] \equiv [m \subset (j \cdot u)] \quad 4'14$$

$$[u \sim \subset (m \cdot j)] \equiv [m \sim \subset (j \cdot u)] \quad 4'15$$

$$u \equiv u \quad 4'2$$

$$(u \equiv j) \equiv (j \equiv u) \quad 4'21$$

$$(m \equiv u) \subset [(m \equiv j) \cdot (j \equiv u)] \quad 4'22$$

$$(u \cdot u) \equiv u \quad 4'24$$

$$(u \vee j) \equiv (j \vee u) \quad 4'31$$

$$[(m \cdot j) \cdot u] \equiv [m \cdot (j \cdot u)] \quad 4'32$$

$$[(m \vee j) \vee u] \equiv [m \vee (j \vee u)] \quad 4'33$$

$$m \cdot (j \cdot u) = m \cdot j \cdot u \quad 4'34$$

تع

$$[(m \cdot j) \equiv (m \cdot u)] \subset (j \equiv u) \quad 4'36$$

$$[(m \vee j) \equiv (m \vee u)] \subset (j \equiv u) \quad 4'37$$

$$[(\sim \cdot m) \equiv (j \cdot u)] \subset [( \sim \equiv j) \cdot (m \equiv u)] \quad 4'38$$

$$[(\sim \vee m) \equiv (j \vee u)] \subset [( \sim \equiv j) \cdot (m \equiv u)] \quad 4'39$$

$$[(m \cdot u) \vee (j \cdot u)] \equiv [(m \vee j) \cdot u] \quad 4'4$$

$$[(m \vee u) \cdot (j \vee u)] \equiv [(m \cdot j) \vee u] \quad 4'41$$

$$[(j \sim \cdot u) \vee (j \cdot u)] \equiv u \quad 4'42$$

(55) Principia, PP. 115 - 122.

$$\begin{aligned}
& [(\sim J \vee \sim V) \cdot (J \vee V)] \equiv V \quad 4'43 \\
& [(\sim J \cdot V) \vee V] \equiv V \quad 4'44 \\
& [(\sim J \vee V) \cdot V] \equiv V \quad 4'45 \\
& (\sim J \vee \sim V \sim) \sim \equiv (\sim J \cdot V) \quad 4'5 \\
& (\sim J \vee \sim V \sim) \equiv (\sim J \cdot V) \sim \quad 4'51 \\
& (\sim J \vee V \sim) \sim \equiv \sim J \sim \cdot V \quad 4'52 \\
& J \vee V \sim \equiv (\sim J \sim \cdot V) \sim \quad 4'53 \\
& (\sim J \vee V) \sim \equiv \sim J \cdot V \sim \quad 4'54 \\
& \sim J \vee V \equiv (\sim J \cdot V \sim) \sim \quad 4'55 \\
& (\sim J \vee V) \sim \equiv \sim J \sim \cdot V \sim \quad 4'56 \\
& J \vee V \equiv (\sim J \sim \cdot V \sim) \sim \quad 4'57 \\
& J \vee V \sim \equiv J \vee V \quad 4'6 \\
& \sim J \sim \cdot V \equiv (\sim J \vee V) \sim \quad 4'61 \\
& \sim J \vee V \sim \equiv \sim J \sim \vee V \quad 4'62 \\
& \sim J \cdot V \equiv (\sim J \sim \vee V) \sim \quad 4'63 \\
& J \vee V \equiv J \vee V \sim \quad 4'64 \\
& \sim J \sim \cdot V \sim \equiv (\sim J \vee V \sim) \sim \quad 4'65 \\
& \sim J \vee V \equiv (\sim J \sim \vee V) \quad 4'66 \\
& \sim J \cdot V \sim \equiv (\sim J \sim \vee V \sim) \sim \quad 4'67 \\
& [(\sim J \cdot V) \vee V] \equiv (\sim J \vee V) \quad 4'7 \\
& [(\sim J \cdot V) \equiv V] \equiv (\sim J \vee V) \quad 4'71 \\
& [(\sim J \vee V) \equiv J] \equiv (\sim J \vee V) \quad 4'72 \\
& [(\sim J \cdot V) \equiv V] \vee J \quad 4'73 \\
& (\sim J \vee V) \equiv (\sim J \vee V \sim) \quad 4'74 \\
& [(\sim M \cdot J) \vee V] \equiv [(\sim M \vee V) \cdot (J \vee V)] \quad 4'76 \\
& [V \vee (\sim M \vee J)] \equiv [(V \vee \sim M) \cdot (V \vee J)] \quad 4'77
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[(M \vee J) \subset U] &\equiv [(M \subset U) \vee (J \subset U)] & 4'78 \\
[U \subset (M \cdot J)] &\equiv [(U \subset M) \vee (U \subset J)] & 4'79 \\
U \sim &\equiv (U \sim \subset U) & 4'8 \\
U &\equiv (U \subset U \sim) & 4'81 \\
U \sim &\equiv [(J \sim \subset U) \cdot (J \subset U)] & 4'82 \\
J &\equiv [(J \subset U \sim) \cdot (J \subset U)] & 4'83 \\
[(M \subset J) \equiv (M \subset U)] &\subset (J \equiv U) & 4'84 \\
[(J \subset M) \equiv (U \subset M)] &\subset (J \equiv U) & 4'85 \\
[(M \equiv J) \equiv (M \equiv U)] &\subset (J \equiv U) & 4'86 \\
[(M \subset U) \subset J] &\equiv [(M \subset J) \subset U] \equiv [M \subset (J \cdot U)] & 4'87 \\
[M \subset (U \cdot J)] &\equiv
\end{aligned}$$

وتمثل الصيغة المطولة الأخيرة جماع لمبادئ التصدير والاستيراد  
وتبادل المواضع في قضية واحدة .

( ٥ ) قضايا متنوعة<sup>(56)</sup> :

$$\begin{aligned}
(J \equiv U) &\subset (J \cdot U) & 5'1 \\
(J \subset U \sim) &\vee (J \subset U) & 5'11 \\
(J \sim \subset U) &\vee (J \subset U) & 5'12 \\
(U \subset J) &\vee (J \subset U) & 5'13 \\
(M \subset J) &\vee (J \subset U) & 5'14 \\
(J \sim \equiv U) &\vee (J \equiv U) & 5'15 \\
[(J \sim \equiv U) \cdot (J \equiv U)] &\sim & 5'16 \\
(J \sim \equiv U) &\equiv [(J \cdot U) \sim \cdot (J \vee U)] & 5'17 \\
(J \sim \equiv U) \sim &\equiv (J \equiv U) & 5'18 \\
(U \sim \equiv U) \sim & & 5'19
\end{aligned}$$

(56) Principia, PP. 123 : 126.

$$\begin{aligned}
& (J \equiv U) \subset (J \sim . U \sim) \quad 5'21 \\
& (U \sim . J) \vee (J \sim . U) \equiv (J \equiv U) \sim \quad 5'22 \\
& [(J \sim . U \sim) \vee (J . U)] \equiv (J \equiv U) \quad 5'23 \\
& [(J \sim . U \sim) \vee (J . U)] \sim \quad 5'24 \\
& [(U \sim . J) \vee (J \sim . U)] \equiv \\
& \quad [J \subset (J \subset U)] \equiv (J \vee U) \quad 5'25 \\
& [(M . U) \subset (J . U)] \equiv [M \subset (J . U)] \quad 5'3 \\
& [(M . J) \subset U] \subset [(J \subset U) . M] \quad 5'31 \\
& [(M . U) \equiv (J . U)] \equiv [(M \equiv J) \subset U] \quad 5'32 \\
& [M \subset (J . U)] \equiv [M \subset (J . U)] \quad 5'33 \\
& [(M \equiv J) \subset U] \subset [(M \subset U) . (J \subset U)] \quad 5'35 \\
& [(J \equiv U) . J] \equiv [(J \equiv U) . U] \quad 5'36 \\
& (J \subset U) \equiv [(J \subset U) \subset U] \quad 5'4 \\
& [(M \subset J) \subset U] \equiv [(M \subset U) \subset (J \subset U)] \quad 5'41 \\
& \{[(M . U) \subset J] \subset U\} \equiv [(M \subset J) \subset U] \quad 5'42 \\
& [(M . J) \subset U] \equiv [(M \subset U) \subset (J \subset U)] \quad 5'44 \\
& \quad [J \equiv (J \subset U)] \subset U \quad 5'5 \\
& \quad [(J \equiv U) \equiv J] \subset U \quad 5'501 \\
& [(M \vee J) \subset U] \equiv [M \subset (J \sim . U)] \quad 5'6 \\
& (J \sim . U) \equiv [J \sim . (J \vee U)] \quad 5'61 \\
& (J \sim \vee U) \equiv [J \sim \vee (J . U)] \quad 5'62 \\
& [(J . U \sim) \vee U] \equiv (J \vee U) \quad 5'63 \\
& [(J \equiv U) \vee M] \equiv [(M \vee J) \equiv (M \vee U)] \quad 5'7 \\
& [(M . U) \equiv M . (J \vee U)] \subset (M \sim \subset J) \quad 5'71 \\
& [(M \subset U) \equiv (J \subset U)] \equiv [(M \equiv J) \subset U] \quad 5'74
\end{aligned}$$

## خاتمة :

عرضنا لهذه المجموعة المتنوعة من النظريات أو المبرهنات ، ورغم كثرتها فإنها تقوم على فكرة أساسية هي أن العلاقات أو الاجراءات المنطقية يحكمها الاتساق ، وأن كل ثابت منطقي له معنى محدد ودور ثابت ، كما أن لمجموعة الثوابت علاقات ثابتة بعضها ببعض . كما تؤكد وفرة المبرهنات أن قابلية النسق للاشتقاق واسعة إلى حد بعيد ، وترتبط هذه السعة بالقضايا الأولية وقواعد الاشتقاق والاستدلال . وقد تمسكنا بعرض النسق الاستنباطي كما ورد في برنكيا ، لأن هذا الكتاب يعد انجيل القرن العشرين في دقته وشموله ، كما أنه المصدر الأساسي لكافة دراسات المنطق الرمزي ، وكل ما لحق به من دراسات تتعلق بتفسير أو بيان أو شروح ومقترحات ؛ انما جاءت لتدور في فلك برنكيا سواء كانت مؤيدة لخطه « رسل » و « هوايتهد » أو معارضة لها .





## الفصل السابع

### نظرية حساب دالات القضايا



## الفصل السابع

### نظرية حساب دالات القضايا

#### « حساب المحمول »

مقدمة :

نظرية حساب دالات القضايا Functional Culculus of Propositions هي النظرية الثانية من نظريات المنطق الرمزي . وتعنى هذه النظرية بدراسة البناء المنطقي للقضايا ، ومن ثم تهتم بالحساب التحليلي للدالات<sup>(1)</sup> . وهذه النظرية عدة أسماء مشتقة من الموضوعات التي تبحثها ؛ فهي نظرية « حساب المحمول » Predicate Culculus ، ونظرية « التسوير » Quantification<sup>(2)</sup> ، ونظرية المتغيرات الظاهرية Theory of Apparent Variables<sup>(3)</sup> . لكن ما الذي نضيفه نظرية حساب المحمول للنظرية ذات السبق المنطقي والتي فرغنا منها ؛ نظرية حساب القضايا ؟

يمكن الإجابة على هذا السؤال بعقد مقارنة بين النظريتين في النقاط التالية :

(1) تهتم نظرية حساب المحمول اهتماماً خاصاً بسور القضية Quantifier الذي يلعب دوراً في تحديد طبيعة العلاقة — الاجراء المنطقي — بين عنصريها ، كما تصوغ هذه النظرية سور القضية صياغة رمزية تتمايز حسب نوع السور والكم الخاص بالمحمول ، بحيث يصبح المحمول والسور كلا واحداً .

(2) ترمز نظرية حساب القضايا للقضية — بعنصرها الموضوع والمحمول — برموز متغير واحد ، بينما ترمز نظرية حساب المحمول لكل عنصر أوحدي

(1) Reichenbach, H., Elements of Symbolic Logic, P. 80.

(2) Quine, W., Methods of Logic.

(3) Whitehead & Russell, Principia Mathematica, P. 127.

برمز خاص به ، مما يوسع من نطاق قدرة المنطق في التعبير الرمزي عما يصدر عنا من أحكام مهما تنوعت ، كما يسر لنا تناول المنطق التقليدي — والقياس الحملّي منه على وجه الخصوص — من وجهة نظر نقدية معاصرة .

(3) تميز نظرية حساب المحمول تمييزاً نقدياً بين القضية الشخصية Singular والقضية الحملية Categorical تمييزاً يعكس فضل جهود مناطق سابقين بهذا الصدد مثل « بيانو » و « فريجه » ، كما يكشف عن بعض أخطاء المنطق التقليدي .

(4) تميز نظرية حساب المحمول أيضاً بين نوعين من القضايا الوجودية ؛ نوع موجب ينطوي على تقرير وجودي لأفراد موضوعه ، ونوع سالب يفتقر لهذا التقرير ، ويقوم هذا التمييز — في إطار نظرية حساب المحمول — على أسس مخالفة لأسس المنطق التقليدي .

ومن المتفق عليه أنه رغم وجوه التمايز بين نظريتي حساب القضايا وحساب دالات القضايا ، تظل النظرية الأولى أساساً منطقياً للنظرية الثانية ، من حيث استخدام نفس الثوابت المنطقية ودالات الصدق وقيم الصدق وجزء من المصطلح الرمزي ، بل إن كثيراً من الصيغ التحليلية في حساب القضايا هي ذاتها صيغ تحليلية في حساب دالات القضايا ، وإن عبرنا عنها بمتغيرات جديدة<sup>(4)</sup> .

ولنبداً في عرض المباحث الأساسية لهذه النظرية : المصطلح الرمزي ، دالة القضية ، التقرير الوجودي ، قواعد الاستدلال ، مع نظرة نقدية للمنطقين الأرسطي والتقليدي .

أولاً : المصطلح الرمزي للنظرية :

تستخدم نظرية دالات القضايا أربعة أنواع من قوائم الرموز هي<sup>(5)</sup> :

(4) Reichenbach, H., Op. Cit., pp. 134 - 5.

(5) Runes. ( ed. ), Dictionary of Philosophy, item, Logic, formal, P. 173.

١ — رموز المتغيرات الفردية Individual Variables ، وهي عبارة عن حروف أبجدية ترمز إلى أشياء جزئية وإلى أسماء أعلام ، مما يأتي موضوعاً في قضية ، والحروف هي :  $x, y, z, l_x, l_y, l_z$  ، ونقترح في صياغتنا الحروف المقابلة لها في الأبجدية العربية وهي : هـ ، و ، ي ، هـ<sup>١</sup> ، و<sup>١</sup> ، ي<sup>١</sup> ، هـ<sup>٢</sup> ، و<sup>٢</sup> ، ي<sup>٢</sup> .. على التوالي .

ب — رموز لمتغيرات القضايا Propositional Variables ، وهي ما سبق استخدامه في نظرية حساب القضايا :  $p, q, r, s, p^1, q^1, r^1$  ،  $s^1$  وتشير لقضية من فئة بعينها . والمقابل العربي لرموز متغيرات القضايا هو : ل ، م ، ن ، و<sup>١</sup> ، ل<sup>١</sup> ، م<sup>١</sup> ، ن<sup>١</sup> .

ج — رموز المتغيرات الحولية Predicate Variables ، وترمز إلى صفات أو محمولات تسند إلى الموضوعات ، وهي الحروف :  $F, G, H, J$  . ونقترح في الصياغة العربية الحروف س ، ص ، ط ، ع ، وقد إنتقينا حروفاً غير منقوطة ليسهل استخدامها .

د — رموز التسوير Quantification وهي نوعان :

١ — السور الكلي Universal Quantifier ، ونرمز له بحرف يشير إلى أن الحكم الذي نصدره ينطبق على كل أفراد الموضوع بالوجوب أو بالسلب . وقد اختلفت كتب المنطق حول شكل هذا السور ، وإن لم تختلف حول دلالاته ، ففي برنكيا يرمز له « رسل » و « هوايتهد » بالحرف  $[X]^{(6)}$  ، كما يذهب إلى ذلك منطقة آخريين مثل « فتجنشتين »<sup>(7)</sup> . ويرمز « تارسكي » للسور الكلي بالحرف A وهو بذلك يميزه عن المتغير  $(X)^{(8)}$  . كما تستخدم بعض الكتب الرمز  $(\forall)$  أو  $(\forall_x)$  في الإشارة إلى السور الكلي<sup>(9)</sup> . وعلى أي حال فإن رمز

(6) Principia, P. 127.

(7) Anscombe, G.E.M., An Introduction to Wittgenstein's Tractatus, P. 22.

(8) تارسكي : مقدمة للمنطق ، ص 46 .

(9) McKay, Th., Modern Formal Logic, P. 193

Nolt & Rohatyn, Logic, P. 116.

Hodges, W., Logic, P. 197.

السور الكلى يحل محل كلمات مثل : كل ، جميع ، كافة ... الخ ،  
ونقترح الحرف ( ك ) كرمز للسور الكلى ، واقترحناه اختصاراً  
لكلمة « كل » من ناحية ، ونكتبه على هذه الصورة تمييزاً له عن  
( ك ) عندما نعبر به كحرف عن قيم الصدق في حالة الكذب .

وعندما نحاول التعبير بلغة رمزية عن قضية بها سور كلى : مثل  
القضية « كل إنسان ... » ، فإن تعبيرنا عنها يمر بعدة مراحل :  
— في كل الحالات التى يكون عليها ( هـ ) ، فإن ( هـ ) إنسان .  
— في كل حالات ( هـ ) ، ( هـ س ) .  
— فإن رمزنا للسور ( ك ) ، تصبح القضية العامة السابقة :  
( ك ) ( هـ س ) .

ولنا هنا ملاحظة تتعلق بصورة دالة القضية وترتيب المتغيرات فيها :  
فالتعبير الأخير ( ك ) ( هـ س ) يقابله بالانجليزية (  $F_x$  ) ( X ) ، ولما  
كانت ( x ) تشير إلى الموضوع ويقابلها في صياغتنا ( هـ ) ، وتشير  
( F ) إلى الصفة أو المحمول ، ويقابلها ( س ) ؛ فإن النقل المباشر عن  
الصيغة (  $F_x$  ) ( X ) إلى العربية هو ( ك ) ( س هـ ) لسبق الصفة  
للموصوف في اللغة الانجليزية لكن لما كانت الصفة تتبع الموصوف ،  
ويلحق المحمول بالموضوع في اللغة العربية ، فإننا آثرنا أن نلتزم بذلك  
في صياغتنا لدالات القضايا ، لتصبح صورة القضية « رسل  
منطقي » : « هـ س » . ونختلف في ذلك مع معظم كتب المنطق  
العربية التى نقلت المتغيرات بنفس ترتيبها في المصادر الأجنبية .

## 2 — السور الجزئى أو الوجودى Existential Quantifier :

ويرمز إلى فرد أو إلى شيء جزئى يوصف بصفة ما أو يسند إليه  
محمول ، ونعبر عنه في العربية بكلمة « بعض » ، ويرمز له في معظم  
كتب المنطق برمز خاص (  $\exists_x$  ) كما يرمز له في كتب أخرى برمز  
مختصر (  $\exists$  ) . ونرمز له في بحثنا بالحرف ( جـ ) أول حرف في كلمة  
- « جزء » في مقابل رمز السور الكلى ( ك ) وهو أول حرف في كلمة  
« كل » .



فإن قلنا : « بعض الأطفال ... » كان التعبير الرمزي عنها :  
 $\exists x (F_x)$  أو  $\exists (F_x)$  ، ويعنى « يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون  
 طفلاً » ، وننتقل إلى المصطلح العربى هكذا : ( ج ) ( هـ س ) .

ومن الملاحظ هنا اقتران كلمة الجزئى بالوجودى بصدد وصف هذا  
 السور ، لأن القضايا الجزئية هى التى تقرر وجوداً واقعياً لأفراد  
 موضوعها دون القضايا الكلية<sup>(10)</sup> .

ونضيف إلى ما سبق مجموعة الاجراءات المنطقية ، وهى نفس الثوابت  
 المستخدمة فى نظرية حساب القضايا أى رموز دالات الصدق :

$$\equiv , C , V , \cdot , \sim$$

### ثانياً : دالة القضية والسور Propositional Function

دالة القضية هى دالة يتكون مجال القيم فيها من كل القيم الممكنة للمتغير  
 فيها ، بحيث إذا رفعنا المتغير من الدالة ووضعنا محله قيمة ممكنة فإنه يمكن الحكم  
 بالصدق أو بالكذب على القضية فى صورتها الجديدة . ومعنى ذلك أن دالة  
 القضية ليست قضية ، حيث لا يستقيم لها معنى بمفردها ، وإنما تكتسب المعنى  
 وتحتل القبول أو الرفض ساعة أن نضع للمتغير قيمة . إن قلنا « هـ » هو الخليفة  
 الثانى ، فهذه دالة قضية ، وإن عوضنا عن المتغير « هـ » بقولنا : « عمر بن  
 الخطاب » تنشأ لدينا قضية صادقة : « عمر بن الخطاب هو الخليفة الثانى » .  
 كذلك إن قلنا « هـ إنسان » فتلك دالة قضية ، تصبح قضية صادقة إن قلنا :  
 « سقراط إنسان » ، وتصبح قضية كاذبة إن قلنا « زيوس إنسان » .

ومن الملاحظ فى نظرية دالات القضايا أننا نطلق على القيم التى توضع بدلاً  
 من المتغير فى دالة القضية مصطلح « الثوابت الفردية » Individual Constants .  
 وعادة ما تأتى هذه الثوابت مرادفة لأسماء الأعلام Proper Names ، وتعطىها  
 بعض الكتب رموزاً خاصة تميزاً لها عن بقية رموز النظرية<sup>(11)</sup> . كما أنه لا بد من

(10) McKay, Op. Cit., P. 200.

(11) Ibid., P. 201.

الإشارة إلى الفارق بين دالة القضية وما يعد دالة للمتغير ؛ أشرنا في فقرة سابقة إلى أن التعبير « ه إنسان » يعد دالة قضية ، يحدد المحمول فيها « إنسان » قيم المتغير في الدالة . أما إذا عبرنا عن المحمول برمز وليكن « ع » بحيث تصبح دالة القضية السابقة : « ه ع » ، فإن « ع » تصبح دالة للمتغير « ه » كما ورد في دالة القضية<sup>(12)</sup> .

ونميز أخيراً بين دالة القضية ودالة الصدق : دالة القضية صورة رمزية لأي قضية بسيطة أو مركبة ، بينما دالة الصدق صورة رمزية لقضية مركبة تحوى ثابتاً منطقياً مثل : (  $q \supset p$  ) ، (  $q \equiv p$  ) ... الخ . ومعنى ذلك أن « دالة القضية أعم من دالة الصدق وأشمل ، بحيث يمكن اعتبار كل دالات الصدق قضايا ، لكن ليست كل دالة قضية دالة صدق »<sup>(13)</sup> .

وتتميز الدالة في حساب دالات القضايا بوجود السور ، وللسور أهمية خاصة في هذه النظرية ، حيث أنه إحدى وسائل الحصول على القضايا ، كما أنه يشير إلى نوع الاجراء المنطقي . وقد يكون السور « كلياً » [ ك ] أو جزئياً « وجودياً » [ ج ] ، يشير النوع الأول إلى فكرة أساسية أولية هي « صادق دائماً » أو في كل الحالات ، ويشير النوع الثاني إلى فكرة أولية أخرى هي « صادق أحياناً » أو في بعض الحالات .

يبدأ حساب دالات القضايا في جانب منه بهاتين الفكرتين بلا تعريف ثم يستخدمهما في تعريف الأفكار الأخرى — أفكار حساب القضايا — مثل السلب والفصل والوصل واللزوم والتكافؤ . ومن هذه التعريفات<sup>(14)</sup> :

$$1 - [ ك ] ( ه س ) = \sim [ ج ] ( ه س ) \quad \text{تع}$$

يعنى الشق الأول من هذا التعريف : في كل قيم ( ه ) يوصف ( ه ) بالصفة ( س ) . بينما يعنى الشق الثاني من التعريف : أنه من الكذب أن يوجد شيء واحد على الأقل من ( ه ) لا يتصف بالصفة ( س ) .

(12) Reichenbach, Op. Cit., P. 82.

(13) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 221 .

(14) Strawson, Introduction to Logical Theory, P. 132.

$$2 - [ك] (\sim هـ س) = \sim [ج] (هـ س) \quad \text{نع}$$

يعنى الشق الأول أنه فى كل قيم ( هـ ) لا يتصف ( هـ ) بالصفة ( س ) ،  
ويطابق هذا المعنى أنه من الكذب أن تتصف بعض قيم ( هـ ) بالصفة  
( س ) .

$$3 - \sim [ك] (\sim هـ س) = [ج] (\sim هـ س) \quad \text{نع. (15)}$$

ويعنى هذا التعريف فى شقه الأول أنه من الكذب أن نقول عن كل قيم  
( هـ ) أن ( هـ ) يوصف بالصفة ( س ) . ويعنى الشق الثانى منه أنه يوجد  
شيء واحد على الأقل وهو ( هـ ) لا يتصف بالصفة ( س ) .

ولنعرض إمتداداً للتعريفات السابقة — التى يلعب إجراء السلب فيها دوراً  
أساسياً — مجموعة أخرى من التعريفات أكثر تركيباً يقوم إجراء التكافؤ بالربط  
بين شقيها فى كل مرة :

$$4 - \sim [ك] (\sim هـ س) \equiv [ج] (هـ س)$$

$$5 - \sim [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \equiv [ك] (\sim هـ س \cdot هـ ص)$$

$$6 - \sim [ج] (هـ س \vee هـ ص) \equiv [ك] (\sim هـ س \vee \sim هـ ص)$$

$$7 - \sim [ج] (\sim هـ س \cdot \sim هـ ص) \equiv [ك] (\sim هـ س \cdot \sim هـ ص)$$

$$8 - \sim [ج] (هـ س \vee هـ ص) \equiv [ك] (\sim هـ س \cdot \sim هـ ص)$$

$$9 - \sim [ج] (\sim هـ س \cdot \sim هـ ص) \equiv [ك] (\sim هـ س \vee \sim هـ ص)$$

تنصب هذه التعريفات على تعريف السور الجزئى [ ج ] بالسور الكلى  
[ ك ] من ناحية ، كما تنصب على بيان علاقات التطابق بين الدالات من ناحية  
أخرى . ويمكن النظر إلى التعريفات السابقة على أنها دالات تحليلية يمكن البرهنة  
على صدقها باستخدام قوائم الصدق كما هو الحال فى نظرية حساب القضايا ،  
على أن نحول المتغيرات فى الدالات السابقة : ( هـ س ) إلى ( و ) ،  
( هـ ص ) إلى ( ل ) ، فتصبح الدالة (8) على سبيل المثال :

(15) Principia, P. 15.

See also. Terrell & Baker : Exercises in Logic, P. 219.

$$\sim (J \vee U) \equiv (\sim J \cdot \sim U) \quad (16)$$

وتصبح الدالة (9) :

$$\sim (J \cdot U) \equiv (\sim J \vee \sim U)$$

أما بيان العلاقة بين الأسوار فيقوم على أساس أن :

1- السور الجزئي  $[ \exists x ]$  أو  $[ ج ]$  يكافئ في معناه  $[ X ] \sim$  أو  $\sim [ ك ]$ .

2- السور الكلي  $[ X ]$  أو  $[ ك ]$  يكافئ في معناه  $[ \exists x ] \sim$  أو  $\sim [ ج ]$ .  
ويمكن التعبير عن هذه العلاقة في الصيغتين (17) :

$$1- [ ك ] ( هـ س ) \equiv \sim [ ج ] ( هـ س )$$

$$2- [ ج ] ( هـ س ) \equiv \sim [ ك ] ( هـ س )$$

ثالثاً : القضية الحملية :

بالإضافة إلى وجوه الاختلاف بين المنطق الأرسطي والتقليدي من جهة والمنطق الحديث من جهة مقابلة — كاستعمال الرموز من ثوابت ومتغيرات واجراءات منطقية متنوعة وكونه نسفاً إستنباطياً يبرهن بالاستنباط قضاياه وقوانينه — فإن هناك وجوهاً أخرى للاختلاف ، جاءت نتيجة للتطور الذي طرأ على المنطق — وأهمها تغير نظرة المناطقة إلى التصنيف التقليدي والمتواتر للقضية الحملية الذي يأخذ أربع صور :

كلية موجبة A : « كل إنسان فان »

كلية سالبة E : « لا إنسان كامل »

جزئية موجبة I : « بعض الناس حكماء »

جزئية سالبة O : « بعض الناس ليسوا حكماء »

ومن الملاحظ أن هذا هو أبسط تصنيف ممكن للقضايا ، إلا أن التطورات

(16) Strawson, Op. Cit., P. 134.

(17) Quine, Methods of Logic., P. 87.

التي طرأت على المنطق تسجل ثورة على هذا الاعتقاد الأرسطي والتقليدي ، بحيث لا يصبح هذا التصنيف لأنواع القضية الحملية معبراً عن أبسط صور القضايا . فالقضية الكلية أو القضية العامة ليست قضية حملية في نظر المنطق الحديث ؛ لأن القضية الحملية بالمعنى الدقيق هي تلك التي يسند فيها محمول إلى اسم علم أو إلى شيء جزئى له وجود في الواقع . ان القضية « كل إنسان فان » هي في حقيقة الأمر علاقة بين محمولين أو هي قضية مركبة من قضيتين حمليتين ، حتى أن التعبير عنها بالدالة ( كل أ هو ب ) ليس سوى تعبير عن دالة قضية مركبة من دالتين لقضيتين بسيطتين ترتبطان بأداة شرط : [ إذا كان ( هـ ) هو ( أ ) ، فإن ( هـ ) هو ( ب ) ] ، أو نعبر عنها في صورة أخرى « في كل القيم الممكنة لـ ( هـ ) ، إذا كان ( هـ ) يتصف بالصفة ( أ ) فإنه يتصف أيضاً بالصفة ( ب ) » . ومن ثم لم يعد لدينا قضية حملية وإنما علاقة بين دالتين من دالات القضايا وتصبح كل منهما قضية حملية حين نعطي للمتغير قيمة <sup>(18)</sup> .

ويمكن أن نعرض لصياغة القضايا التقليدية في نطاق نظرية حساب دالات القضايا فيما يلي :

#### ( أ ) القضية الكلية الموجبة :

أولى المناطق اهتماماً خاصاً لهذه القضية ، اهتم بها « فريجه » و « بيانو » و « بيرس » و « برادلى » ، وصاغوها على صورة قضية شرطية متصلة ، وكانت ثورتهم على الشكل التقليدي لها محاولة جادة « للاستغناء عن لغة الموضوع والمحمول واصطناع لغة الدالة والحجة » <sup>(19)</sup> ، بالإضافة إلى تحليل دقيق للعلاقة بين حدى القضية الحملية ، مع ما ذهب إليه « فريجه » — على وجه الخصوص — من أن السور في هذا النوع من القضايا جزء من المحمول ، فالمحمول في القضية : « كل حُرٌّ يتمتع بالإرادة » هو [ كل ... يتمتع بالإرادة ] وليس الظن السائد بأن المحمول هو [ .... يتمتع بالإرادة ] فقط .

(18) Russell, My Philosophical Development, P. 52.

وانظر : محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 224 .

(19) محمود زيدان : نفس المرجع ، ص 132 .



وجاء « رسل » ليؤكد ما سبق قوله في هذا الشأن وأضاف صياغة القضايا الثلاث الأخرى .

يذهب المنطق الحديث في صياغة القضية الكلية الموجبة مذهباً يشير إلى أنها قضية شرطية متصلة ، ويان ذلك أنه في المثال الأشهر « كل إنسان فان » فإن الحدين « إنسان » و « فان » محمولان ، يمكن أن يسندا معاً إلى شيء فردى أو جزئى ، كما يمكن التعبير عنهما معاً في صورة لزوم ينشأ بين مقدم وتال في قضية شرطية متصلة صورتها :

$$[X] (F_x \supset G_x)$$

وننقلها إلى العربية على هذه الصورة<sup>(20)</sup> :

$$[K] (H \supset S \supset C \text{ هـ ص})$$

ونقرأها : « في كل قيم ( هـ ) إذا كان ( هـ ) متصفاً بالخاصة ( س ) ، فإن ذلك يستلزم أن ( هـ ) يتصف بالخاصة ( ص ) .

#### ب - القضية الكلية السالبة :

ينطبق على القضية الكلية السالبة ما ينطبق على الكلية الموجبة من ناحية السور وعلاقة اللزوم داخل الدالة ، مع إضافة إجراء السلب . فالقضية « لا إنسان كامل » تصاغ هي الأخرى في صورة شرطية مكونة من قضيتين بسيطتين يلعبان دور المقدم والتالى بحيث يكون موضوعهما مشترك . ويمكن صياغة القضية السابقة في لغة نظرية حساب دالات القضايا كما يلي<sup>(21)</sup> :

(20) حاولنا أن نعرض دالة هذه القضية في صورة يسيرة الفهم وتعبر عن طبيعة النظرية التى نعرضها فى أن واحد ، وتفق مع سياق الجملة فى اللغة العربية ومع المصطلح الرمضى الذى اقترحناه وبخاصة ما يتعلق بالمتغيرات وترتيبها . لأن محاولة تتبع الصور الرمزية كما وردت فى الكتب الغربية توقعنا فى الخلط ، ومن هذه الصور :

$$\begin{array}{ll} (\forall x : D_x) S_x & \text{Mckay, Op. Cit., P. 205.} \\ S_{(x)} \supset_x P_{(x)} & \text{Runes, Op. Cit., P. 176.} \\ (\forall x (S_x \supset P_x)) & \text{Nolt, Op. Cit., P. 116.} \end{array}$$

(21) Copi, Symbolic Logic, P. 67.

— لنفترض أى شىء فردى ، فإن هذا الشىء إذا كان إنساناً ، فإنه ليس كاملاً .

— فى كل قيم ( هـ ) ، إذا كان ( هـ ) إنساناً ، فإن ( هـ ) ليس كاملاً .

— فى كل قيم ( هـ ) : ( هـ ) إنسان  $\subset$  ( هـ ) ليس كاملاً .

—  $[X](F_x \supset \sim G_x)$

— ونصوغها بالعربية هكذا :

[ ك ] ( هـ س  $\subset$  هـ ص )

وتعنى الصورة الرمزية الأخيرة للقضية الكلية السالبة — فى صورتها الشرطية — أن اثبات صفة أو خاصية لفرد يستلزم رفع أو نفي صفة أخرى عن هذا الفرد .

ومن الملاحظ أن القضايا الحملية الكلية بوصفها قضايا شرطية متصلة فإن صورتها الرمزية تستند إلى ثابت اللزوم [  $\subset$  ] كإجراء منطقى أساسى لدالة القضية سواء كانت موجبة أو سالبة .

( جـ ) القضية الجزئية الموجبة :

تختلف القضايا الجزئية ( موجبة وسالبة ) عن القضايا الكلية فى أمرين :  
يُرمز للسور الجزئى بالعلامة [  $\exists_x$  ] ونعبر عنه فى العربية بالسور [ جـ ] ، كما أن  
الاجراء المنطقى داخل الدالة نعبر عنه بثابت الوصل (  $\cdot$  ) أى واو العطف .

يمكن التعبير عن القضية الجزئية الموجبة « بعض الناس حكماء » بأكثر من  
طريقة<sup>(22)</sup> :

— يوجد فرد واحد على الأقل مما يتصف بكونه إنساناً وحكماً .

— يوجد فرد واحد على الأقل من ذلك النوع الذى يكون إنساناً وحكماً .

— يوجد فرد واحد على الأقل وليكن ( هـ ) ، بحيث يكون ( هـ ) إنساناً  
وحكماً .

(22) Ibid.



بـ ونعبر عن ذلك بلغة حساب دالات القضايا أو حساب المحمول :

$$[ \exists_x ] ( F_x \cdot G_x )$$

أو : [ جـ ] ( هـ س . هـ ص )

( د ) القضية الجزئية السالبة :

وتأتى صياغتها على صورة الجزئية الموجبة مع وضع ثابت السلب قبل القضية البسيطة الثانية . فالقضية : « بعض الناس ليسوا حكماء » يتم صياغتها في صورة رمزية على النحو التالى :

— يوجد على الأقل فرد واحد مما يتصف بكونه إنساناً ولكنه ليس حكيماً .  
— يوجد على الأقل فرد واحد من ذلك النوع الذى يكون إنساناً ولا يكون حكيماً .

— يوجد على الأقل فرد واحد وليكن ( هـ ) ، بحيث يكون ( هـ ) إنساناً  
و ( هـ ) ليس حكيماً .

— وننتهى إلى الصياغة الرمزية :

$$[ \exists_x ] ( F_x \cdot \sim G_x )$$

أو : [ جـ ] ( هـ س . هـ ~ ص )

رابعاً : التقرير الوجودى فى القضايا الحملية :

يقصد بالتقرير الوجودى أن تتضمن قضية ما الإشارة إلى وجود واقعى محسوس لأفراد موضوعها . وكان الاعتقاد السائد فى المنطق التقليدى هو أن القضية الكلية تنطوى على تقرير وجود واقعى لأفراد الموضوع ، وقد انتهى المنطق الرمزى إلى بيان فساد هذا الاعتقاد ، كما انتهى إلى أن القضية الجزئية موجبة وسالبة هى التى تقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعها .

وقد لاحظنا صياغة المناطقة للقضية الكلية فى صورة قضية شرطية متصلة ، لا تقرر شيئاً بذاتها ، بل تعلق وجود شيء أو حتى حدوثه على وجود شيء آخر قد نفترض وجوده ؛ فإذا قلنا : « إذا كان العزم قوياً فالنجاح حليفنا » ، فهذا قول لا يقرر أن العزم قوى بالفعل أو أن هناك عزمًا .

أما القضايا الجزئية والتي تبدأ بقولنا : « يوجد فرد واحد على الأقل » فإنها تقرر هذا الوجود الواقعي . ومن ثم فإن التصنيف الرباعي للقضية الحملية يمكن النظر إليه على أساس جديد هو : القضايا الوجودية الموجبة والقضايا الوجودية السالبة . ويلخص الشكل التالي وجهة نظر المنطق الحديث<sup>(23)</sup> :

التقرير	الكم	موجبة المحمول	سالبة المحمول
وجودى سالب	كلى	كل ا هو ب [ك] (هـ س ج هـ ص)	لا ا هو ب [ك] (هـ س ج هـ ص)
وجودى موجب	جزئى	بعض ا هو ب [ج] (هـ س ج هـ ص)	بعض ا ليس ب [ج] (هـ س ج هـ ص)

#### ١ - القضايا الوجودية الموجبة :

هى القضايا الجزئية ، سورها جزئى ( ج ) والاجراء المنطقى الأساسى بها هو ثابت الوصل ( . ) ، وهى نوعان : الجزئية الموجبة والجزئية السالبة .

ترى نظرية حساب المحمول أن القضية الجزئية تكون صادقة إذا كان موضوعها له أفراد ، وتكون كاذبة إذا كان موضوعها فارغاً أو ليس له ما صدقات بمعنى أننا افترضنا كذبها منذ البداية عندما وضعنا لها موضوعاً فارغاً .

وإذا كانت القضايا الجزئية هى وحدها التى تقرر وجوداً واقعياً لأفراد موضوعها ، فلا يعنى ذلك أن الرمز الوجودى الجزئى  $[ \exists x ]$  هو المظهر الوحيد لهذا التقرير ، ذلك أنه يمكن ترجمة الرمز الوجودى الجزئى إلى رمز وجودى كلى دون تغيير فى المعنى ؛ فالقضية : « الذئب موجودة » تعنى : « يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون ذئباً » . وصورتها الرمزية :  $[ ج ] ( هـ س )$  ، إلا أنه يمكن التعبير عنها أيضاً بقولنا : « ليس كل شيء مما تكون له خاصية الذئب » ، وصورتها الرمزية :  $[ ك ] ( هـ س )$  التى

(23) McKay, Th., Modern Formal Logic, P. 205.

تساوى أو تكافئ بدورها قولنا : « يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون ذئباً » (24) .

أما القضية الجزئية الموجبة « بعض الناس حكماء » فتعنى أنه « من الكذب أن يكون كل الناس حكماء » . أما الصورة الرمزية للقضية الأولى فهي :  
[ ج ] ( هـ س . هـ ص ) .

والصورة الرمزية للقضية الثانية هي :

~ [ ك ] ( هـ س . هـ ص )

ويمكن أن نرمز إليها أيضاً بالصيغة :

~ [ ك ] ( هـ س ⊃ ~ هـ ص )

مع ملاحظة أن الصيغة الأخيرة ليست صيغة وجودية سالبة وإنما هي صيغة وجودية موجبة . ويمكن لنا تبرير الصيغة الأخيرة بمقارنتها بالصيغة الأولى ، وذلك في ضوء أحد تعريفات « دالة الوصل » ، مما عرضنا له في نظرية حساب القضايا كما يلي :

— نعلم أن  $( ل . و ) \equiv \sim ( و \supset \sim ل )$       نع  
— ونفترض هنا تطابق الصيغتين :

[ ج ] ( هـ س . هـ ص ) ، ~ [ ك ] ( هـ س ⊃ ~ هـ ص )

— فإن حذفنا الأسوار [ ج ] ، [ ك ] بقى لنا :

( هـ س . هـ ص ) ، ~ ( هـ س ⊃ ~ هـ ص )

— بالتعويض ( و ) بدلاً من ( هـ س ) ، ( ل ) بدلاً من ( هـ ص ) ينتج :

( ل . و ) ، ~ ( و ⊃ ~ ل )

ونحن نزعم تطابقهما في نظرية حساب دالات القضايا وهو أمر سبق اثباته في نظرية حساب القضايا بالتعريف .

(24) Copi, Introduction to Logic, PP. 343 - 5.

أما القضية الوجودية الموجبة الأخرى فهي الجزئية السالبة في المنطق التقليدي ، كقولنا « بعض الفلاسفة لا يتزوجون » ، وصورتها الرمزية :

$$[ج] (هـ س . \sim هـ ص)$$

وتُصنّف الجزئية السالبة على أنها موجبة من حيث تقرير الوجود الواقعي لأحد أفراد موضوعها على الأقل ، لأن المقصود من انكار صفة أو خاصية معينة عن فرد واحد في سياق الحديث الذي تتناوله القضية أن يشير إلى وجود ذلك الفرد .

ويمكن التعبير عن القضية السابقة بقول آخر : « من الكذب أن نقول عن كل فيلسوف أنه متزوج » ونعبر عن ذلك بصيغة رمزية تكافئ الصيغة الأولى :

$$\sim [ك] (هـ س \subset هـ ص)$$

ويمكن لنا أن نتيقن من تطابق أو تكافؤ الدالتين ان احتكنا إلى قائمة صدق للتحقق من صدق الدالة التي تجمعهما معاً كما يلي :

$$\sim [ج] (هـ س . \sim هـ ص) \equiv \sim [ك] (هـ س \subset هـ ص) \quad \text{— بحذف الأسوار :}$$

$$(هـ س . \sim هـ ص) \equiv \sim (هـ س \subset هـ ص)$$

— التعويض بمتغيرات حساب القضايا :

$$(و . \sim ل) \equiv \sim (و \subset ل)$$

— قائمة الصدق :

و	.	ل	≡	~	(و   ل)
ص	ك	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ك	ك	ص	ك	ص
ك	ك	ص	ص	ك	ص

×      √      ×

## ب - القضايا الوجودية السالبة :

يقصد بالقضايا الوجودية السالبة تلك القضايا الكلية - في نظر المنطق التقليدي - سواء كانت موجبة أو سالبة . نعبر عن القضية الكلية الموجبة « كل فيلسوف حكيم » في صورة رمزية :

[ ك ] ( هـ س  $\subset$  هـ ص )

ونقرأ : « مهما يكن من أمر الفلاسفة جميعاً [ ك ] ، فإن أى فرد نسميه فيلسوفاً ( س ) يلزم [  $\subset$  ] أن يتصف بالحكمة ( ص ) . يرى المنطق الحديث في القضية الكلية قضية وجودية سالبة لا تشير إلى وجود واقعي بمعنى أنها يمكن أن تكون صادقة حتى ولو لم يوجد لها مصادقات في الواقع . إذا قلنا « كل سكان القمر حكماء » ، فتلك قضية كلية موجبة تظل صادقة حتى لو لم تعثر على ساكن واحد على سطح القمر . ومن ثم فإن القضية السابقة تساوى قضية أخرى تقول : « لا يوجد أحد ممن نسميهم « سكان القمر » ولا يكون حكيماً » . نعبر عنها في الصيغة :

$\sim$  [ جـ ] ( هـ س ،  $\sim$  هـ ص )

ولكى نتحقق من صحة ما نزعم من أن :

{ [ ك ] ( هـ س  $\subset$  هـ ص ) }  $\equiv$  {  $\sim$  [ جـ ] ( هـ س ،  $\sim$  هـ ص ) }

نعود إلى أحد تعريفات دالة اللزوم :

( هـ  $\subset$  ل )  $\equiv$  ( هـ ، ل  $\sim$  )

تع

فنجد أن الدالتين متطابقتين .

وينطبق على القضية الكلية السالبة ما ينطبق على الكلية الموجبة من ناحية افتقارها إلى تقرير وجود لأفراد موضوعها ومن ناحية تعريف دالتها بدالات أخرى وإن اختلف بينهما شكل السور . ونكتفى هنا بمثال واحد :

« لا واحد من بني الانسان بخالد »

قضية كلية سالبة صورتها الرمزية :

$$[ ك ] ( ه س \sim ه ص )$$

ونقرأها : « مهما يكن حال بنى الانسان ، فإنه متى كان الواحد منهم إنساناً فإنه لن يكون خالداً » . ويكافئ هذا القول قولاً آخر : « لا يوجد فرد مما يكون إنساناً وخالداً في نفس الوقت » . ويمكن أن نصوغ العبارة الأخيرة صياغة رمزية :

$$\sim [ ج ] ( ه س ، ه ص )$$

ومعنى ذلك أن الصورتين الرمزيتين متساويتين :

$$[ ك ] ( ه س \sim ه ص ) \equiv \sim [ ج ] ( ه س ، ه ص )$$

وبيان ذلك أن :

$$( ه \sim ل ) \equiv ( ه ، ل )$$

ونثبت ذلك بقائمة صدق :

ه	ل	ه ~ ل	≡	ه	ل	ه ، ل
ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ص	ك	ك
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ك	ك	ك
×			√	×		

خامساً : نظرة نقدية للمنطق الصورى القديم :

انتهينا في الفقرات السابقة إلى أن القضية الكلية لا تفيد تقريراً وجودياً لأفراد موضوعها ، بينما يتحقق ذلك للقضية الجزئية . ومن هنا تنشأ بعض المفارقات والأخطاء عند النظر فيما يعرف بقواعد مربع تقابل القضايا .



لنتحقق من اختلاف وجهات النظر بين المنطق القديم والمنطق الحديث بصدد موضوع التقابل بين القضايا .

#### ١ - التقابل بين القضايا [ التصور التقليدي ] :

ينشأ التقابل بين أربعة أنواع أساسية من القضايا الحملية : الكلية الموجبة [ كل أ هو ب ] (A) ، الكلية السالبة [ لا أ هو ب ] (E) ، الجزئية الموجبة [ بعض أ هو ب ] (I) ، الجزئية السالبة [ بعض أ ليس ب ] (O) .

وللتقابل أربع صور هي :

1 - تقابل بالتناقض Contradiction : وينشأ بين القضايا A و O من جهة ، كما ينشأ بين E و I من جهة ثانية . وحكمه : أن القضيتين المتناقضتين لا تصدقان معاً ولا تكذبان معاً .

2 - تقابل بالتضاد Contrariety : وينشأ بين القضيتين A و E الكليتين . وهما لا تصدقان معاً ولكنهما قد تكذبان معاً ، بمعنى أن صدق أحدهما يستلزم كذب القضية الأخرى ، بينما كذب أحدهما لا يستلزم صدق الأخرى بالضرورة .

3 - تقابل بالتداخل Subalternation ينشأ بين A و I من جهة ، كما ينشأ بين E و O . وحكم التداخل أنه إذا صدقت الكلية صدقت الجزئية المتداخلة معها ، والعكس ليس صحيحاً ، كما أنه إذا كذبت الجزئية كذبت الكلية المتداخلة معها ، إلا أن العكس ليس صحيحاً .

4 - تقابل بالدخول تحت التضاد Sub-Contrariety ، وينشأ بين القضيتين : I ، O . وحكمه أن القضيتين الداخلتين تحت التضاد لا تكذبان معاً وقد تصدقان ، فكذب أحدهما يستلزم صدق الأخرى بينما لا يستلزم صدق أحدهما كذب الأخرى بالضرورة .

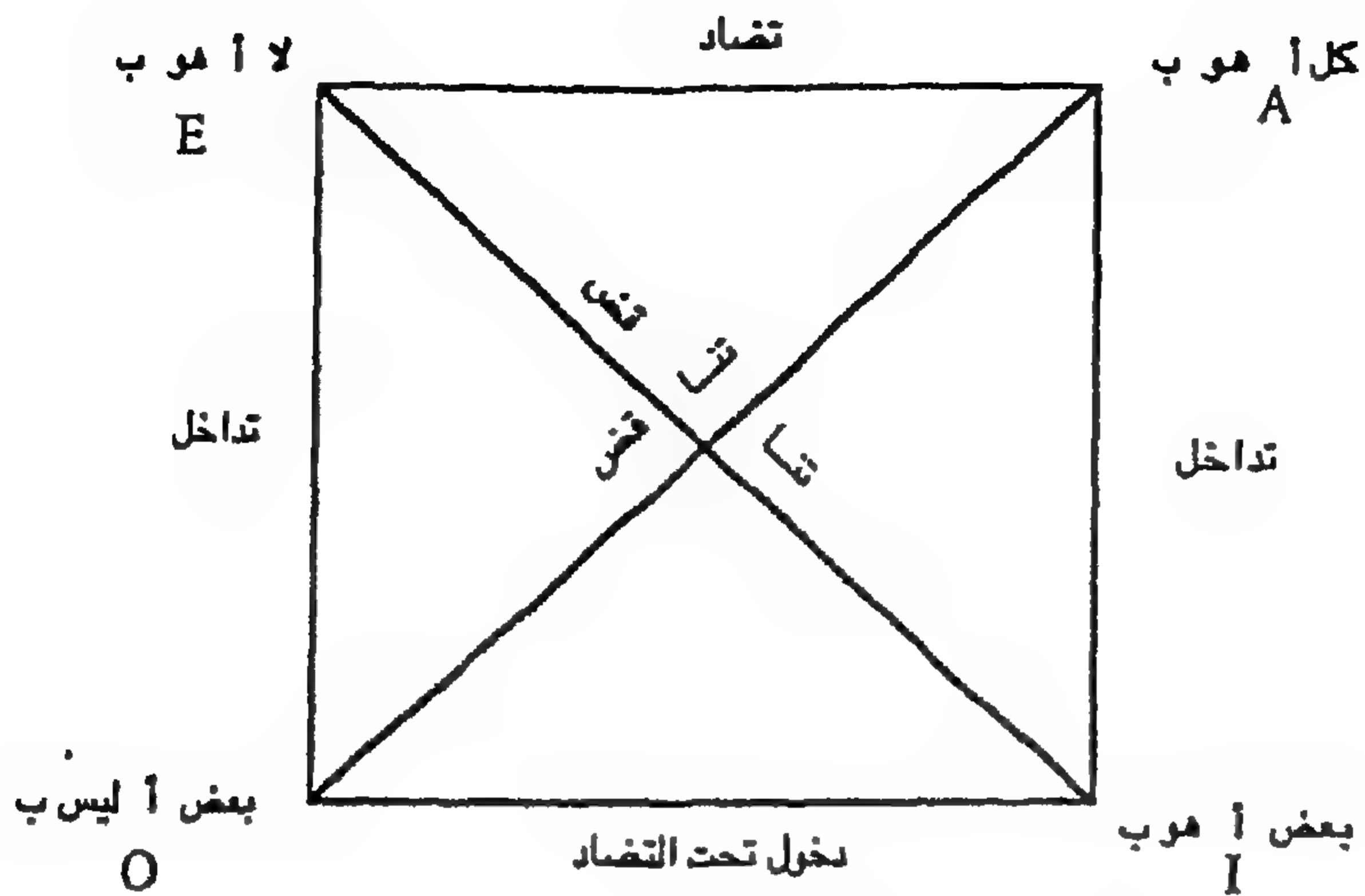
وقبل أن نستبطن صور الأحكام التي يمكن أن تفيدها قواعد التقابل التقليدي ، نسوق الشكل الشهير لمربع التقابل<sup>(25)</sup> :

(25) انظر على سبيل المثال :

على سامي النشار : المنطق الصوري ، ص 314 : 329 .  
عزمي اسلام : أسس المنطق الرمزي ، ص 290 .

Copi, Introduction to Logic, P. 350.





## ب - أحكام التقابل التقليدي :

لنعرض الآن لأحكام التقابل بين القضايا في ضوء القواعد التقليدية في صورة صيغ رمزية ، بحيث نستخدم ثابت اللزوم في الإشارة إلى الانتقال من التسليم بقضية للتسليم بقضية أخرى أو بنقيضها ، ونرمز للقضية بأحد الحروف [ A ، I ، E ، O ] كما نرمز لنقيض القضية بإضافة ثابت السلب [ ~ ] إليها . مثال على ذلك أن قولنا : « إذا صدقت الكلية الموجبة [ A ] كذبت الجزئية السالبة [ O ] المتناقضة معها » نعبّر عنه رمزياً :  $(O \sim C A)$  ، وهكذا بالنسبة لبقية الأحكام .

### 1 - أحكام التناقض<sup>(26)</sup> :

$$\begin{array}{ll}
 (O \sim C A) & ، \quad (O \sim C A) \\
 (I \sim C E) & ، \quad (I \sim C E) \\
 (E \sim C I) & ، \quad (E \sim C I) \\
 (A \sim C O) & ، \quad (A \sim C O)
 \end{array}$$

(26) . عزمي [سلام : الاستدلال الصوري ، ج 1 ، ص : 25 .

## 2 - أحكام التضاد :

$$(A \sim C E) \quad , \quad (E \sim C A)$$

## 3 - أحكام التداخل :

$$(A \sim C I \sim) \quad , \quad (I C A)$$

$$(E \sim C O \sim) \quad , \quad (O C E)$$

## 4 - أحكام الدخول تحت التضاد :

$$(I C O \sim) \quad , \quad (O C I \sim)$$

ونلاحظ أننا أغفلنا الحالات التي يُعَلَّق فيها الحكم في التقابل بالتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد ، لأنه عندما نعلم صدق أو كذب قضية لا نعلم على وجه اليقين طبيعة الحكم على القضية التي تقابلها بالصدق أو بالكذب . وسوف نرجىء التحقق من صدق هذه الدالات حتى نعرض للتصور الحديث .

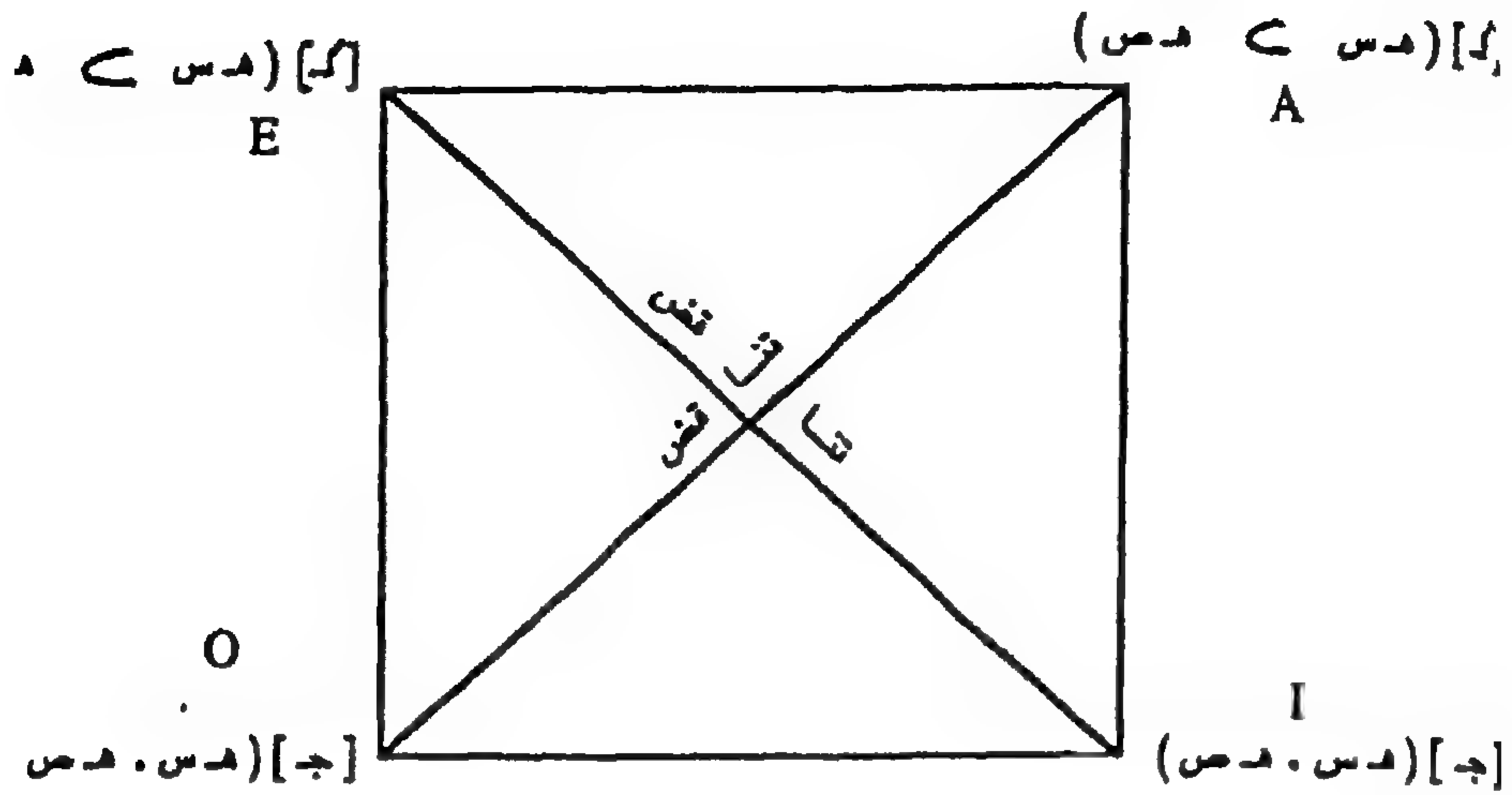
## ح - التقابل بين القضايا [ التصور الحديث ] :

يحتوى مربع التقابل في صورته الجديدة على علاقة أساسية وحيدة هي علاقة التناقض<sup>(27)</sup> . ولم يعد ثمة موضع أو مبرر لاقامة علاقات التضاد والتداخل والدخول تحت التضاد ، لأن القول بها أو التسليم بقواعدها يناقض قواعد المنطق الحديث في صياغة القضايا ، كما يناقض الاجراءات المنطقية الحديثة .

نعرض أولاً لمربع التقابل في صورته الرمزية الحديثة<sup>(28)</sup> :

(27) Strawson, Op. Cit., P. 168.

(28) Copi, Op. Cit., P. 350.



ومن أهم وجوه الاختلاف بين أحكام التقابل التقليدي والتقابل الحديث أن القواعد التقليدية تنص على أن القضيتين المتضادتين لا تصدقان معاً ، أى إذا صدقت [A] يجب أن تكذب [E] ، لكن هذا القانون الذى يعد بديهياً يصبح فاسداً إذا لم يكن لموضوع القضية التى نتحدث عنها ماصدقات فى الواقع ، أى عندما تصبح القضايا الكلية [E ، A] صادقة . ويبان ذلك أن دالة قضية مثل ( هـ س ) فى دالة القضية الكلية ( هـ س < هـ ص ) ليس لها قيم أو ماصدقات يمكن التعويض بها ، وبصرف النظر عما نرمز إليه بالمتغير ( ص ) فإن دالات القضايا الكلية :

$$( هـ س < هـ ص )$$

$$( هـ س < \sim هـ ص )$$

يمكن الحكم عليها بالصدق فقط ولا يمكن الحكم عليها بالكذب ، انها قضايا شرطية متصلة تصدق حتى ولو لم يكن لها ماصدقات فى الواقع . يعنى ذلك من وجهة نظر معاصرة أن القضيتين الكليتين يصدقان معاً ولا ينشأ بينهما علاقة تضاد بالمعنى التقليدى<sup>(29)</sup> .

(29) Ibid.

لنتحقق الآن من مدى صحة الأحكام التقليدية في ضوء المعايير الحديثة :

$$(I) (E \sim C A)$$

$$\{ [K] (H \sim C H) \} \sim [K] (H \sim C H)$$

تلك كانت صيغة الحكم الأول من أحكام التضاد ، ثم نقلناه إلى لغة نظرية حساب دالات القضايا ، ونقله إلى لغة نظرية حساب القضايا ليسهل الحكم على مدى صحته :

$$[ (J \sim C V) \sim C (J \sim C V) ]$$

$(J \sim C V)$	$\sim$	$C$	$J$	$C$	$V$
ك	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ك	ك	ص	ك	ص
ص	ك	ك	ص	ك	ص

$\neq$

نلاحظ أن الدالة تصدق في حالتين وتكذب في حالتين مما يدل على أنها دالة تركيبية ، لا تصلح أن تكون قانوناً أو قاعدة منطقية .

$$(2) (A \sim C E)$$

$$\{ [K] (H \sim C H) \} \sim C (H \sim C H)$$

$$(J \sim C V) \sim C (J \sim C V)$$

ونتحقق من صدق قاعدة التضاد بقائمة صدق :

ق	ص	ل	ص	ل	ص	ل	ص	ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص

≠

وهناك وجه آخر للاختلاف بين التقابل التقليدي والحديث : يرى المنطق القديم أن القضية الكلية إذا كانت صادقة فإن القضية الجزئية المتداخلة معها لا بد أن تكون صادقة . وبمقارنة ذلك بما توصلنا إليه بخصوص القضايا الكلية والقضايا الجزئية ، فإن القضايا الكلية ( موجبة وسالبة ) — بما أنه ليس لها ماصدقات — قضايا صادقة ، بينما قد تكون القضايا الجزئية ( موجبة وسالبة ) قضايا كاذبة . وفي هذه الحالة فإن صدق الكل لا يستلزم ولا ينطوي على صدق الجزء المدرج تحته ، كما كانت تبص على ذلك قاعدة التداخل في مربع التقابل التقليدي . بل انه إذا لزم أن تنطوي القضية الكلية :

$$[A] : \{ [K] (H \text{ س } C \text{ ه } ص) \}$$

على قضية ؛ فإنها تستلزم القضية :

$$[ج] (H \text{ س } C \text{ ه } ص) .$$

ويلاحظ أن القضية الأخيرة ليست قضية جزئية موجبة ، ذلك أن صيغة الجزئية الموجبة :

$$[I] : \{ [ج] (H \text{ س } . \text{ ه } ص) ،$$

والتي تقرر وجود فرد واحد على الأقل له الصفة ( س ) والصفة ( ص ) معاً . بينما تثبت قضية دالتها [ ج ] ( ه س ص ) أنه يوجد شيء يتمتع بالصفة ( س ) وقد لا يتمتع بالصفة ( ص ) .

لننظر الآن في أحكام التداخل وهي أربعة ، نصوغها بلغة حساب دالات القضايا ، ثم ننقلها إلى لغة حساب القضايا ونحكم على مدى صحتها بالارتكان إلى قوائم الصدق :

$$(I \ C \ A) \ (1)$$

$$\{ [ك] (هـ \ C \ س) \ C \ [ج] (هـ \ س \ . \ هـ \ ص) \}$$

$$(و \ C \ ل) \ C \ (و \ . \ ل)$$

و	ل	و	ل
ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ص
ص	ك	ص	ك
ص	ك	ص	ك

≠

من الواضح كذب الدالة في حالتين كما تثبت قائمة الصدق ، كما أننا لا نتوقع أن تستلزم قضية لزوم قضية وصل . كذلك فإن بقية أحكام التقابل بالتداخل تعد أحكاماً تركيبية وهي :

$$(A \sim C \ I \sim) \ (2)$$

ونصوغ هذا الحكم بلغة دالات القضايا :

$$\{ \sim [ج] (هـ \ س \ . \ هـ \ ص) \ C \sim [ك] (هـ \ س \ C \ هـ \ ص) \}$$

ونصوغه بلغة حساب القضايا :

$$\sim (و \ . \ ل) \ C \sim (و \ C \ ل)$$

ويطلعنا الاحتكام إلى قائمة الصدق كذب هذه الدالة في حالتين أيضاً ، فهي اذن دالة تركيبية وليست قاعدة منطقية .

$$(3) (O \subset E)$$

وتعنى هذه القاعدة أن صدق القضية الكلية السالبة يستلزم صدق القضية الجزئية السالبة المتداخلة معها ، وننقلها إلى لغة حساب دالات القضايا :

$$\{ [ك] (هـ س \subset هـ ص) \subset [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \}$$

وفى لغة حساب القضايا :

$$(هـ \subset ل \sim ل) \subset (هـ \cdot ل \sim ل)$$

هـ	ل	هـ	ل	هـ	ل
ك	ص	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ك	ك	ك	ك
ك	ك	ك	ك	ك	ك

≠

$$(4) (E \sim C O \sim)$$

$$\{ \sim [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \subset \sim [ك] (هـ س \subset هـ ص) \}$$

$$[ \sim (هـ \cdot ل \sim ل) \subset \sim (هـ \subset ل) ]$$

تعنى هذه الدالة أن كذب القضية الجزئية السالبة يستلزم كذب القضية الكلية السالبة ، وقد سبق أن لاحظنا فساد دالة مشابهة هى الدالة رقم (2)  $(A \sim C I \sim)$  ، فلنحتكم إلى قائمة صدق لبيان ما تنطوى عليه هذه الدالة :



$\sim ( \sim \cdot \sim )$		$\sim$	$\sim ( \sim \cdot \sim )$	
ص	ك	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ك
ص	ك	ك	ك	ص
ص	ك	ك	ك	ص

$\neq$

وهناك وجه ثالث للاختلاف بين أحكام التقابل في المنطق القديم والمنطق الحديث . يرى المنطق القديم أن القضيتين  $[0, 1]$  لا تكذبان معاً وقد تصدقان طبقاً لقاعدة لدخول تحت التضاد . بينما يرى المنطق الحديث غير ذلك ؛ انه إن افترضنا أن  $(هـ س)$  دالة قضية ليس لها قيم أو بدائل صادقة ، فإنه بصرف النظر عما تعنيه  $(هـ ص)$  التي ترتبط بها بثابت الوصل ، فإن دالات القضايا الجزئية :

$(هـ س \cdot هـ ص)$

$(هـ س \cdot \sim هـ ص)$

بوصفها دالات وصل تعطف قضيتين — إحداهما كاذبة — تصبح كاذبة . وفي مثل هذه الحالة فإن القضيتين الجزئيتين  $[0, 1]$  ذات السور الوجودي تكذبان معاً ، وهنا لا ينطبق عليها قانون الدخول تحت التضاد سالف الذكر . فلنتحقق من ذلك بمراجعة صيغ الأحكام السابقة :

(1)  $(0 \subset 1 \sim)$

وتعني هذه الدالة أن كذب الجزئية الموجبة يستلزم صدق الجزئية السالبة ، بينما يرى المنطق الحديث أنه يمكن كذبهما معاً . فلنتأكد من إتساق أحكام التقابل بمعناها الحديث مع ما تقره قائمة الصدق .

$$\{ \sim [جـ] (هـ س . هـ ص) \supset [جـ] (هـ س . \sim هـ ص) \}$$

$$\sim (ل . و) \supset (ل \sim . و)$$

$\sim (ل . و)$	$\supset$	$(ل \sim . و)$
ك	ص	ص
ص	ص	ك
ك	ك	ك
ك	ك	ك

$\neq$

$$(2) \sim (I \supset O)$$

كما تعنى هذه الدالة أن كذب القضية الجزئية السالبة يستلزم صدق القضية الجزئية الموجبة . أثبت المنطق الحديث غير ذلك :

$$\{ \sim [جـ] (هـ س . \sim هـ ص) \supset [جـ] (هـ س . هـ ص) \}$$

$$\sim (ل . و) \supset (ل \sim . و)$$

$\sim (ل . و)$	$\supset$	$(ل \sim . و)$
ص	ص	ص
ك	ص	ك
ك	ك	ك
ك	ك	ك

$\neq$

( د ) صحة قواعد وأحكام التناقض :

الأحكام الوحيدة التي يبقى عليها المنطق الحديث في مربع التقابل بين القضايا هي أحكام التناقض بين [ O ، A ] وبين [ I ، E ] . بل ان محاولة التحقق من صحة هذه الأحكام أو الصيغ الرمزية المعبرة عنها يطلعنا على أنه يمكن تبادل مواضع المقدم والتالي ، بمعنى أن اللزوم متبادل بين شقى كل دالة .  
لنراجع إذن مجموعة أحكام التناقض :

$$O \sim C A (I)$$

ويعنى أن صدق الكلية الموجبة يستلزم كذب الجزئية الموجبة ، وصورة هذا الحكم بلغة حساب دالات القضايا :

$$\{ [ ك ] ( ه س \supset ه ص ) \sim C [ ج ] ( ه س \supset ه ص ) \}$$

أما صورته بلغة حساب القضايا :

$$( ه \supset ل ) \sim C ( ه \supset ل )$$

ه	ل	ه	ل	ه	ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص	ص

✓

توضح قائمة الصدق صدق الدالة صدقاً منطقياً وفي كل الحالات مما يؤكد أنها صيغة تحليلية ، بل إن هناك تطابقاً بين قيم الصدق في شطرى الدالة ؛ مما يفيد استخدام ثابت التكافؤ محل ثابت اللزوم الرئيسى بها لتصبح أحد تعريفات اللزوم التى أشرنا إليها في فصل سابق :

$$[ (L \sim . U) \sim \equiv (L \subset U) ]$$

تع

$$(O \subset A \sim) (2)$$

$$\{ \sim [K] (H \sim C H \sim) \subset [J] (H \sim . H \sim) \}$$

$$\sim (L \subset U) \subset (L \sim . U)$$

$\sim$	$(L \subset U)$	$\subset$	$U$	$.$	$\sim L$
ك	ص	ص	ك	ك	ك
ص	ك	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ك	ك	ك

✓

الدالة صادقة صدقاً منطقياً ، وهناك تطابق بين قيم الصديق بين شطري  
الدالة فهي دالة تكافؤ أيضاً :

$$\sim (L \subset U) \equiv (L \sim . U)$$

$$(I \sim C E) (3)$$

وينص هذا الحكم عن أن صدق القضية الكلية السالبة يستلزم كذب  
القضية الجزئية الموجبة . أما صياغته بلغة دالات القضايا :

$$\{ [K] (H \sim C H \sim) \subset [J] (H \sim . H \sim) \}$$

كذلك ننقله إلى لغة حساب القضايا :

$$(L \sim C \vee) \sim (L \cdot \vee)$$

$(L \cdot \vee)$	$\sim$	$C$	$L \sim C \vee$
ص	ك	ص	ك
ك	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص

✓

ونستنتج من النظر في قائمة الصدق أننا حيال دالة تكافؤ أيضاً :

$$(L \sim C \vee) \equiv (L \cdot \vee)$$

$$(4) (I \subset E \sim)$$

يستلزم كذب الكلية السالبة صدق الجزئية الموجبة .

$$\sim [K] (H \text{ س } \subset \sim H \text{ ص}) \subset [J] (H \text{ س } \cdot H \text{ ص})$$

$$\sim (L \sim C \vee) \cdot (L \cdot \vee) \subset$$

وفيد التحقق من هذه الدالة أنها دالة تكافؤ أيضاً :

$$\sim (L \sim C \vee) \equiv (L \cdot \vee)$$

ان بدلنا مواضعها نتج لنا تعريف الوصل :

$$(L \cdot \vee) \equiv \sim (L \sim C \vee)$$

تع

$$(5) (E \sim C I)$$

وفيد هذا الحكم أن صدق الجزئية الموجبة يستلزم كذب الكلية السالبة .

$$\{ [J] (H \text{ س } \cdot H \text{ ص}) \subset \sim [K] (H \text{ س } \subset \sim H \text{ ص}) \}$$

$$(L \cdot \vee) \subset \sim (L \sim C \vee)$$

وبالنظر في هذه الدالة نتحقق من أنها عين الدالة السابقة تعريف ثابت الوصل :

$$(J \cdot U) \sim \equiv (U \sim C \sim J) \quad \text{تع}$$

وقد سبق أن برهنا على صحته بقائمة صدق في مواضع سابقة .

$$(6) (E \sim C \sim I)$$

كذب الجزئية الموجبة يستلزم صدق الكلية السالبة .

$$\{ \sim [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \sim C [ك] (هـ س \sim هـ ص) \} \\ \sim (J \cdot U) \sim C (U \sim C \sim J)$$

$\sim$	$(J \cdot U)$	$C$	$U$	$C$	$\sim J$
ك	ص	ص	ك	ص	ك
ص	ك	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ص	ص

✓

الدالة صادقة تحليلية ومتكافئة :

$$(J \cdot U) \sim \equiv (U \sim C \sim J)$$

$$(7) (A \sim C \sim O)$$

ينص هذا الحكم على أن صدق الجزئية السالبة يستلزم كذب الكلية الموجبة . وصورة هذه القاعدة برمزية دالات القضايا :

$$\{ [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \sim C [ك] (هـ س \sim هـ ص) \}$$

ونعبر عن هذه الدالة بلغة حساب القضايا :

$$(L \sim O, U) \sim C(L \supset U)$$

$(L \supset U) \sim$	$C$	$L \sim O, U$
ص	ص	ك
ك	ص	ص
ص	ص	ك
ص	ص	ك

✓

النتيجة تفيد دالة تكافؤ :

$$(L \sim O, U) \sim \equiv (L \supset U)$$

$$(8) (A \supset O \sim)$$

يستلزم كذب الجزئية السالبة صدق الكلية الموجبة :

$$\sim [ج] (هـ س, \sim هـ ص) \supset [ك] (هـ س \supset هـ ص)$$

$$\sim (L \sim O, U) \supset (L \supset U)$$

وهذه الصيغة تتحول إلى تعريف للزوم ان قمنا بتبديل مواضع السابق واللاحق فيها ، وحل ثابت التكافؤ محل ثابت الزوم :

$$(L \supset U) \equiv \sim (L \sim O, U)$$

تع

(هـ) أحكام تناقض القضايا دالات تحليلية :

ثبت من النظر في الدالات السابقة أن أحكام التقابل بالتناقض بين القضايا تنطوي على صيغ تحليلية صادقة صدقاً منطقياً خالصاً . يمكن لنا أن نعيد صياغة الدالات السابقة بلغة حساب دالات القضايا — موضوع هذا



الفصل — على أن يكون الاجراء المنطقي الأساسي في الدالة هو التكافؤ :

- (1)  $\{ [ك] (هـ س \supset هـ ص) \equiv \sim [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \}$
- (2)  $\{ \sim [ك] (هـ س \supset هـ ص) \equiv [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \}$
- (3)  $\{ [ك] (هـ س \supset \sim هـ ص) \equiv \sim [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \}$
- (4)  $\{ \sim [ك] (هـ س \supset \sim هـ ص) \equiv [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \}$
- (5)  $\{ [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \equiv \sim [ك] (هـ س \supset هـ ص) \}$
- (6)  $\{ \sim [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \equiv [ك] (هـ س \supset هـ ص) \}$
- (7)  $\{ [ج] (هـ س \cdot \sim هـ ص) \equiv \sim [ك] (هـ س \supset هـ ص) \}$
- (8)  $\{ \sim [ج] (هـ س \cdot \sim هـ ص) \equiv [ك] (هـ س \supset هـ ص) \}$

نشأ عن اقتراح المناطق لقواعد منطقية جديدة ترتبط بتطوير المنطق الرمزي والعمل على جعله صورياً خالصاً كشف وجوه غير قليلة لقصور في قواعد ومباحث المنطق التقليدي ، بادرنا هنا إلى الإشارة لبعضها ، ونخصص جانباً من الفصل القادم للبعض الآخر .

#### سادساً : الصيغ التحليلية :

هي دالات صادقة صدقاً منطقياً خالصاً ، تدل على ما وصلته نظرية من النظريات من سعة وشمول واتساق بين عناصرها ، كما تشير إلى ما بلغه الجهاز الرمزي وقواعد الاستدلال في النظرية من دقة في التعبير والاستدلال معاً . ولنظرية دالات القضايا رصيد كبير من الدالات التحليلية وإن كان جانباً هاماً منه يرتد إلى نظرية حساب القضايا .

لنعرض نماذج من صيغ تحصيلات الحاصل<sup>(30)</sup> :

( ١ ) صيغ تحليلية لاجراءات وصل أو فصل :

- (1)  $\{ [ك] (هـ س \cdot هـ ص) \equiv [ك] (هـ س) \cdot [ك] (هـ ص) \}$
- (2)  $\{ [ك] (هـ س \vee هـ ص) \equiv [ك] (هـ س) \vee [ك] (هـ ص) \}$

(30) Reichenbach, H., Elements of Symbolic Logic, PP. 134 - 5.

- (3)  $\{ [ک] (ه س \vee ه ص) \} \subset [ک] (ه س) \vee [ج] (ه ص)$
- (4)  $\{ [ک] (ه س \subset ه ص) \} \subset [ک] (ه س) \subset [ک] (ه ص)$
- (5)  $\{ [ک] (ه س \subset ه ص) \} \subset [ج] (ه س) \subset [ج] (ه ص)$
- (6)  $\{ [ک] (ه س \equiv ه ص) \} \subset [ک] (ه س) \equiv [ک] (ه ص)$
- (7)  $\{ [ک] (ه س \equiv ه ص) \} \subset [ج] (ه س) \equiv [ج] (ه ص)$
- (8)  $\{ [ک] (ه س) \cdot [ک] (ه س \subset ه ص) \} \subset [ک] (ه س)$
- (9)  $\{ [ج] (ه س \cdot ه ص) \} \subset [ج] (ه س) \cdot [ج] (ه ص)$
- (10)  $\{ [ج] (ه س \vee ه ص) \} \equiv [ج] (ه س) \vee [ج] (ه ص)$
- (11)  $\{ [ج] (ه س \vee ه ص) \} \equiv [ک] (ه س) \subset [ج] (ه ص)$
- (12)  $\{ [ج] (ه س) \subset [ج] (ه ص) \} \subset [ج] (ه س \subset ه ص)$
- (13)  $\{ [ج] (ه س) \subset [ک] (ه ص) \} \subset [ک] (ه س \subset ه ص)$
- (14)  $\{ [ج] (ه س) \cdot [ک] (ه ص) \} \subset [ج] (ه س \cdot ه ص)$
- (15)  $\{ [ک] (ا \cdot ه س) \} \equiv [ک] (ا \cdot ه س)$
- (16)  $\{ [ک] (ا \vee ه س) \} \equiv [ک] (ا \vee ه س)$
- (17)  $\{ [ک] (ا \subset ه س) \} \equiv [ک] (ا \subset ه س)$
- (18)  $\{ [ک] (ه س \subset ا) \} \equiv [ک] (ه س \subset ا)$
- (19)  $\{ [ک] (ه س \equiv ا) \} \subset [ک] (ه س) \equiv ا$
- (20)  $[ک] (ا) \equiv ا$
- (21)  $\{ [ج] (ا \cdot ه س) \} \equiv [ج] (ا \cdot ه س)$
- (22)  $\{ [ج] (ا \vee ه س) \} \equiv [ج] (ا \vee ه س)$
- (23)  $\{ [ج] (ا \subset ه س) \} \equiv [ج] (ا \subset ه س)$
- (24)  $\{ [ج] (ه س \subset ا) \} \equiv [ج] (ه س \subset ا)$
- (25)  $\{ [ج] (ه س) \equiv ا \} \subset [ج] (ه س) \equiv ا$
- (26)  $\{ [ج] (ا) \equiv ا \}$

ب - صيغ تحليلية خاصة باجراء السلب :

$$(27) \sim [ك] (ه س) \equiv [ج] (\sim ه س)$$

$$(28) \sim [ج] (ه س) \equiv [ك] (\sim ه س)$$

$$(29) [ك] (\sim ه س) \subset \sim [ك] (ه س)$$

$$(30) \sim [ج] (ه س) \subset [ج] (\sim ه س)$$

ج - صيغ - تحليلية - لداخل :

$$(31) [ك] (و س) \subset (ه س)$$

$$(32) (ه س) \subset [ج] (و س)$$

$$(33) [ك] (ه س) \subset [ج] (ه س)$$

( د ) صيغ ذات سورين :

$$(34) \{ [ك] (ه ، و) س \} \equiv \{ [ك] (و ، ه) س \}$$

وتلك صيغة مختصرة للصيغة :

$$\{ [ك] (ه س) ك (و س) \} \equiv \{ [ك] (و س) (ك) [ك] (ه س) \}$$

$$(35) \{ [ج] (ه ، و) س \} \equiv \{ [ج] (و ، ه) س \}$$

$$(36) \{ [ج] ، [ك] (ه ، و) س \} \subset \{ [ج] ، [ك] (و ، ه) س \}$$

$$(37) \{ [ج] ، [ك] (ه س ، و ص) \} \equiv \{ [ج] ، [ك] (و ص ، ه س) \}$$

$$(38) \{ [ج] ، [ك] (ه س ٧ و ص) \} \equiv \{ [ج] ، [ك] (و ص ، ه س ٧) \}$$

$$(39) \{ [ج] ، [ك] (ه س ٢ و ص) \} \equiv \{ [ج] ، [ك] (و ص ، ه س ٢) \}$$

$$(40) \{ [ك] (ه ، و) س ٧ (ه ، و) ص \} \subset$$

$$\{ [ج] ، [ك] (ه ، و) س \} ٧ \{ [ج] ، [ك] (و ، ه) ص \}$$

سابعاً : قواعد ومبادئ الاستدلال :

يقوم النسق الاستنباطي على مجموعة من العناصر الأساسية ، أشرنا إلى بعضها في مدخل هذا الفصل وهي التعريفات وعرضنا لجانب من قضايا

تحصيل الحاصل ، ونعرض هنا مجموعة من القواعد والمبادئ التي تسهم في الاستدلال الاستنباطي في نظرية دالات القضايا ، ونكتفي بها دون خوض في تفاصيل النسق الاستنباطي ، على أساس أن نظرية حساب دالات القضايا تستخدم جانباً واسعاً من عناصر النسق الاستنباطي لنظرية حساب القضايا وهو ما عرضنا له بالتفصيل في فصل سابق .

( أ ) قواعد الاستدلال<sup>(31)</sup> :

$$(1) \quad \frac{(ك) (هـ س)}{و س}$$

$$(2) \quad \frac{و س}{[جـ] هـ س}$$

$$(3) \quad \frac{[ك] (هـ س) \vee [ك] (هـ ص)}{[ك] (هـ س \vee هـ ص)}$$

$$(4) \quad \frac{[جـ] (هـ س \cdot هـ ص)}{[جـ] (هـ س) \cdot [جـ] (هـ ص)}$$

( ب ) المبادئ الأساسية للاستدلال :

تشتق هذه المبادئ من قواعد ومبادئ الاستدلال الخاصة بالقضايا المركبة ، وذلك بأن تحمل دالات القضايا محل متغيرات القضايا . وسوف نسوق لكل مبدأ منطقي صورتين أحدهما ذات سور كلي والأخرى ذات سور جزئي .

(31) Terrell, D. S. Baker, Exercises In Logic. P. 219.

وقد أولى بعض الكتاب أهمية خاصة لنظرية دالات القضايا أو التوسير كنسق استنباطي ، ومن هؤلاء على سبيل المثال :—

- Quine, W. O., Methods of Logic, P. 167.
- Strawson, Introduction to Logical Theory, P. 125.
- Copi, I., Symbolic Logic, P. 71.
- Reichenbach, Elements of Symbolic Logic, P. 125.
- McKay, Modern Formal Logic, P. 214.

(1) مبدأ التبسيط : Simplification

السور الكلى :  $\frac{[ك] (هـ س . هـ ص)}{[ك] هـ س}$

ويمكن صياغته على هذه الصورة :

$\{ [ك] (هـ س . هـ ص) \} \subset [ك] هـ س$

وبلغة حساب القضايا :

$(و . ل) \subset ل$

السور الجزئى :  $\frac{[ج] (هـ س . هـ ص)}{[ج] هـ س}$

(2) مبدأ الوصل : Conjunction

سور كلى :  $\{ [ك] هـ س . [ك] هـ ص \} \subset [ك] (هـ س . هـ ص)$

سور جزئى :  $\{ [ج] (هـ س) . [ك] (هـ ص) \} \subset [ج] (هـ س . هـ ص)$

$\{ [ك] (هـ س) . [ج] (هـ ص) \} \subset [ج] (هـ س . هـ ص)$

(3) مبدأ الإضافة (32) Addition

سور كلى :  $\frac{[ك] (هـ س) \subset [ك] (هـ س ٧ هـ ص)}{و \subset (و ٧ ل)}$

سور جزئى :  $[ج] (هـ س) \subset [ج] (هـ س ٧ هـ ص)$

(4) مبدأ الامتصاص : Absorption

سور كلى :  $[ك] (هـ س \subset هـ ص) \subset \{ [ك] (هـ س . هـ ط) \} \subset (هـ ص . هـ ط)$

سور جزئى :  $[ج] (هـ س \subset هـ ص) \subset \{ [ج] (هـ س . هـ ط) \} \subset (هـ ص . هـ ط)$

$(و \subset ل) \subset (و . ل) \subset (م . ل)$

(32) Ibid., P. 220.

(5) القياس الشرطي : Hypothetical Syll.

ولهذا المبدأ ثلاث صور هي :

$$\begin{array}{rcl} 1-5 & & [ك] (هـ س \supset هـ ص) \\ & & [ك] (هـ ص \supset هـ ط) \end{array}$$

---

$$\therefore [ك] (هـ س \supset هـ ط)$$

$$\begin{array}{rcl} 2-5 & & [جـ] (هـ س \supset هـ ص) \\ & & [ك] (هـ ص \supset هـ ط) \end{array}$$

---

$$\therefore [جـ] (هـ س \supset هـ ط)$$

$$\begin{array}{rcl} 3-5 & & [ك] (هـ س \supset هـ ص) \\ & & [جـ] (هـ ص \supset هـ ط) \end{array}$$

---

$$\therefore [جـ] (هـ س \supset هـ ط)$$

(6) قياس إثبات التالي : Modus Ponens

ولهذا المبدأ ثلاث صور هي :

$$\begin{array}{rcl} 1-6 & & [ك] (هـ س \supset هـ ص) \\ & & [ك] هـ س \end{array}$$

---

$$\therefore [ك] هـ ص$$

ويمكن نقل هذه الصورة إلى لغة حساب القضايا :

$$[ (p \supset q) , p ] \supset q$$

$$\begin{array}{rcl} 2-6 & & [جـ] (هـ س \supset هـ ص) \\ & & [ك] هـ س \end{array}$$

---

$$\therefore [جـ] هـ ص$$

$$3-6 \quad [ك] (هـ س \supset هـ ص)$$

$$[جـ] (هـ س)$$

$$\therefore [جـ] (هـ ص)$$

7 — قياس نفى المقدم<sup>(33)</sup> : Modus Tollens

$$1-7 \quad [ك] (هـ س \supset هـ ص)$$

$$[ك] \sim (هـ ص)$$

$$\therefore [ك] \sim (هـ س)$$

$$2-7 \quad [جـ] (هـ س \supset هـ ص)$$

$$[ك] \sim (هـ ص)$$

$$\therefore [جـ] \sim (هـ س)$$

$$3-7 \quad [ك] (هـ س \supset هـ ص)$$

$$[جـ] \sim (هـ ص)$$

$$\therefore [جـ] \sim (هـ س)$$

وصورة هذا القياس أو المبدأ بلغة حساب القضايا :

$$[(\text{و} \supset \text{ل}) \cdot (\text{ل} \sim \text{و}) \supset \sim \text{و}]$$

8 — قياس الإخراج المثمر : Constructive Dilemma

وفيه تثبت النتيجة التالى فى كل من القضيتين الشرطيتين الواردتين أولاً ، وذلك باثبات المقدم فى هاتين القضيتين ، وتكاد تطابق صورة هذا النوع من القياس صورة قياس اثبات التالى . ولهذا النوع من القياس أربع صور ؛ واحدة منها ذات سور كلي فى كافة مقدماتها والنتيجة ، بينما تحوى بقية الصور سورين كليين وسور جزئى فى المقدمات والنتيجة فيها ذات سور جزئى :

(33) Ibid., P. 221.



$$1-8 \quad [ك] (ه س ح ه ط)$$

$$[ك] (ه ص ح ه ع)$$

$$[ك] (ه س ٧ ه ص)$$

---


$$\therefore [ك] (ه ط ٧ ه ع)$$

ويمكن التعبير عن هذه الصورة باللغة الرمزية لحساب القضايا :

$$و \subset ل$$

$$م \subset و$$

$$و \subset م$$

---


$$\therefore و \subset ل$$

ويأخذ القياس السابق شكل دالة تحليلية :

$$(و \subset ل) \subset \{ (و \subset م) \cdot [(و \subset ل) \cdot (م \subset و)] \}$$

$$2-8 \quad [ج] (ه س ح ه ط)$$

$$[ك] (ه ص ح ه ع)$$

$$[ك] (ه س ٧ ه ص)$$

---


$$\therefore [ج] (ه ط ٧ ه ع)$$

$$3-8 \quad [ك] (ه س ح ه ط)$$

$$[ج] (ه ص ح ه ع)$$

$$[ك] (ه س ٧ ه ص)$$

---


$$\therefore [ج] (ه ط ٧ ه ع)$$

$$4-8 \quad [ك] (ه س ح ه ط)$$

$$[ك] (ه ص ح ه ع)$$

$$[ج] (ه س ٧ ه ص)$$

---


$$\therefore [ج] (ه ط ٧ ه ع)$$

## 9 - قياس الاحراج الهدمي : Destructive Dil.

وفيه تنفى النتيجة المقدم لى كل من القضيتين الشرطيتين ، وذلك بنفى التالين فيهما باضافة مقدمة استثنائية . ومن ثم فهو يماثل قياس نفى المقدم . ونعرض لأربعة نماذج تمثل استخدام حساب دالات القضايا :

$$\begin{array}{rcl}
 1-9 & [ك] & (هـ س \supset هـ ط) \\
 & [ك] & (هـ ص \supset هـ ع) \\
 & [ك] & (\sim هـ ط \vee \sim هـ ع) \\
 \hline
 & \therefore [ك] & (\sim هـ س \vee \sim هـ ص)
 \end{array}$$

ونصوغ هذه الصورة القياسية فى صيغة رمزية من حساب القضايا :

$$\begin{array}{l}
 C \{ ( \sim H \supset T ) \cdot [ ( H \supset S ) \cdot ( H \supset E ) ] \} \\
 ( \sim H \supset T \vee \sim H \supset E )
 \end{array}$$

وهى الأخرى صيغة تحليلية لأنها أحد المبادئ الأساسية لنظرية الاستتباط .

$$\begin{array}{rcl}
 2-9 & [جـ] & (هـ س \supset هـ ط) \\
 & [ك] & (هـ ص \supset هـ ع) \\
 & [ك] & (\sim هـ ط \vee \sim هـ ع) \\
 \hline
 & \therefore [جـ] & (\sim هـ س \vee \sim هـ ص)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 3-9 & [ك] & (هـ س \supset هـ ط) \\
 & [جـ] & (هـ ص \supset هـ ع) \\
 & [ك] & (\sim هـ ط \vee \sim هـ ع) \\
 \hline
 & \therefore [جـ] & (\sim هـ س \vee \sim هـ ص)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 4-9 & [ك] & (هـ س \supset هـ ط) \\
 & [ك] & (هـ ص \supset هـ ع)
 \end{array}$$

$$\underline{[ج] ( \sim ه ط \vee \sim ه ع )}$$

$$\therefore [ج] ( \sim ه س \vee \sim ه ص )$$

10 - قياس استثنائي منفصل<sup>(34)</sup> : Disjunctive Syllo.

يتكون من مقدمتين : الكبرى شرطية منفصلة ، والصغرى حملية استثنائية وقد عرضناه في أحد فصول هذا الكتاب بلغة نظرية حساب القضايا ونعرضه الآن في لغة دالات القضايا في ثلاثة نماذج تجمعها صورة منطقية واحدة :

$$1 - 10 \quad [ك] ( ه س \vee ه ص )$$

$$\underline{[ك] ( \sim ه س )}$$

$$\therefore [ك] ه ص$$

$$[ ( ه \vee ل ) , ( \sim ه \vee \sim ل ) ] \vdash$$

$$2 - 10 \quad [ج] ( ه س \vee ه ص )$$

$$\underline{[ك] \sim ه س}$$

$$\therefore [ج] ه ص$$

$$3 - 10 \quad [ك] ( ه س \vee ه ص )$$

$$\underline{[ج] \sim ه س}$$

$$\therefore [ج] ه ص$$

(34) Ibid., P. 222.

الفصل الثامن  
القياس الحملى فى ضوء نظرية  
حساب دالات القضايا



## الفصل الثامن

### القياس الحملى فى ضوء نظرية حساب دالات القضايا

مقدمة :

نظرية القياس الحملى نمط من الاستدلال على قضية حملية — نتيجة — من قضيتين حمليتين هما مقدمات القياس . ويتميز القياس من بين مباحث المنطق بخاصية استناده إلى ثلاث قضايا ، بينما تدور معظم المباحث الأخرى على بحث العلاقة بين قضيتين .

مثال على قياس حملى <sup>(1)</sup> :

كل حيوان فان  
كل إنسان حيوان

∴ كل إنسان فان

نلاحظ أن بكل مقدمة حداً يظهر فى النتيجة ، وأن بكل مقدمة أيضاً حداً يظهر فى المقدمة الأخرى <sup>(2)</sup> . بمعنى أن ثمة علاقة هوية أو تطابق بين حدين فى المقدمتين هما فى الحقيقة حد واحد هو الحد الأوسط Middle term ( حيوان فى المثال السابق ) . أما ما يظهر فى النتيجة من حدود فهما حدان : الحد الأكبر Major term ، ويأتى محمولاً للنتيجة وتحتويه المقدمة الكبرى Major premise ، والحد الأصغر Minor term ويأتى موضوعاً للنتيجة وتحتويه المقدمة الصغرى Minor premise .

ويرى « لو كاشيفتش » أن القياس الحملى يشكل قضية لزومية يمكن الحكم عليها بالصدق أو بالكذب ، وهذا يختلف عن القياس التقليدى ،

(1) Prior, A. N., "Logic, Traditional". Ed. in Encyc-of Philosophy, Vol. 6 P. 37.

(2) Strawson, Introduction to Logical Theory, P. 158.

فالأخير ليس قضية ، ومن ثم فهو ليس صادقاً ولا كاذباً ، وإنما يمكن أن يكون صحيحاً أو فاسداً<sup>(3)</sup> . أما القضية اللزومية التي تعبر عن طبيعة القياس وتعتمدها كل الأقيسة الأرسطية نموذجاً لها فهي :

( ق . ل ) ح م

مقدم القضية اللزومية يتكون من مقدمتين معطوفتين ( ق ، ل ) ، وتالي القضية يتمثل في النتيجة ( م ) .

وجاء القياس الأرسطي على ثلاثة أشكال ولكل شكل عدة ضروب . ونتعرف على كل شكل ونميزه عن غيره بموضع الحد الأوسط في المقدمتين ؛ يأتي الحد الأوسط موضوعاً في المقدمة الكبرى ومحمولاً في المقدمة الصغرى للشكل الأول . وفي الشكل الثاني يأتي الحد الأوسط محمولاً في المقدمتين ، بينما يأتي الحد الأوسط موضوعاً في مقدمتي الشكل الثالث .

أما الشكل الرابع الذي تواضعت كتب المنطق على نسبته إلى « جالينوس »<sup>(4)</sup> فإن « لوكاشيفتش » يعارض هذا الاتجاه ويرى أن « أرسطو » كان يعلم ويقبل كل ضرب الشكل الرابع مثل بقية أضرب الأشكال الأخرى ، وكل ما حدث أن « أرسطو » لم يكن لدية متسعاً من وقت يرتب فيه كل مكتشفاته الجديدة فترك تمة عمله المنطقي إلى تلميذه « ثاوفراسطس »<sup>(5)</sup> . ومهما كان من حماس « لوكاشيفتش » لمنطق « أرسطو » ، فأننا نميل إلى تأييد رأيه بهذا الصدد ذلك أنه من المنطقي أن يلم « أرسطو » بشكل للقياس نعكس فيه موضع الحد الأوسط كما يأتي في الشكل الأول ، انه الشكل الرابع الذي يأتي ذلك الحد فيه محمولاً في المقدمة الكبرى وموضوعاً في المقدمة الصغرى .

وإذا رمزنا إلى الحد الأوسط بالرمز [ و ] ، وإلى الحد الأكبر بالرمز [ ك ] ، وإلى الحد الأصغر بالرمز [ ص ] ، مع اعتبار موضع الحد الأوسط في

(3) لوكاشيفتش : نظرية القياس الأرسطية ، ص 36 ، 37 .

(4) طيب وفيلسوف يوناني عاش في روما في القرن الثاني الميلادي .

(5) لوكاشيفتش : المرجع السابق ، ص 43 ، ص 55 .



كل شكل ، فإنه يمكن أن نقدم صورة رمزية للأشكال الأربعة فيما يأتي<sup>(6)</sup> :

الشكل الأول	الشكل الثاني	الشكل الثالث	الشكل الرابع	
و ك ص و	و ك ص و	و ك ص و	و ك ص و	المقدمة الكبرى المقدمة الصغرى
ص ك	ص ك	ص ك	ص ك	النتيجة

ويحتوى كل شكل من الأشكال الأربعة على مجموعة من الضروب Moods المنتجة ، تتمايز فيما بينها في ضوء تنوع القضايا التي يحتويها كل ضرب من حيث الكم والكيف . ولا تؤلف كافة احتمالات الجمع بين القضايا أقيسة منتجة أو صحيحة ، بل ان هناك قواعد للانتاج منها ما هو عام ينطبق على كل الأقيسة ومنها ما هو خاص بكل شكل . وقد ثبت نجاح هذه القواعد لدى المناطق في عصور مختلفة ، لكن هل مازالت قواعد الانتاج في القياس الحملى صالحة حتى الآن ، وتؤدي إلى نتائج صحيحة في كل الحالات ؟

إن الاجابة على هذا السؤال مع محاولة التحقق من صحة ضروب القياس الحملى هي مهمة رئيسية لنظرية دالات القضايا . وسنحاول في هذا الفصل أن نعرض للضروب المختلفة للأشكال الأربعة في لغة رمزية — تستوعب الموضوع وانحمول في كل قضية حملية — تتميز بها نظرية حساب دالات القضايا أو حساب المحمول .

نستعيد أولاً الصورة الرمزية للقضايا الحملية :

$$A : [X] (F_x \supset G_x)$$

$$E : [X] (F_x \supset \sim G_x)$$

(6) Quine, Methods of Logic, P. 76, See also :

Prior, Op. Cit., P. 37.

$$\begin{aligned} I & : \{ \exists_x \} (F_x \cdot G_x) \\ O & : [ \exists_x ] (F_x \cdot \sim G_x) \end{aligned}$$

ونصوغها بالعربية :

$$\begin{aligned} \text{ك. م} & : [ \text{ك} ] ( \text{هـ س} \subset \text{هـ ص} ) \\ \text{ك. س} & : [ \text{ك} ] ( \text{هـ س} \subset \sim \text{هـ ص} ) \\ \text{ج. م} & : [ \text{ج} ] ( \text{هـ س} \cdot \text{هـ ص} ) \\ \text{ج. س} & : [ \text{ج} ] ( \text{هـ س} \cdot \sim \text{هـ ص} ) \end{aligned}$$

أما الصورة الرمزية للضروب المنتجة في الأشكال الأربعة حسب التصور  
الأرسطى والتقليدى فهي<sup>(7)</sup> :

ضروب الشكل الأول :

$$1 - \{ [ \text{ك} ] ( \text{هـ س} \subset \text{هـ ص} ) \cdot [ \text{ك} ] ( \text{هـ ط} \subset \text{هـ س} ) \}$$

$\subset$

$$[ \text{ك} ] ( \text{هـ ط} \subset \text{هـ ص} )$$

$$2 - \{ [ \text{ك} ] ( \text{هـ س} \subset \sim \text{هـ ص} ) \cdot [ \text{ك} ] ( \text{هـ ط} \subset \text{هـ س} ) \}$$

$\subset$

$$[ \text{ك} ] ( \text{هـ ط} \subset \sim \text{هـ ص} )$$

$$3 - \{ [ \text{ك} ] ( \text{هـ س} \subset \text{هـ ص} ) \cdot [ \text{ج} ] ( \text{هـ ط} \cdot \text{هـ س} ) \}$$

$\subset$

$$[ \text{ج} ] ( \text{هـ ط} \cdot \text{هـ ص} )$$

$$4 - \{ [ \text{ك} ] ( \text{هـ س} \subset \sim \text{هـ ص} ) \cdot [ \text{ج} ] ( \text{هـ ط} \cdot \text{هـ س} ) \}$$

$\subset$

$$[ \text{ج} ] ( \text{هـ ط} \cdot \sim \text{هـ ص} )$$

(7) Church, A. "Formal Logic", Ed. in Dictionary of Philosophy ed. by, Runes, P. 177.

ضروب الشكل الثاني :

$$1 - \{ [ك] (ه س \sim ه ص) \cdot [ك] (ه ط \sim ه ص) \}$$

$$[ك] (ه ط \sim ه س)$$

$$2 - \{ [ك] (ه س \sim ه ص) \cdot [ك] (ه ط \sim ه ص) \}$$

$$[ك] (ه ط \sim ه س)$$

$$3 - \{ [ك] (ه س \sim ه ص) \cdot [ج] (ه ط \cdot ه ص) \}$$

$$[ج] (ه ط \cdot ه س)$$

$$4 - \{ [ك] (ه س \sim ه ص) \cdot [ج] (ه ط \cdot ه ص) \}$$

$$[ج] (ه ط \cdot ه س)$$

ضروب الشكل الثالث :

$$1 - \{ [ك] (ه س \sim ه ص) \cdot [ك] (ه س \sim ه ط) \}$$

$$[ج] (ه ط \cdot ه ص)$$

$$2 - \{ [ج] (ه س \cdot ه ص) \cdot [ك] (ه س \sim ه ط) \}$$

$$[ج] (ه ط \cdot ه ص)$$

$$3 - \{ [ك] (ه س \sim ه ص) \cdot [ج] (ه س \cdot ه ط) \}$$

$$[ج] (ه ط \cdot ه ص)$$

$$4 - \{ [ك] (ه س \sim ه ص) \cdot [ك] (ه س \sim ه ط) \}$$

$$[ج] (ه ط \cdot ه ص)$$

$$5 - \{ [جـ] (هـ س \cdot \sim هـ ص) \cdot [ك] (هـ س \subset هـ ط) \}$$

$$[جـ] (هـ ط \cdot \sim هـ ص)$$

$$6 - \{ [ك] (هـ س \subset \sim هـ ص) \cdot [جـ] (هـ س \cdot هـ ط) \}$$

$$[جـ] (هـ ط \cdot \sim هـ ص)$$

ضروب الشكل الرابع :

$$1 - \{ [ك] (هـ س \subset هـ ص) \cdot [ك] (هـ ص \subset هـ ط) \}$$

$$[جـ] (هـ ط \cdot هـ س)$$

$$2 - \{ [ك] (هـ س \subset هـ ص) \cdot [ك] (هـ ص \subset \sim هـ ط) \}$$

$$[ك] (هـ ط \subset \sim هـ س)$$

$$3 - \{ [جـ] (هـ س \cdot هـ ص) \cdot [ك] (هـ ص \subset هـ ط) \}$$

$$[جـ] (هـ ط \cdot هـ س)$$

$$4 - \{ [ك] (هـ س \subset \sim هـ ص) \cdot [ك] (هـ ص \subset هـ ط) \}$$

$$[جـ] (هـ ط \cdot \sim هـ س)$$

$$5 - \{ [ك] (هـ س \subset هـ ص) \cdot [جـ] (هـ ص \cdot هـ ط) \}$$

$$[جـ] (هـ ط \cdot \sim هـ س)$$

نضيف إلى ما سبق ضرباً قياسية أخرى تحتوى على القضية الشخصية  
Singular proposition ؛ تلك القضية التى وحد التقليديون بينها وبين القضية

الكلية ؛ حتى أعلن « فريجه » تمييزاً حاسماً بينهما<sup>(8)</sup> ، وأشار إلى أن القضية الشخصية قضية حملية بالمعنى الدقيق ، بينما رأى أن القضية الكلية ليست حملية ، كما أشرنا إلى ذلك في موضع سابق . نعرض الآن أربعة ضروب تنتمي إلى الشكلين الأول والثاني تحتوى على القضية الشخصية كمقدمة صغرى ونتيجة<sup>(9)</sup> .

- 1 — { [ ك ] ( هـ ص  $\supset$  هـ ص )  $\cdot$  ( و س ) }  $\supset$  ( و ص )
- 2 — { [ ك ] ( هـ ص  $\supset$  هـ ص )  $\cdot$  ( و س ) }  $\supset$   $\sim$  ( و ص )
- 3 — { [ ك ] ( هـ ص  $\supset$  هـ ص )  $\cdot$  ( و س ) }  $\supset$   $\sim$  ( و ص )
- 4 — { [ ك ] ( هـ ص  $\supset$  هـ ص )  $\cdot$   $\sim$  ( و س ) }  $\supset$   $\sim$  ( و ص )

نتقل الآن بعد هذه المقدمة المطولة إلى محاولة البرهنة على صحة ضروب القياس الحملية في صورته التقليدية بالاستناد إلى قوائم الصدق كأسلوب معاصر في اثبات صحة الدالات أو كذبها .

### أولاً : الشكل الأول :

يكتسب الشكل الأول أهمية خاصة كنموذج للاستدلال القياسي عند « أرسطو » والتقليديين . وتبلغ عدد الاحتمالات الممكنة لقيام الضروب ستة عشر ضرباً ، إلا أن المنتج منها هو أربعة ضروب فقط . ويقوم القياس بصفة عامة — والشكل الأول منه بوجه خاص — على مبدأ « المقول على الكل وعلى اللا واحد » ويفسر بعض المناطقة هذا المبدأ على أساس ما صدق :

« يتكون قياس كامل إذا ما كان لدينا ثلاثة حدود ترتبط مع بعضها بحيث يكون الأصغر متضمناً في ما صدق الأوسط والأوسط متضمناً في ما صدق الأكبر »<sup>(10)</sup> .

ويعبر « كينز » عن هذا الاتجاه بقوله : « ما يحمل إيجاباً أو سلباً على حد مستغرق ، ينبغي أن يحمل في نفس الحالة على كل شيء مندرج تحته »<sup>(11)</sup> . وقد

(8) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 137 .

(9) Church, Op. Cit., P. 177.

(10) على سامي النشار : المنطق الصوري ، ص : 391

(11) نفس المرجع ، ص 393 .

طبق المدرسيون المبدأ السابق على أقيسة الشكل الأول فذهبوا بصدد الأضرب الموجبة إلى أن ما ينطبق على التالي ينطبق على المقدم ، كما ذهبوا بصدد الأضرب السالبة إلى أن كل ما يسلب عن التالي يسلب عن المقدم . ولو استعدنا الصورة التي صاغ بها أرسطو الأقيسة كما أشرنا إليها في الفصل الأول وفي مقدمة هذا الفصل ، وجدنا أنها تأخذ طابع اللزوم .

نعرض الآن لضروب الشكل الأول المنتجة ، وسنعقب على كل ضرب بمحاولة صياغته في لغة حساب دالات القضايا ، ثم ننقله إلى اللغة الرمزية لحساب القضايا حتى يسهل الحكم على صحته . سنلاحظ أن لكل ضرب اسماً تعارف عليه المناطق يكتب بحروف لاتينية على نوعين : متحركة تعبر عن نوع المقدمات : A ، E ، I ، O ، وساكنة تعبر عن عمليات رد ضروب الأشكال الثاني والثالث والرابع لضروب الشكل الأول<sup>(12)</sup> .

#### 1-1 الضرب الأول : Barbara

أهم ضروب الشكل الأول ، ومن ثم فهو أهم ضروب القياس الحمل عامة ، لأنه ينتج في نظر « أرسطو » والتقليديين القضية الكلية الموجبة أهم أنواع القضايا وأساس بناء العلم . يتكون من مقدمتين كليتين موجبتين ونتيجة كلية موجبة أيضاً . صاغ « أرسطو » هذا الضرب هكذا :

إذا كان ا محمولاً على كل ب  
وكان ب محمولاً على كل ج  
فإن ا محمول على كل ج<sup>(13)</sup>

ونصوغه بلغة أكثر يسراً :

(12) Church, Op. Cit., P. 177.

(13) صاغ « أرسطو » نتيجة الضرب الأول من الشكل الأول هكذا في بعض الأحيان وفي أحيان أخرى أضاف إليها كلمة « بالضرورة » : « فإن ا محمول بالضرورة على كل ج » ، إشارة إلى الضرورة القياسية .

راجع : لو كاشيفتش : نظرية القياس الأرسطية ، ص 23 .  
وقارن : على سامي النشار : المنطق الصوري ، ص : 409 .

كل ب هو ا  
كل ح هو ب  
∴ كل ح هو ا

كل الكرماء أسخياء  
كل سكان القمر كرماء  
∴ كل سكان القمر أسخياء

ويمكن أن ننقل هذا المثال على الضرب الأول إلى لغة حساب دالات القضايا :

[ ك ] ( ه س ح ه ص )  
[ ك ] ( ه ط ح ه س )  
∴ [ ك ] ( ه ط ح ه ص )

ونضع الصورة السابقة في لغة حساب القضايا بحيث يحل متغير قضوى واحد محل متغيرين في كل قضية ، فيحل ( ه ) محل ( ه س ) ، ويحل ( ل ) محل ( ه ص ) ، ويحل ( م ) محل ( ه ط ) . ترتبط المقدمتان باجراء الوصل ( . ) ويشكلان معاً مقدماً يرتبط بالتالى وهو نتيجة القياس باجراء اللزوم . نستبعد الأسوار من الصيغة الجديدة لأن دورها هو مجرد تحديد الاجراء المنطقى داخل كل قضية ؛ فالسور الكلى يشير إلى استخدام اجراء اللزوم بين عنصرى الدالة ، بينما يشير السور الجزئى إلى استخدام اجراء الوصل بينهما . ومن ثم فالضرب السابق :

{ [ ك ] ( ه س ح ه ص ) . [ ك ] ( ه ط ح ه س ) }  
[ ك ] ( ه ط ح ه ص )

يصبح :

[ ( ه ل ) . ( م ح ه ) ] ( م ل )



نضع صيغة الضرب الأول في قائمة صدق :

ل	ك	م	ل	ك	م	ل	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ص
x			√			x	

لاحظ أن جميع قيم الصدق تحت الثابت الرئيسي في الدالة وهو إجراء م الثالث جاءت صادقة ، ومن ثم فالضرب منتج وصحيح ويعد دالة أو تحليلية صادقة صدقاً منطقياً . أما خطوات الاجراءات المنطقية داخل الصدق فقد أحطنا بها في أكثر من موضع سابق .

يمكن أن نسوق على الصيغة الرمزية السابقة برهنة موجزة كما يلي :

نفترض حالة كذب في قيم الصدق التي وردت تحت الثابت الرئيسي [ اللزوم الثالث ] .

نعلم أن دالة اللزوم تكذب إذا صدق المقدم [ ثابت الوصل ] وكذب التالي [ النتيجة ] .

$$[(\text{ل} \subset \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{ق})] \subset (\text{م} \subset \text{ل})$$

ص                      ك                      ك

ويمكن أن نتحقق من افتراض صدق المقدم وما ينشأ عن ذلك من تعديل لقيم صدق متغيرات النتيجة ، كما نفترض — بالإضافة إلى ذلك — كذب المقدم ، ونستقصي ما تكون عليه علاقة النتيجة بالمقدمات في الحالتين :

— نفترض صدق ( و ، ل ) معاً ، ثم صدق ( م ، و ) معاً ، ويعنى ذلك صدق ( م ، ل ) في النتيجة كما صدقنا في المقدمات طبقاً لمبدأ الهوية ، وفي هذه الحالة فلا بد من صدق النتيجة — انتهى افتراضنا كذبها — ويترتب على ذلك صدق ثابت اللزوم الرئيسي .

— نفترض صدق ( و ) وكذب ( ل ) ، وصدق ( م ) وكذب ( و ) حتى نحصل على دالات لزوم كاذبة يصدق مقدمها ويكذب تاليها ، فإن قمنا بإجراء الوصل بينهما كانت دالة الوصل التي تجمع المقدمتين كاذبة [ ك ] . جتي إذا قمنا بإجراء اللزوم الرئيسي بين الوصل والنتيجة ، جاء اللزوم صادقاً . انتهى إذن إلى صدق الدالة في كافة الحالات .

يعنى ذلك سلامة الضرب الأول من الشكل الأول من وجهة نظر منطقية حديثة سواء استعنا بقائمة الصدق أو لجأنا إلى البرهنة الموجزة .

## 2-1 الضرب الثاني Celarent

يتكون من مقدمتين كليتين كبراهما سالبة وصغراهما موجبة ونتيجة كلية سالبة ، ولا يختلف هذا الضرب كثيراً في صياغته عن الضرب الأول ، اللهم إلا بإضافة ثابت السلب إلى الحد الأكبر ، الذي يظهر محمولاً في النتيجة .

لا واحد من المصريين      بخيل  
كل السكندريين      مصريون

∴ لا واحد من السكندريين بخيل

أما الصورة الرمزية للضرب الثاني :

[ك] (هـ مـ ح ~ هـ صـ)

[ك] (هـ طـ ح هـ مـ)

∴ [ك] (هـ طـ ح ~ هـ صـ)

لغة حساب القضايا :

(هـ ~ لـ) ∩ (مـ حـ) ∩ (مـ حـ) ∩ (لـ ~ مـ)

أما التحقق منها بقائمة صدق فيتم كما يلي :

ل ~ م	ح	م	ح	ل ~ م	ح	م	ح	ل ~ م
ك	ص	ص	ص	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ص	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ص	ك	ص	ص	ك	ك	ك	ك
ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
×	✓			×				

يتضح من قائمة الصدق صدق كافة قيم الصدق الواردة تحت الثابت  
يسى ، ومن ثم فالدالة تحليلية والقياس منتج وصحيح .

وثمة طريقة أخرى للتحقق من صدق دالة القياس :

(هـ ~ لـ) ∩ (مـ حـ) ∩ (مـ حـ) ∩ (لـ ~ مـ)

بأن نطبق مبدأ الاستبدال بحيث نحل ( ل ) محل ( ~ ل ) ، فنحصل على :

$$[(\text{ل} \subset \text{ل}) \cdot (\text{م} \subset \text{ل})] \subset (\text{م} \subset \text{ل})$$

وهي نفس صيغة الضرب الأول والتي ثبت صدقها وصحتها بأكثر من طريقة .

### 1 - 3 الضرب الثالث : DarII

يتكون من مقدمة كبرى كلية موجبة ، ومقدمة صغرى جزئية موجبة ، ونتيجة جزئية موجبة .

كل الفلاسفة	مفكرون
بعض العلماء	فلاسفة

∴ بعض العلماء مفكرون

ونصوغ القياس في لغة حساب دالات القضايا :

$$[ \text{ك} ] (\text{ه} \text{ س} \subset \text{ه} \text{ ص})$$

$$[ \text{ج} ] (\text{ه} \text{ ط} \cdot \text{ه} \text{ س})$$

$$\therefore [ \text{ج} ] (\text{ه} \text{ ط} \cdot \text{ه} \text{ ص})$$

وفي لغة حساب القضايا ننقله إلى الصيغة :

$$[(\text{ل} \subset \text{ل}) \cdot (\text{م} \cdot \text{ل})] \subset (\text{م} \cdot \text{ل})$$

عبرنا عن القضية الكلية ( المقدمة الكبرى ) بدالة لزوم ، وعبرنا عن القضية الجزئية ( المقدمة الصغرى والنتيجة ) بدالة وصل ، أما البرهنة على صدق الصيغة كلها فيتم كما يلي :

256

### مثال على الضرب الرابع :

لا مؤمن مرتكب  
للفواحش  
بعض المصريين  
مؤمن

بعض المصريين لا يرتكب الفواحش

### وصورته الرمزية :

[ک] (ف ص ح ~ ف ص)

[ جـ ] ( ط ط . س س )

∴ [ج] (ط . ~ ف ص)

$$(J \sim \cdot m) \subseteq [(q \cdot m) \cdot (J \sim Cq)]$$

وإذا استبدلنا  $(L)$  بـ  $(L \sim)$  في الدالة السابقة ، نحصل على دالة سبق

**إثبات صحتها :**

$$(J \cdot M) \subset [(U \cdot M) \cdot (J \subset U)]$$

كما يمكن البرهنة على صحة الدالة السابقة بقائمة صدق :

ق	ج	ل	.	م	.	و	ح	م	.	ل
ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ك	ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك

X                  V                  X

ثانياً : الشكل الثاني :

تعرف ضروب الشكل الثاني بموضع الحد الأوسط الذي يأتي محمولاً في المقدمتين ، ويرتبط بموضع الحد الأوسط في هذا الشكل قاعدة تنص على أن تكون إحدى المقدمتين سالبة حتى تستغرق محمولها — وهو الحد الأوسط — مرة واحدة على الأقل . ويترتب على القاعدة السابقة أن تأتي نتائج كل ضروب هذا الشكل سالبة . وللشكل الثاني أربعة ضروب هي :

1-2 الضرب الأول : Cesare

يتكون من مقدمة كبرى كلية سالبة ، ومقدمة صغرى كلية موجبة ، ونتيجة كلية سالبة . مثال ذلك :

لا واحد من الموحددين	بمشارك
كل عبدة الأصنام	مشارك

∴ لا واحد من عبدة الأصنام بموحد

ويمكن صياغة هذا الضرب بلغة حساب دالات القضايا ثم حساب القضايا كما يلي :

[ ك ] ( ه س ج ~ ه ص )
[ بك ] ( ه ط ج ه ص )
∴ [ ك ] ( ه ط ج ~ ه س )

[ ( و ~ ل ) ، ( م ج ل ) ] ( م ج ~ و )

ويمكن أن نعبر عن هذه الصيغة بقولنا : لنفترض أن ( و ) غير مؤكدة في أى شيء من ( ل ) ، بينما تأتي ( ل ) لازمة عن — ومؤكدة في — كل ( م ) ، فإن ذلك يستلزم أن ( و ) لا تنتمي إلى أى فرد من ( م ) . ويصوغ المناطق قاعدة هذا الضرب وبقية ضروب الشكل الثاني في قولهم :



و المعنيان اللذان يكون أحدهما في حالة تقابل ، والآخر في حالة هوية مع ثالث مشترك ، يكونان فيما بينهما في حالة تقابل<sup>(14)</sup> .

ويمكن التحقق من صحة الضرب السابق بوضع صيغته الرمزية في قائمة  
صدق كما يلي :

و	ق	ج	ح	م	ن	هـ	و
ص	ك	ك	ك	ص	ك	ص	ك
ص	ك	ص	ص	ك	ص	ص	ك
ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص

X
✓
X

الدالة صحيحة ومنتجة طبقاً لتصويرين التقليدي والحديث . وكما أشرنا في البرهنة الموجزة على ضرب سابق ، فإن افتراض كذب الدالة — وهى دالة لزوم — يستوجب صدق المقدم [ الوصل بين المقدمتين ] وكذب التالى [ اللزوم الرابع بالنتيجة ] وهذا لم يحدث قط فى قائمة الصدق ، كما أن محاولة افتراضه يتناقض مع ما تقره الدالة ، كما يتناقض مع مبدأ الهوية الذى يلزمه بوضع نفس قيم الصدق لكل متغير فى حالة كونه موجباً ونقيض هذه القيم إن جاء المتغير مسلوفاً .

(14) عبد الرحمن بدوي : المنطق الصوري والرياضي ، ص 193 .

## 2-2 الضرب الثانى : Camestres

وهو بمثابة تبديل لمواضع المقدمتين فى الضرب السابق حيث يتكون من كلية موجبة كمقدمة كبرى ، وكلية سالبة كمقدمة صغرى ، ونتيجة غضية كلية سالبة :

كل مؤمن	يصلى
لا كافر	يصلى

∴ لا كافر مؤمن

ونصوغ الضرب فى لغة دالات القضايا :

[ ك ]	( ه س C ه ص )
[ ك ]	( ه ط C ~ ه ص )
<hr/>	
∴ [ ك ]	( ه ط C ~ ه س )

وننقله إلى لغة حساب القضايا

[ ( ه C ل ) • ( م C ~ ل ) ] ( م C ~ ه )

نلاحظ أن صورة النتيجة هى عين نتيجة الضرب السابق ؛ وذلك لا المقدمات هى هى مع استبدال مواضعها .

ويمكن البرهنة على صحة وسلامة هذا الضرب وغيره بطريقة استنباطية وذلك برده إلى صورة قياسية أثبتنا أنها صحيحة وتحليلية<sup>(15)</sup> :

— نصوغ أولاً الضرب السابق فى صورة دالات قضايا :

{ [ ك ] ( ه س C ه ص ) • [ ك ] ( ه ط C ~ ه س ) }
C
[ ك ] ( ه ط C ~ ه س )

(15) عزمى إسلام : الامتدلال الصورى ، ج 2 ، ص 81 .



## 2- 3 الضرب الثالث : Festino

ويتكون من قضية كلية سالبة كمقدمة كبرى ، وقضية جزئية موجبة كمقدمة صغرى ، ونتيجة جزئية سالبة :

$$\begin{array}{rcl} \text{لا واحد من المسلمين} & \text{يهودى} & \\ \text{بعض سكان فلسطين} & \text{يهودى} & \\ \hline \therefore \text{بعض سكان فلسطين ليس مسلماً} & & \end{array}$$

وصورة هذا الضرب برمزية دالات القضايا هي :

$$\{ [ك] (هـ س \subset \sim هـ ص) \cdot [ج] (هـ ط \cdot هـ ص) \} \\ \subset \\ [ج] (هـ ط \cdot \sim هـ س)$$

وبلاحظ أن نتيجة الضرب قضية جزئية تقرر وجوداً لأفراد موضوعها ، في الوقت الذى احتوى فيه القياس على قضية كلية لا تقرر وجوداً ، وقد استمدت النتيجة شرعيتها من المقدمة الصغرى في القياس التى جاءت جزئية . أما صورة الضرب السابق برمزية حساب القضايا فهي :

$$[ (هـ \subset \sim ل) \cdot (م \cdot ل) ] \subset (م \cdot \sim و)$$

أما إثبات سلامتها بقائمة صدق فيتم هكذا :

ق	ج	ل	م	و	ل	ج	م	و
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ص	ك	ص	ك	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص
x				√	x			

نلاحظ أن إجراء الوصل الأول لم يصدق إلا في الصف الأفقي الخامس وارتبطت قيمة الصدق هذه بقيمة صادقة تحت الوصل الثالث وفي نفس الصف ، وإلا كذب إجراء اللزوم — الثابت الرئيسي — الذي يجمع بينهما كمقدم وتالي في صيغة لزوم هي صورة كل الأقيسة من هذا النوع . الصيغة إذن صادقة صدقاً منطقياً وتحليلية .

## 2 - 4 الضرب الرابع : Baroco

ويتكون من مقدمة كبرى كلية موجبة ومقدمة صغرى جزئية سالبة ، والنتيجة جزئية سالبة . ومثال على هذا الضرب :

كل منافق مضلل  
بعض المادحين ليس مضللاً  
-----  
∴ بعض المادحين ليس منافقاً

وصورة هذا الضرب بلغة دالات القضايا :

$$\begin{array}{l} [ك] (هـ م \subset هـ ص) \\ [ج] (هـ ط . \sim هـ ص) \\ \hline \therefore [ج] (هـ ط . \sim هـ م) \end{array}$$

وفي لغة حساب القضايا :

$$[(هـ \subset ل) . (م . \sim ل)] \subset (م . \sim هـ)$$

ويمكن البرهنة على صدق هذه الدالة صدقاً منطقياً بإعادة صياغتها في صورة دالة قياس أثبتنا سلامتها كصيغة تحليلية ، وذلك باتباع الخطوات التالية<sup>(16)</sup> :

— نقوم بتبديل مواضع الحلود في المقدمة الكبرى لتصبح الصيغة :

$$[(هـ \sim ل \subset هـ) . (م . \sim ل)] \subset (م . \sim هـ)$$

— باستخدام مبدأ التعويض ، بحيث يحل (ل) محل (هـ) ، ويحل (هـ) بدلاً من (هـ) نحصل على :

$$[(ل \subset هـ) . (م . \sim ل)] \subset (م . \sim هـ)$$

— إذا وضعنا (هـ) محل (ل) بالتبادل ، حصلنا على الصيغة :

$$[(هـ \subset ل) . (م . \sim هـ)] \subset (م . \sim ل)$$

وهي نفس الصيغة التي أثبتنا صدقها وسلامتها للضرب الثالث من الشكل الأول .

ونعود لنثبت صدق وسلامة الصيغة الأصلية للضرب بالاستعانة بقائمة صدق :

(16) المرجع السابق ، ص : 83 .

و	ج	ل	•	م	•	ل	ج	م	•	و
ص	ص	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ك
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ص	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ك	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص	ك	ك	ص
			x	√				x		

الصيغة الرمزية سليمة وصحيحة ، وهي كغيرها من الصور الرمزية لضروب الشككين الأول والثاني تعد بمثابة صيغ تحليلية وقواعد للاستدلال . إذن لا تناقض حتى الآن بين قواعد المنطق الأرسطي والتقليدى من جهة وقواعد المنطق الحديث . وهذا ما سيكشف عنه النظر في الشككين القادمين .

### ثالثاً : الشكل الثالث :

يتميز الشكل الثالث بوجود الحد الأوسط فيه موضوعاً في المقدمتين . وعدد الضروب المنتجة لهذا الشكل ستة ضروب طبقاً للتصور الأرسطي جميعها قضايا جزئية . فهل يراها المنطق الحديث منتجة أيضاً ، سوف نتحقق من ذلك الآن :

#### 1-3 الضرب الأول : Darapti

يتكون من مقدمتين كليتين موجبتين ، ونتيجة جزئية موجبة . قال المنطق التقليدى بجزئية النتيجة مخافة الوقوع في مغبة استغراق حد في النتيجة لم يكن مستغرقاً في إحدى المقدمتين ، خاصة أن الحد المستغرق في مقدمتين وهو



الموضوع هو نفسه الحد الأوسط الذى يرفع من النتيجة . مثال على الضرب الأول من الشكل الثالث :

كل المصريين يعشقون الحرية  
كل المصريين كرماء

---

∴ بعض الكرماء يعشق الحرية

ومن وجهة نظر تقليدية ، فان ضرورة أن توضع نتيجة هذا القياس جزئية موجبة ، هي أنه — بالاضافة إلى قواعد الاستدلال القياسى — توجد فئات غير المصريين تعشق الحرية ، كما توجد فئات أخرى تتصف بالكرم ، وليس شرطاً أن يكون كل كريم عاشقاً للحرية أو العكس . لكن لأن المصريين قد جمعوا بين الوصفين ، وهم جزء من كل ، جاءت النتيجة جزئية .

تحمس « أرسطو » لتطبيق قواعد القياس على هذا الضرب مثل غيره من الضروب المنتجة فى رأيه ، إلا أن هذا الضرب اكتسب أهمية كبيرة لدى المناطق المعاصرين ، حيث أن الأسباب التى دعت « أرسطو » للأخذ بقواعد معينة ليضمن صحة هذا الضرب ، هي نفس الأسباب التى أوقعته فى الخطأ وأفسدت قياسه فى نظر المناطق المعاصرين .

لنضع الضرب السابق فى صيغة دالات قضايا :

[ ك ] ( هـ س ⊂ ع ص )

[ ك ] ( هـ س ⊂ ع ط )

---

∴ [ جـ ] ( هـ ط . ع ص )

وننقل الصيغة الأخيرة إلى رمزية حساب القضايا :

[ ( هـ ⊂ ل ) . ( هـ ⊂ م ) ] ⊃ ( ل . م )

ونتساءل من منظور معاصر : كيف نستلزم دالماً لزوم — في المقدمتين — دالة وصل في النتيجة ؟ يعود السبب في ذلك إلى الأهمية الكبرى التي كان يسبغها « أرسطو » على القضية الكلية ، حيث كان يعتقد أنها تنطوي على تقرير وجودي لأفراد موضوعها ، بمعنى أن موضوع القضية الكلية الموجبة « كل إنسان فان » ينبغي أن يكون له أفراد في الواقع ، ولم يدر بخلده أن قضية كهذه تحوى علاقة بين محمولين لا أكثر .

لقد خطأ المنطق الرمزي « أرسطو » في هذا الاعتقاد ؛ فليس من الضروري أن تتضمن القضية الكلية تقريراً وجودياً ، بل تنطوي القضية الجزئية على هذا التقرير . وسبب فساد الضرب السابق هو الانتقال غير المشروع منطقياً من حالة لا نقرر فيها وجود شيء إلى تقرير هذا الوجود ؛ وكأن المنطق المعاصر يطالب « أرسطو » بأن يضع نتيجة كلية موجبة للقياس موضع الخلاف ، وهذا المطلب هو عين ما كان « أرسطو » والمنطق التقليدي يتحاشى الوقوع فيه .

وقد لاحظ المرحوم دكتور /عزمى إسلام أن العلامة « ابن تيمية » قد وجه نقداً مشابهاً للمنطق الأرسطى في كتابه الرد على المنطقيين ، حين ميز بين ما يوجد في الأذهان وما يوجد في الأعيان ، توجد الكليات في الأذهان وتشكل معرفة ذهنية غير واضحة إذا قورنت بتلك المعرفة الجليّة الواضحة الناشئة عما هو موجود في الواقع الخارجى من موجودات جزئية . والقياس عندما يستدل بالكل على أفرادهِ يصبح استدلالاً متناقضاً ، إذ ينبغي علينا أن نستدل على صحة الكلى بناء على صحة الجزئى ، وليس العكس ، « فلاستدلال بالكليات على أفرادها استدلال بالخفى على الجلى » أو « هو استدلال على الأجل بما هو أخفى » (18) .

(17) عزمى إسلام : دراسات في المنطق ، ص 44 : 46 .

(18) ابن تيمية : الرد على المنطقيين ، ص 135 نقلاً عن المرجع السابق ص : 46 .

لنتحقق إذن من فساد الضرب السابق كاستدلال من خلال قائمة صدق :

[illegible]

نلاحظ أن قيم الصديق في الصفوف الثلاثة الأخيرة تحت ثابت اللزوم قد جاءت كاذبة ، ومن ثم فالدالة المعبرة عن الضرب الأول من الشكل الثالث دالة تركيبية ، ومن ثم فالقياس فاسد .

ويقدم المناطقة المعاصرون حلاً — يحمل وجهة نظرهم — للمشكلة التي يثيرها هذا الضرب ، يتمثل في اضافة ثابت الوصل إلى المقدمات ، بمعنى اضافة قضية جزئية تفيد وجود أعضاء للقضية ( و ) مما يتيح لنا — أو بالأحرى يرر — إستنتاج قضية جزئية ، ويضمن بالتالي صحة الاستدلال . وتأخذ الصيغة الجديدة للاستدلال الصورة التالية :

$$(J \cdot m) \subset \{ \emptyset \cdot [(m \subset \emptyset) \cdot (J \subset \emptyset)] \}$$

ويمكن التحقق من صحة هذه الصيغة بإجراء العمليات المنطقية الموجودة في الصورة السابقة مع إضافة إجراء جديد ، هو استخراج علاقة الوصل بين الوصل الأول و ( ٩ ) :

[illegible]

### Disamis : 2-3 الضرب الثاني :

بعض الانسان جسم  
كل إنسان حيوان

**وصورته الرمزية بدالات القضايا :**

[ج] (ف س . ف ص)

∴ [ج] (قط، قص)

وننقله إلى رمزية حساب القضايا :

$$[(L \cdot Q) \cdot (M \supset Q)] \supset (L \cdot M)$$

ويمكن البرهنة على هذه الدالة بردها إلى دالة ثبت صدقها :

— نغير مواضع المقدمتين بالتبادل فتصبح الصيغة السابقة :

$$[(M \supset Q) \cdot (L \cdot Q)] \supset (L \cdot M)$$

— نقترح أن تحل (L) محل (M) والعكس في المقدمتين فينتج :

$$[(L \supset Q) \cdot (L \cdot Q)] \supset (L \cdot M)$$

والصيغة الأخيرة التي توصلنا إليها بطريق استنباطي هي عين الصورة الرمزية للضرب الثالث من الشكل الأول ، والتي سبق اثبات صحتها .

ونعود إلى الصيغة الرمزية للضرب كما تنقلها لنا لغة حساب القضايا لنبرهن على صدقها بقائمة صدق ، لنجد أن جميع قيم الصدق الواردة تحت ثابت اللزوم الرئيسي في الصيغة صادقة ؛ فلا استدلال صحيح .

Q	.	L	.	Q	⊃	M	.	L
ص		ص		ص	ص	ص		ص
ص		ك		ك	ص	ك		ك
ك		ك		ك	ص	ك		ك
ك		ك		ك	ص	ك		ك
ك		ك		ك	ص	ص		ص
ك		ك		ك	ص	ك		ك
ك		ك		ك	ص	ك		ك
ك		ك		ك	ص	ك		ك
					√			×

### 3-3 الضرب الثالث : Datisi

يتكون هذا الضرب من قضية كلية موجبة كمقدمة كبرى ، وقضية جزئية موجبة كمقدمة صغرى ، أما النتيجة فتأتي جزئية موجبة .

كل إنسان	حيوان
بعض الانسان	جسم

---

∴ بعض ماهو جسم حيوان

ونصوغه بلغة دالات القضايا :

[ ك ]	( هـ م ⊂ هـ ص )
[ جـ ]	( هـ م ⊂ هـ ط )

---

∴ [ جـ ] ( هـ ط ⊂ هـ ص )

وننقل الضرب إلى لغة حساب القضايا :

[ ( ل ⊂ ل ) . ( م . م ) ] ⊂ ( ل . م )

ويمكن رد هذه الصيغة إلى صيغة الضرب الثالث من الشكل الأول ، وذلك إذا أجرينا عكساً مستويّاً للمقدمة الثانية ، فنحصل على الضرب Darii الذي سبق اثبات صحته :

[ ( ل ⊂ ل ) . ( م . م ) ] ⊂ ( ل . م )

أما اثبات صحة دالة هذا الضرب Datisi بقائمة صدق ، فهي هو :

ق	ك	ل	و	م	ل	و	م	ك	ل
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك
ص	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك	ك

الاستدلال صحيح ، وصورته الرمزية دالة تحليلية . وان قارنا قائمة الصدق هذه بقائمة الصدق الخاصة بالضرب Darii وجدنا أن قيم الصدق تحت كافة الاجراءات التي قمنا بها في القائمتين [ ك ، ل ، و ، م ، ك ] جاءت متطابقة .

### 3-4 الضرب الرابع : Felapton

يتكون من مقدمة كبرى قضية كلية سالبة ، ومقدمة صغرى قضية كلية موجبة ، وتأتي النتيجة قضية جزئية سالبة ، تأمياً بنفس القواعد الخاصة بالضرب الأول من هذا الشكل .

لا واحد من المرضى يصوم  
كل المرضى يتألمون

∴ بعض المتألمين لا يصومون

ونصوغ القياس السابق في لغة حساب دالات القضايا .

[ ك ] ( ه س ك ~ ه ص )

[ ك ] ( ه س ك ه ط )

∴ [ جـ ] ( ه ط ، ~ ه ص )



أم صورتها الرمزية في حساب القضايا فهي :

$$[(\sim L \supset M) \supset (M \supset L)] \supset (M \supset L)$$

ولما كانت المقدمات كلية والنتيجة جزئية وبينهما علاقة لزوم فلا تتوقع صدق الدالة ، وإنما تكذب في بعض الحالات كما كان الحال بالنسبة للضرب :  
Darapti .

و ح ~ ل . ق ح م		ح	م ح م	
ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ك
ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص

### 3 - 5 الضرب الخامس : Bocardo

ويتكون من مقدمة كبرى قضية جزئية سالبة ، ومقدمة كبرى قضية كلية موحبة ، أما النتيجة فقضية جزئية سالبة . واستنتاج نتيجة ( قضية جزئية ) من مقدمتين احدهما جزئية ( أى وجودية ) يوحى بصحة هذا الضرب كاستدلال .

بعض العلماء ليسوا مؤمنين  
كل العلماء يخلصون في عملهم

∴ بعض المخلصين في عملهم ليسوا مؤمنين

[ جـ ] ( هـ س . ~ هـ ص )

[ كـ ] ( هـ س ⊂ هـ ط )

∴ [ جـ ] ( هـ ط . ~ هـ ص )

[ ( هـ . ~ ل ) . ( هـ ⊂ م ) ] ⊂ ( م . ~ ل )

والصيغة صحيحة ، ويثبت ذلك بقائمة الصدق :

هـ	ل	م	ص	ط
هـ	ل	م	ص	ط
ص	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص
ص	ك	ص	ص	ص
ك	ك	ص	ص	ص
×	×	×	×	×

القياس صحيح ، ويمكن أن نستدل إستباطياً على صحته بعدة خطوات :

- استبدال ( ل ) بـ ( ~ ل ) .
- ثم يحل ( ل ) محل ( م ) والعكس .
- تبادل مواضع المقدمتين .
- تبادل مواضع متغيرات المقدمة الثانية فينتج لنا الصورة الرمزية للضرب : Darii

$$( ل \subset و ) \cdot ( م \cdot و ) \subset ( م \cdot ل )$$

6.3 الضرب السادس : Ferison

ويتكون من قضية كلية سالبة كمقدمة كبرى ، وقضية جزئية موجبة كمقدمة صغرى ، والنتيجة جزئية سالبة .

لا مشرقى	عدوانى
بعض المشرقين	علماء

∴ بعض العلماء ليس عدوانياً

$$\begin{array}{l} [ ك ] ( هـ م \subset \sim هـ ص ) \\ [ جـ ] ( هـ م \cdot هـ ط ) \end{array}$$

$$\therefore [ جـ ] ( هـ ط \cdot \sim هـ ص )$$

$$( و \subset \sim ل ) \cdot ( و \cdot م ) \subset ( م \cdot \sim ل )$$

وهذه صيغة استدلالية صحيحة . ويثبت ذلك استخدام قائمة صدق



وصورة هذا القياس برمزية دالات القضايا :

[ ك ] ( هـ س  $\subset$  هـ ص )

[ ك ] ( هـ ص  $\subset$  هـ ط )

∴ [ ج ] ( هـ ط ، هـ س )

ورغم أن النتيجة هنا تتسق منطقياً وواقعياً مع ما سبقها من مقدمات - من منظور تقليدي - إلا أنها تخالف قواعد المنطق الرمزي باستنتاج قضايا ذات مدلول وجودي لأفراد موضوعها من قضايا فارغة هي القضايا الكلية . ومن فإن ما سبق أن انطبق على الضرب الأول من الشكل الثالث ينطبق على هـ الضرب ؛ من ناحية تحديد الخطأ وأسباب الوقوع فيه وسبل اصلاحه اصلاً - منطقياً . ونصوغ الاستدلال السابق في صورة رمزية بلغة حساب القضايا

[ ( هـ  $\subset$  ل ) ، ( ل  $\subset$  م ) ]  $\subset$  ( م ، هـ )

وتلك صيغة دالة تركيبية تصدق في بعض الحالات وتكذب في حالات أخرى . ونتأكد من ذلك ان أقمنا قائمة صدق ، حيث نجد أن قيم الصد تحت ثابت اللزوم الثالث هي : [ ص ، ص ، ص ، ص ، ص ، ك ، ص ، ك ] . وسبيل اصلاح صيغة هذا الاستدلال هو اضافة قضية وجود للمقدمات : [ جـ ] ( هـ س ) تشير إلى فئة موجودة بالفعل وليست فارغة نستبدل ( هـ ) بها ، لتصبح الصيغة :

{ [ ( هـ  $\subset$  ل ) ، ( ل  $\subset$  م ) ] ، هـ }  $\subset$  ( م ، هـ )

ونتأكد من صحتها كاستدلال بقائمة صدق :

[illegible]

جاء الاستدلال سليماً ، وتحققت سلامته منذ اللحظة التي جاءت فيها جميع قيم صدق ثابت الوصل — الذى يربط المقدمات — السابق للقضية الوجودية ( ١٩ ) كاذبة ، باستثناء الصف الأفقى الأول الذى تأتى جميع قيم صدقه صادقة . وذلك على أساس أن القياس قضية لزوم نحرص فيها على ألا يكون المقدم صادقاً والتالى كاذباً .

يتكون من مقدمة كبرى قضية كلية موجبة ، ومقدمة صغرى قضية كلية سالبة ، ونتيجة قضية كلية سالبة . وقد يتوقع القارئ أن تأتي النتيجة قضية جزئية سالبة أسوة بما حدث في الضرب السابق ، إلا أن ذلك سيتحقق في ضرب تالٍ تشغل فيه قضية كلية سالبة موقع المقدمة الكبرى .

$$\begin{array}{l} [ك] (هـ س \subset هـ ص) \\ [ك] (هـ ص \subset هـ ط) \end{array}$$

---


$$\therefore [ك] (هـ ط \subset هـ س)$$

ونصوغ نفس الضرب في صورة رمزية لنظرية حساب القضايا :

$$[(هـ \subset ل) \cdot (ل \subset م)] \subset (م \subset و)$$

وبُشِت التحقق من هذه الصيغة أنها صيغة صادقة صدقاً منطقياً سواء بطريقة استنباطية أو باستخدام قائمة صدق .

#### 4 - 3 الضرب الثالث : Dimaris

ويتكون من مقدمة كبرى قضية جزئية موجبة ، ومقدمة صغرى قضية كلية موجبة ، والنتيجة قضية جزئية موجبة . ومثالنا عليه :

$$\begin{array}{ll} \text{بعض الطلاب} & \text{حاضرون} \\ \text{كل الحاضرين} & \text{سعداء} \end{array}$$

---


$$\therefore \text{بعض السعداء طلاب}$$

ويأخذ هذا المثال الصورة الرمزية في حساب دالات القضايا :

$$\begin{array}{l} [ج] (هـ س \cdot هـ ص) \\ [ك] (هـ ص \subset هـ ط) \end{array}$$

---


$$\therefore [ج] (هـ ط \cdot هـ س)$$

ويأخذ صورة رمزية أخرى في لغة حساب القضايا :

$$[(هـ \cdot ل) \cdot (ل \subset م)] \subset (م \cdot و)$$

وهي صيغة سليمة من الناحية المنطقية :





[ ك ] ( ه س ~ ه ص )

[ ك ] ( ه ص ~ ه ط )

---

∴ [ ج ] ( ه ط ، ~ ه س )

وبلغة حساب القضايا :

[ ( ه ~ ل ) ، ( ل ~ م ) ] ( م ~ ه )

وتثبت قائمة الصدق أن هذه الصيغة ليست صحيحة ، حيث ترد بعض قيم الصدق كاذبة تحت ثابت اللزوم الرئيسى . وسيل اصلاح هذه الصيغة — وكل قياس من هذا النوع — هو اجراء تعديل على نوع الاجراءات المنطقية التى تربط بين المقدمات ، وتؤلف المقدم فى قضية لزومية ، أعنى اضافة أو عطف قضية وجودية على المقدمات هى [ ج ] ( ه س ) أو ( ه ) . لتصبح صيغة الاستدلال :

[ ( ه ~ ل ) ، ( ل ~ م ) ] ( م ~ ه )

وهى صيغة صحيحة تشير إلى سلامة الاستدلال فى صورته الجديدة .

5-4 الضرب الخامس : Fresion

ويتكون هذا الضرب من قضية كلية سالبة كمقدمة كبرى وقضية جزئية موجبة كمقدمة صغرى ، ثم النتيجة قضية جزئية سالبة :

لا مُصلح      مطمئن

بعض المطمئنين      مؤمنون

---

∴ بعض المؤمنين ليس مصلحاً

[ ك ] ( ه س ~ ه ص )

[ ج ] ( ه ص ، ه ط )

---

∴ [ ج ] ( ه ط ، ~ ه س )



**Barbara : 1-5 الضرب الأول**

كل الزعماء  
عبد الناصر

مناضلون  
زعيم

∴ عبد الناصر مناضل

وصورة هذا الضرب في حساب دالات القضايا :

$$\{[k] \mid (k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}) \cdot (k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\})\} \cup \{(\infty, \infty)\}$$

**وصيفته في حساب القضايا :**

$$J C [ \psi \cdot (J C \psi) ]$$

ولنبرهن على صدق وصحة هذه الدالة :

ل	ح	و	.	ل	ح	و
ص ك ص ك	ص ص ص ص	ص ص ك ك	ص ك ك ك		ص ك ص ص	
x	✓		x			

**Celarent : 2 - 5 الضرب الثاني :**

لا واحد من المجاهدين بخائن  
عمر المختار أحد المجاهدين

∴ عمر المختار ليس خائناً

وصورة هذا القياس الرمزية :

$$\{ [ك] (هـ س \supset \sim هـ ص) \cdot (و س) \supset \sim و ص$$

وفي حساب القضايا :

$$[ (و \supset \sim ل) \cdot و ] \supset \sim ل$$

ويمكن البرهنة أيضاً على صدق هذه الدالة القياسية :

و	ل	و	ل	و	ل
ك	ص	ص	ك	ص	ك
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ك	ك	ص	ك
ص	ص	ك	ك	ص	ص
×	✓	×	×	×	×

5-3 الضرب الثالث : Cesare

لا واحد من أهل الجنة يَصَلِّي النار  
أبو هب يَصَلِّي النار

∴ أبو هب ليس من أهل الجنة

وصورة هذا القياس في لغة دالات القضايا :

$$\{ [ك] (هـ ص \supset \sim هـ س) \cdot (و س) \supset \sim و ص$$

ونصوغه في حساب القضايا هكذا :

$$[ (و \supset \sim ل) \cdot و ] \supset \sim ل$$

وتثبت قائمة الصدق أن هذا القياس صيغة تحليلية أيضاً :

ل	ص	ل ~	ص	ل
ك	ص	ص	ك	ك
ص	ص	ص	ص	ص
ك	ص	ك	ك	ص
ص	ص	ك	ك	ص
×	✓		×	

### 3-5 - الضرب الرابع : Camestres

كل الشهداء في الجنة  
وكاهانا لن يدخل الجنة

∴ «كاهانا» ليس شهيداً

وصورة هذا الضرب بدالات القضايا :

{ [ ك ] ( هـ ص ) ( هـ س ) ( و س ) } ( و ص ) ~

وصورته بحساب القضايا :

[ ( ل ص ) ( و ~ ) ] ( ل ~ )

وهي صيغة تحليلية أيضاً :

ل	ص	ل ~	ص	ل
ص	ص	ك	ك	ك
ص	ص	ك	ك	ص
ك	ص	ص	ك	ص
ص	ص	ص	ص	ص
×	✓		×	

## خاتمة :

آثرنا أن نسبر غور بعض مباحث المنطق الصورى القديم أرسطياً وتقليدياً ، مسلحين بأدوات بحث جديدة وضعها المنطقة المحدثون . وكان الهدف بيان الشوط الذى قطعه المنطق الصورى الحديث فى تحقيق درجة أعلى من الصورية والبساطة والقدرة على الاشتقاق . ولا شك أن ما تكشف لنا عند عرض نظرتى حساب القضايا وحساب دالات القضايا يشير إلى مدى ما أحرزته المنطقة من تقدم فيما يتعلق بالحساب التحليلى على الأقل ، فليس ما نقدمه هنا هو جماع مباحث المنطق الصورى الحديث وإنما نعى بجانب منه ، يتعلق بمحاولة استعراض جوانب من الحساب التحليلى للنظريات .



## الفصل التاسع

### نظرية حساب الفئات



## الفصل التاسع

### نظرية حساب الفئات

مقدمة :

نظرية حساب الفئات Calculus of Classes هي ثالث نظريات المنطق الرمزي التي نعرضها في هذا البحث المنطقي . وتمتد جذور هذه النظرية في رأى بعض المناطق إلى نظرية القياس في المنطق التقليدي<sup>(1)</sup> ، إلا أن أول من حاول صياغتها كنظرية هو « جورج بول » G. Boole ، [ 1864 - 1815 ] ، وان عبّرت محاولته عن رغبة في اقامة المنطق على أسس رياضية ، بحيث ينتمى المنطق إلى علم الجبر على وجه الخصوص<sup>(2)</sup> . وقد عرض « بول » نظريته في كتابيه الشهيرين : التحليل الرياضى للمنطق [ 1847 ] ، قوانين الفكر [ 1954 ]<sup>(3)</sup> .

وقد أسهم في تطوير مهمة « بول » مجموعة من المناطق مثل : « جيفونز » و « بيرس » و « شرويدر » و « هنتنجتن » ، وذلك بتصحيح بعض القواعد التي اقترحها مع إضافة ثوابت جديدة ، وان كانت تصورات هؤلاء جميعاً تدور حول اقامة النظرية على نموذج جبرى ، وفي مقابل هؤلاء تشكل جانب منطقي خالص يمثله « فريجه » و « بيانو » ، رأى أصحابه أن المنطق هو الأساس الذى تشتق منه التصورات الرياضية . وجاء « رسل » ليفيد من الجانبين وان كان يميل إلى الدفع بالاتجاه اللوجستيقى إلى أبعد مدى ممكن<sup>(4)</sup> .

يمكن أن نعرّف فئة ما Class ولتكن [ ا ] بأنها « مجموع الموضوعات أو الأشياء التى لها خاصية معينة هي [ ا ] » ، وهذا تعريف شديد العمومية أشار

(1) Reichenbach, H., Elements of Symbolic Logic, P. 200.

(2) Kneale, W. & M., The Development of Logic, PP. 404 - 5.

(3) The Mathematical Analysis of Logic.

An Investigation of the Laws of thought on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities.

(4) محمود زيدان : المنطق الرمزي ، ص 247 - 249 .

في بدايته إلى « مجموع » وأشار في نهايته إلى « خاصة » أو صفة تجمع أعضاء الفئة ، مما يعنى أن هناك تعريفين للفئة ؛ تعريف ماصدق وتعريف مفهومي .  
 التعريف الماصدق للفئة : « تتألف الفئة من كل الحدود التي تعوض في دالة قضية ، بحيث تحدد كل دالة قضية فئة ما »<sup>(5)</sup> . ويُقصد بذلك أن بكل دالة متغيرات argument ، ان وضعنا محلها قيمة صادقة جاءت الدالة صادقة ، أما ان وضعنا قيمة غير ملائمة فان الدالة تصبح كاذبة . مثال ذلك إن قلنا : « هـ رئيس جمهورية في القرن العشرين » ، وعوضنا عن المتغير [ هـ ] بقيم من نوع : « شارل ديغول » و « جمال عبد الناصر » و « جوزيف تيتو » كانت الدالة صادقة ، أما ان عوضنا بقيم أخرى مثل : « نابليون » ، « جان جاك روسو » و « أفلاطون » تصبح الدالة والقضية الناتجة عنها كاذبتين . وتنشأ علاقة تكافؤ صوري بين دالتين لفئتين لهما نفس الأعضاء ، كذلك فإن الدالتين المتكافئتان من الناحية الصورية — تصدق احدهما ان صدقت الأخرى — يشيران إلى نفس الفئة<sup>(6)</sup> .

أما التعريف المفهومي للفئة فيركز على الخاصية أو الخواص التي يشترك فيها جميع أفراد مجموعة ما ، لكن بحيث لا يؤدي بنا هذا القول إلى تصور الفئة رمزاً له وجوده المستقل ؛ فقد أدخل « هوايتيد » و « رسل » الفئات إلى نسقهم المنطقي بوصفها رموزاً ناقصة فقط ، ليست قائمة بذاتها ، وإنما تكتسب معنى عندما يحتويها سياق أو قضية . ومن ثم فالفئات هي بمثابة « مواضع رمزية أو لغوية لا تتمتع بتلك الواقعية الأصلية التي يتمتع بها أعضاء نفس الفئة حالة كونهم أفراداً »<sup>(7)</sup> . ويعنى ذلك أن الفئة تكتسب وجودها من الأعضاء المنتمين لها ، حتى ولو كان هناك عضو واحد ، أما ان كانت فئة بلا أعضاء على الإطلاق فهي فئة فارغة Null Class أو بالأحرى فئة لا وجود لها .

ورغم أن كلمة « فئة » Class لم يستخدمها المنطق التقليدي ، إلا أن نفس معناها كان متضمناً فيما أسماه المنطق التقليدي بالحدود « Terms » ، لكن علينا أن نلاحظ تمييزاً هاماً قامت نظرية الفئات لبيانها ، وهو أن الحدود التي تشير إلى

(5) Principia, P. 187.

(6) Ibid., See also : Dictionary of Philosophy, item, Class, P. 56.

(7) Principia, P. 72.

أسماء أعلام ليست فئات ، وبالتالي فهي هنا حدود في القضية الحملية تشير إلى فئات وهناك حدود تشير إلى أفراد ، ولا يمكن أن تكون الحدود هنا وهناك من نوع واحد . وسوف يتضح هذا الأمر جلياً عند وضع المصطلح الرمزي .

### أولاً - المصطلح الرمزي :

نستخدم نظرية حساب الفئات مجموعة من الرموز كثوابت ومتغيرات ، ويلاحظ أن بعض هذه الرموز يخصصها وحدها ، ويعود البعض الآخر - ثوابت بالذات - إلى نظرية حساب القضايا ، كما تعود بعض المتغيرات إلى نظرية حساب دالات القضايا . وإذا كانت الثوابت بوصفها إجراءات منطقية ثابتة لا تتغير بين منطقتي وآخر ، فإن المتغيرات ليست موضع اتفاق تام بين المناطق وإن كانت تؤدي نفس الدور لدى كل منهم<sup>(8)</sup> . نعرض لمفردات المصطلح الرمزي لنظرية حساب الفئات فيما يلي :

#### 1 - أعضاء الفئة :

يرمز للأعضاء بالحروف  $X$  ،  $Y$  ،  $Z$  ، ونرمز لها في العربية بالحروف هـ ، و ، ي . وهي نفس الحروف ومقابلها كما وردت في نظرية دالات القضايا .

#### 2 - رموز الفئات :

تعددت تلك الرموز بتعدد الكتب الهامة في المنطق ، فهناك من يستخدم الحروف اليونانية  $\Phi$  ،  $\Psi$  ،  $K$  ، وهناك من يستخدم الحروف الحديثة  $F$  ،  $G$  ،  $H$  أو  $A$  ،  $B$  ،  $C$  . سنرمز نحن للفئات بالحروف الأبجدية ا ، ب ، ج<sup>(9)</sup> .

(8) قارن :

- Strawson, P. F., *Introduction to Logical Theory*, Ch. 4.
- Reichenbach, Op. Cit., Ch. V.
- Copi, I. M., *Symbolic Logic*, Ch. 7.
- Quine, W. O., *Methods of Logic*, PP. IV, 38.

(9) نستخدم الحرف ( ج ) هنا بهذا الشكل تمييزاً له عن نفس الحرف الذي نستخدمه كسور للقضية الوجودية ويأخذ الشكل [ جـ ] .

### 3 — عضوية الفرد في فئة :

يستخدم في الإشارة إليها الحرف الخامس من حروف الهجاء اليوناني (  $\epsilon$  ) اختصاراً للكلمة اليونانية (  $\epsilon\sigma\tau\iota$  ) وتعني الرابطة is . فإن أردنا التعبير عن انتماء العضو ( هـ ) إلى الفئة ( أ ) ، أى ( X ) إلى الفئة ( A ) ، فإننا نكتب الصيغة :

$$(X \in A) \quad \text{أى} \quad (h \in a)$$

ونقرأها :

$$(h \text{ عضو في الفئة } a) \quad \text{أى} \quad (X \text{ epsilon } A)^{(10)}$$

وهذا المعنى مشتق من الرياضيات ، وأول من استخدمه « بيانو » ، ونجده مستخدماً بوضوح في نظرية المجموعات Sets . أما نفى القضية السابقة فنرمز له بالرمز  $\notin$  ونستخدمه في التعبير عن قضية من نوع ( هـ لا ينتمي إلى أ ) أو ( هـ  $\notin$  أ )<sup>(11)</sup> .

### 4 — الفئة الشاملة : Universal Class

هي فئة تتسع لكل الفئات التي يمكن أن تدرج تحتها . إنها فئة تحتوي على كل الأشياء أو الحوادث موضع الحديث . وكان الجهاز الرمزي لجورج بول يرمز لهذه الفئة بالرمز [ U ] أو الواحد الصحيح [ 1 ] سنرمز لها نحن بالرمز [ V ] متابعين في ذلك حساب برنكيا .

### 5 — الفئة الفارغة : Null Class

هي فئة ليس لأفرادها وجود ، أى ليس لها أمثلة جزئية موجودة بالفعل ، كفئة الدائرة المربعة ، الحصان المجنح ... إنها فئة بلا أعضاء ، ويشار إليها بالرمز  $\Delta$  أو الرمز  $\phi$  .

(10) Reichenbach, Op. Cit., P. 192.

(11) Green, J. A. Sets and Groups, P. 1 & Greenstein. Dictionary of Logical Terms and Symbols, P. 12.

## 6 — احتواء فئة في فئة : Class inclusion

هو أشمل من عضوية الفرد في فئة ، ويُرمز له بالرمز  $C$  حسب الأسلوب الأوروبي في الكتابة ، وسنعكس وضع هذا الرمز عند كتابته في أسلوب عربي بحيث يصبح  $\supset$  . نعبّر عن احتواء الفئة (  $A$  ) في الفئة (  $B$  ) بالصيغة :

$$A \supset B$$

## 7 — وجود الفئة :

يقال عن فئة أنها موجودة إذا كان هناك عضو واحد على الأقل ينتمي إلى تلك الفئة ، فنرمز إلى قولنا «  $A$  موجود » بالصيغة : (  $\exists ! a$  ) وبالعبارة : ( ج ١١ )<sup>(12)</sup> .

## 8 — رموز منطقية للسلب والضرب والجمع والمساواة :

هناك مجموعة من العمليات المنطقية التي تستخدم في نظريتي حساب القضايا وحساب الفئات ، وتؤدي رموز هذه العمليات نفس الدور في النظريتين إذا كنا نبحث في عضوية فرد في فئة . أما ان تناولنا علاقة فئة بفئة فإن نظرية حساب الفئات تستخدم رموزاً جديدة خاصة بها ومن هذه الرموز :

### 1-8 رمز السلب :

( — ) ويقصد به أن يكون تنمة للفئة أو إكمالاً لها ، بحيث تكون الفئة ونقيضها أو تتمتها الفئة الشاملة . وسلب فئة يشير إلى فئة تجعل الصيغة (  $\epsilon A$  ) قضية كاذبة ، فإن أردنا أن نسلب القضية السابقة قلنا : (  $\epsilon - A$  ) أو (  $\epsilon - A$  ) .

### 2-8 الضرب المنطقي :

. ورمزنا له قبل ذلك بـ : واو العطف ، (  $\cdot$  ) ، (  $\times$  ) ونرمز له هنا بالرمز

(12) Principia, P. 29.



$\cap$  الذى يشير إلى الضرب المنطقى بين فئتين<sup>(13)</sup> . وناتج هذا الضرب هى فئة تتألف من أعضاء الفئتين معاً . فإن قلنا ( هـ ع ا ) و ( هـ ع ب ) فإن ذلك يعنى ( ا  $\cap$  ب ) .

### 8-3 الجمع المنطقى :

ويقابل رمز الفصل (  $\vee$  ) فى نظرية حساب القضايا ، وترمز له نظرية حساب الفئات بالرمز  $\cup$  . والجمع المنطقى بين فئتين هو فئة من هم أعضاء فى فئة ( ا ) أو فى فئة أخرى ( ب ) أو فيهما معاً ، ونعبر عن ذلك بالصيغة ( ا  $\cup$  ب ) .

### 8-4 المساواة :

ورمزها علامة ( = ) ، وتربط بين فئتين لهما نفس الأعضاء ، وتشبه فكرة التكافؤ (  $\equiv$  ) فى حساب القضايا ، إلا أن التساوى ينشأ كعلاقة بين الفئات ، بينما ينشأ التكافؤ بين أعضاء فى فئات . وهناك أيضاً علامة عدم المساواة  $\neq$  كمقابل لعلامة المساواة .

### ثانياً : العمليات المنطقية لحساب الفئات :

يمكن إجراء نفس العمليات المنطقية لحساب القضايا فى حساب الفئات ، ورغم أن لكل منهما ثوابته المنطقية التى تشير إلى تلك العمليات إلا أن لكل ثابت نفس الدلالة المنطقية فى النظريتين . لنعرض لنماذج من هذه العمليات :

#### 1- السلب : Negation

يمكن أن يستخدم السلب فى تعريف التام ( - ا ) للفئة ( ا ) ، أو الفئة السالبة ، بمعنى أن سلب الفئة ( ا ) يتألف من مجموعة حدود ولتكن ( هـ ) بحيث يمكن تكذيب الصيغة ( هـ ع ا )<sup>(14)</sup> .

(13) يشير نفس الرمز  $\cap$  إلى عملية التقاطع Intersection بين مجموعتين فى الرياضيات ، بحيث إذا كان ( ا ) ، ( ب ) مجموعتين فإن تقاطعهما ( ا  $\cap$  ب ) يشكل فئة تشمل كل العناصر التى تنتمى إلى ا ، ب معاً . انظر : P. 4 : Green, Op. Cit.

(14) Principia, P. 27.

وهناك حدود من نوع آخر لا تعد الصيغة (  $h \in a$  ) صادقة بالنسبة لها ولا كاذبة ، بل تصبح بلا معنى ، ومثل هذه الحدود ليست أعضاء في سلب الفئة (  $a$  ) . ومن ثم فإن سلب الفئة (  $a$  ) هو فئة الحدود التي ليست أعضاء بها ، إنها فئة [  $k$  ] (  $h \sim a$  ) . ويمكن أن نسوق تعريفاً لذلك :

$$-a = [k] \text{ ( } h \sim a \text{ )} \quad \text{تع}^{(15)}$$

وهناك تعريف آخر للعلاقة بين قضايا سالبة :

$$(h \sim a) \equiv (-a \in h) \quad (16)$$

ذلك أن قولنا : «  $h$  عضو في فئة ليس  $a$  » يكافئ قولنا : «  $h$  ليس عضواً في الفئة  $a$  » . وثمة تعريف ثالث :

$$(h - a) = (-h \in a)$$

ويعني أن قولنا : «  $h$  ليس عضواً في  $a$  » يساوي قولنا : « من الكذب التسليم بأن  $h$  عضو في  $a$  » .

ب — الجمع المنطقي ( الفصل ) :

ثابت السلب ثابت أحادي ، أما بقية الثوابت المنطقية فإنها ثوابت ثنائية تعبر بصورة أو بأخرى عن ارتباط بين قضيتين . وثابت الفصل من هذه الثوابت ويستخدم في حساب القضايا وفي حساب الفئات .

والجمع المنطقي لفئتين (  $a$  ،  $b$  ) هو فئة تتشكل من حدود كليهما : (  $a \cup b$  ) وتعريفه :

$$a \cup b = [k] \text{ ( } h \in a \text{ ) } \vee \text{ ( } h \in b \text{ )} \quad \text{تع}^{(17)}$$

أما ان نظرنا إلى عملية الجمع المنطقي مرتبطاً بقضايا ، فإن تعريفه يأخذ هذا الشكل :

$$h \in a \cup b \equiv (h \in a) \vee (h \in b)$$

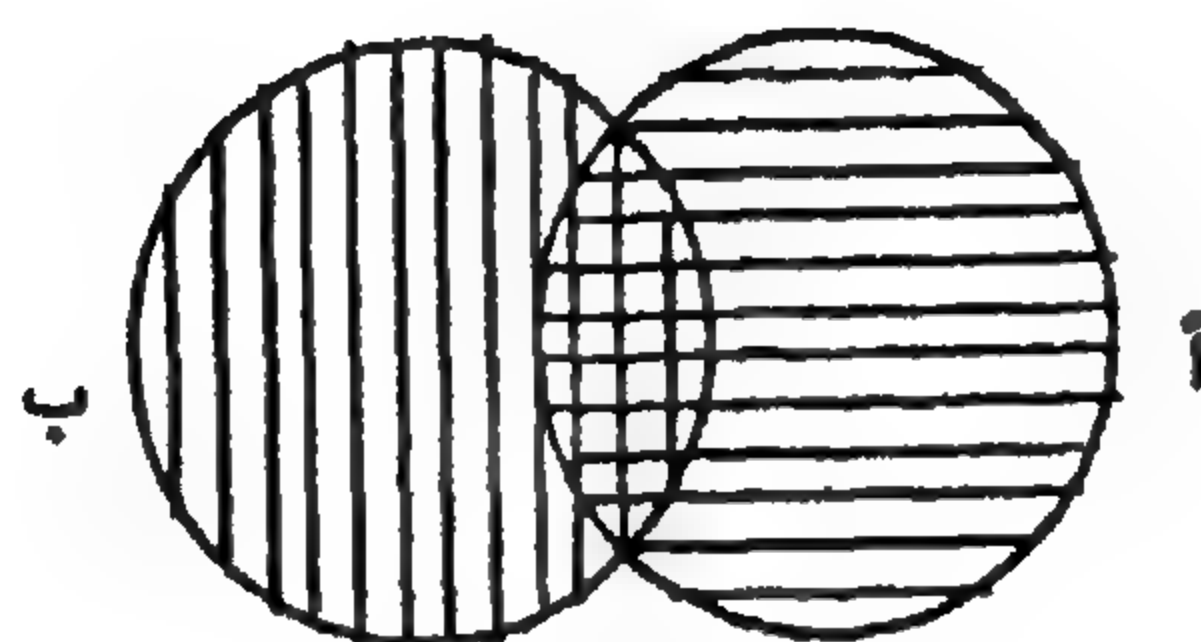
(15) Ibid., P. 27 & P. 207.

(16) Ibid.

(17) Ibid., P. 27 & P. 207.

وقد استخدمنا في التعريفين رمزين للفصل أى للجمع المنطقي  $[ U ]$  ،  
 $[ \vee ]$  ، استخدمنا الرمز  $[ U ]$  للدلالة على الجمع بين الفئات ، بينما استخدمنا  
 الرمز  $[ \vee ]$  للدلالة على الجمع بين أعضاء الفئات .

ويتضح معنى الفصل أو الجمع المنطقي بين فئتين بالنظر في هذا الشكل :



تتبع الفئة ( أ ) بالمنطقة ذات الخطوط الأفقية ، بينما تتبع الفئة ( ب )  
 بالمنطقة ذات الخطوط الرأسية ، وتتبع الفئة الشاملة ( أ  $\vee$  ب ) أو  
 ( أ + ب ) بكل المناطق المظللة بخطوط رأسية وأفقية بما فيها الجزء ذى الخطوط  
 المتقاطعة . ومن البديهي أن هذا الجزء يحسب مرة واحدة فقط<sup>(18)</sup> . مثال ذلك  
 أنه عندما يشير أ ، ب إلى نوعين من المجتمعات ، فإن الفئة الشاملة بينهما تتبع  
 بكل الأشخاص ممن هم أعضاء في واحد من هذين المجتمعين على الأقل . وإذا  
 كان هناك شخص في المجتمعين فإنه يحسب مرة واحدة في الفئة الشاملة .  
 وعندما يخطط المجتمعان للقاء مشترك بينهما فإن الأشخاص الذين يحضرون مثل  
 هذا اللقاء ينطوون تحت الفئة الشاملة للمجتمعين .

ونستطيع أن نشير إلى مجموعة من القوانين الخاصة بالجمع المنطقي :

$$1 \text{ — } A \cup A = A^{(19)}$$

$$2 \text{ — } A \cup B = B \cup A$$

$$3 \text{ — } [ A \cup B \cup C ] = [ ( A \cup B ) \cup C ]^{(20)}$$

(18) Reichenbach, Op. Cit., P. 194.

(19) Principia, P. 209.

(20) Ibid., P. 211.

$$4 - (A \cup B) - A = B - A$$

$$5 - (A \cup B) \cup A = A \cup B \quad (21)$$

كما يمكن الإشارة إلى مجموعة من العمليات المنطقية الخاصة بالجمع المنطقي بين الفئات :

1 - الجمع المنطقي لفئة شاملة مع فئة فارغة يساوى الفئة الشاملة<sup>(22)</sup> :

$$1 = 0 \cup 1 \quad , \quad 1 = 0 + 1$$

$$V = \Lambda \cup V \quad , \quad U = \phi + U$$

والصيغ الأربعة متطابقة في المعنى وإن اختلفت الرموز فيها ، وسوف نستخدم رموز الصيغة الأخيرة فيما بعد .

2 - الجمع المنطقي لأى فئة مع الفئة الشاملة يساوى الفئة الشاملة :

$$U = U \cup 1$$

$$V = V \cup 1$$

3 - الجمع المنطقي لأى فئة مع الفئة الفارغة يساوى تلك الفئة<sup>(23)</sup> :

$$1 = \phi \cup 1$$

$$1 = \Lambda \cup 1$$

ح - الضرب المنطقي [ الوصل ] :

ناتج الضرب المنطقي Logical product بين فئتين A ، B يتمثل في فئة مشتركة Common Class بينهما ، إنها فئة تتألف من الحدود الأعضاء في الفئتين في نفس الوقت . ونرمز لذلك بالصيغة ( A ∩ B ) وننقل عن برنكيا هذا التعريف :

$$A \cap B = [K] (A \in H) , (B \in H) \quad \text{تع} \quad (24)$$

(21) Ibid.

(22) Greenstein, Op. Cit., P. 15.

(23) Ibid., P. 16.

(24) Principia. P. 27 & Green, Op. Cit., P. 4.

ويمكن أن يشتق من هذا التعريف علاقة تكافؤ على هذه الصورة :

$$ه \varepsilon (ا \cap ب) \equiv (ه \varepsilon ا) \cdot (ه \varepsilon ب)$$

وتعنى هذه الصيغة أن القول بأن « ه عضو في فئة هـ » حاصل الضرب المنطقي بين فئتين ا ، ب ، يكافئ القول بالضرب المنطقي بين « ه عضو في ا ، و ه عضو في ب »<sup>(25)</sup>.

وإذا عدنا ونظرنا إلى الشكل السابق الذى يوضح تقاطع الفئتين ( ا ، ب ) ، وجدنا أن الفئة المشتركة تتعين بالمنطقة المظللة بخطوط متقاطعة فقط . فإذا قلنا « الزهور الحمراء » فأننا نشير إلى فئة مشتركة بين فئة الزهور وفئة الأشياء الحمراء ، أى أنها حصيلة ضرب الفئتين في بعضهما<sup>(26)</sup> . كما قد ينشأ الاشتراك بين شيء أو شخص في فئتين معاً مثل قولنا : « خالد بن الوليد قائد طموح » فالقادة فئة ، والطامحون فئة أخرى ، وثمة فئة ثالثة ينتمى إليها « خالد » تختلف عن الفئتين . كذلك الحال ان قلنا : « أحمد طالب مستير » و « أميرة فتاة مهيبة » فإن كلا منهما ينتمى إلى فئة مشتركة تنتج عن ضرب فئتين معاً ، ويستبعد كل مثال — أو بالأحرى فئته المشتركة — الفئات المناقضة لها .

ونستطيع أن نقرر بصفة عامة أن الفئة المشتركة أصغر من الفئتين اللتين تشتركان في تكوينها ، اللهم إلا في بعض الحالات التى تتساوى فيها مع أحد الفئتين ، لكن من المؤكد أنها لن تكون أكبر منهما على الإطلاق . أما الفئة الشاملة — فى مقابل ذلك — فإنها أكبر من كل من الفئتين ، اللهم إلا فى بعض الحالات التى تتساوى فيها مع أحد الفئتين ، إلا أنها ليست أصغر منهما .

ويمكن أن نشير إلى مجموعة من القوانين الخاصة بالضرب المنطقي :

$$1 \quad 1 \cap 1 = 1 \quad (27)$$

$$2 \quad 1 \cap ب = ب \cap 1$$

(25) Ibid.

(26) Reichenbach, Op. Cit., P. 195.

(27) Principia, P. 209.

$$3 - (a \cap b) \cap c = a \cap (b \cap c)$$

$$4 - a \cap (b \cap c) = (a \cap b) \cap c$$

$$5 - a \cap (b \cap c) = (a \cap b) \cap c^{(28)}$$

وهناك مجموعة من العمليات الخاصة بالضرب المنطقي بين الفئات المختلفة<sup>(29)</sup> :

1 - حاصل الضرب المنطقي لفئة شاملة بفئة فارغة يساوى الفئة الفارغة :

$$1 \cap \emptyset = \emptyset$$

$$\phi = \phi \cap U$$

$$\Lambda = \Lambda \cap V$$

2 - حاصل الضرب المنطقي لأى فئة بفئة شاملة يساوى تلك الفئة :

$$1 = U \cap 1$$

$$1 = V \cap 1$$

3 - حاصل الضرب المنطقي لأى فئة بفئة فارغة يساوى الفئة الفارغة :

$$\phi = \phi \cap 1$$

$$\Lambda = \Lambda \cap 1$$

كما أن هناك مجموعة من القواعد والقوانين المنطقية التى تشمل عمليتي الجمع والضرب ، منها على سبيل المثال :

1 - الجمع المنطقي لفئة مع حاصل ضربها بفئة ثانية يساوى الفئة الأولى<sup>(30)</sup> :

$$1 = (a \cap b) \cup 1$$

2 - الضرب المنطقي لفئة مع حاصل جمعها وفئة ثانية يساوى الفئة الأولى :

$$1 = (a \cup b) \cap 1$$

(28) Principia, P. 212.

(29) Greenstein, Op. Cit., P. 15.

(30) Principia, P. 210.



3 — ان الجمع المنطقي لحاصل الضرب المنطقي بين فئتين ، مع حاصل الضرب المنطقي للفئة الأولى وسلب الفئة الثانية يساوى الفئة الأولى :

$$I = (I \cap B) \cup (I \cap \bar{B})$$

4 — ان الضرب المنطقي لحاصل الجمع المنطقي بين فئتين في حاصل الجمع المنطقي للفئة الأولى وسلب الفئة الثانية يساوى الفئة الأولى<sup>(31)</sup> :

$$I = (I \cup B) \cap (I \cup \bar{B})$$

يرتبط الحديث عن الفئة المشتركة والفئة الشاملة بحديث ساذ في المنطق التقليدي عن الماصدق والمفهوم . والمقصود بمفهوم حد معين هو ما يعنيه هذا الحد ، وثمة قاعدة تقرر أنه كلما زاد نطاق المفهوم إتساعاً ضاق وقل عدد أفراد الماصدق ، والعكس صحيح . التصور « زهرة حمراء » له مفهوم أوسع من التصور « زهرة » والسبب هو إضافة الصفة « أحمر » إلى التصور « زهرة » . يتفق مع هذا القول بأن ماصدق التصور « زهرة حمراء » أصغر من ماصدق التصور « زهرة » .

والحقيقة أن ما يقال عن زيادة في المفهوم — أو في المحتوى — هو إضافة فئة ثانية أو خاصية باستخدام « و او العطف » . ولهذا فإن الحديث عن فئة مشتركة بين تصورين يصحبه في العادة نقص في عدد الماصدقات . أما عندما يرتبط تصوران بالأداة « أو » فإن عدد الماصدقات يزداد نتيجة لظهور فئة شاملة . مثال ذلك أن فئة الأشياء الحمراء أو الزهور هي أكبر عدداً من كل فئة على حدة . ويقابل ذلك تقليل في نطاق المفهوم ، ويؤكد ذلك استخدامنا للأداة « أو » ، مثال ذلك : أن للتصور « والد » مفهوماً أقل من التصور « أم » ، ذلك لأنه — والد — قابل للتعريف على أنه « أم أو أب » ، وعند إضافة هذا التعديل إلى القانون التقليدي فإنه يتفق مع العلاقات الماصدقية التي سبق أن قررناها للفئة المشتركة والفئة الشاملة<sup>(32)</sup> .

(31) Op. Cit., P. 16.

(32) Reichenbach, Op. Cit., P. 196.

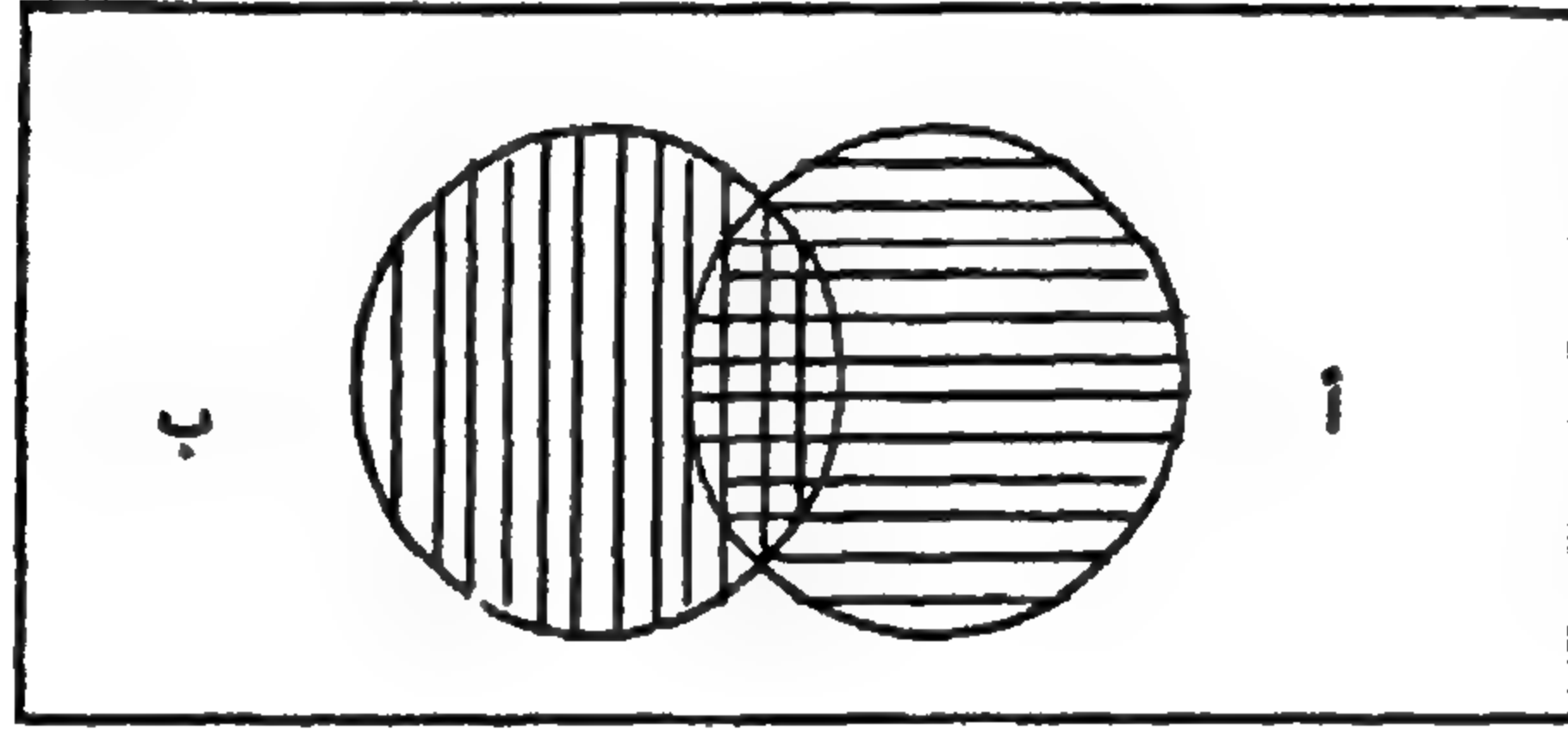


## د - علاقة اللزوم :

يمكن أن ينطبق ما قلناه على عمليات الجمع والضرب المنطقي على بقية الاجراءات المنطقية ، ومن بينها اللزوم المنطقي بين فئتين . ويمكن تعريف اللزوم باستخدام مفردات نظرية حساب الفئات الرمزية :

$$h \in (a \subset b) = (h \in a) \subset (h \in b)$$

ولما كان  $(a \subset b)$  في هذا التعريف تعني  $(- \vee a \vee b)$  بلغة حساب القضايا ، فإنه يمكن أن نوضح طبيعة هذا المعنى بالرجوع إلى الشكل :



نمثل  $(- a)$  بالمنطقة غير المظللة أفقياً ( لأن المنطقة المظللة أفقياً هي  $a$  ) ، ومن ثم يمكن تعيين  $(- a \vee b)$  بأنها المنطقة غير المظللة أفقياً بالإضافة إلى المنطقة المظللة رأسياً . وهذا يعني أن  $(a \subset b)$  تتعين بالمنطقة المرسومة أمامنا باستثناء الجزء الهلالي المظلل أفقياً ولا يتقاطع مع الخطوط الرأسية .

ولنا عود للحديث عن اللزوم عند الحديث عن الاحتواء .

## هـ - التكافؤ والتساوي والاحتواء :

تستخدم نظرية حساب الفئات فكرة التكافؤ ورمزها  $(\equiv)$  كما وردت في نظرية حساب القضايا للتعبير عن الصيغ التحليلية وبخاصة تلك الصيغ التي تحتوي على أعضاء ينتمون إلى فئات . أما رمز المساواة  $(=)$  فيستخدم في حساب الفئات ليشير إلى هوية أو تطابق ينشأ بين فئتين ، بحيث إذا قلنا : «  $a = b$  » فهذا يعني أن الفئة  $(a)$  والفئة  $(b)$  فئة واحدة . ويختلف

التساوى بمعناها الحسابى أو العددى عن التساوى بمعناه المنطقى هنا ،  
« فالتساوى العددى لا يستلزم الهوية بالضرورة بينما تستلزم كل هوية بالتساوى  
العددى » (32) .

يمكن تعريف الهوية أو التساوى بين فئتين بالصيغة :

$$(a = b) = \{ [k] (a \in b) \equiv (b \in a) \} \quad \text{تع (33)}$$

يكشف هذا التعريف طبيعة علاقة الهوية أو التساوى بين الفئتين ( ا ) ،  
( ب ) من ناحية ، وبينهما وبين التعريف من جهة ثانية . وكما أشرنا فإن علامة  
المساواة تدل على أن لفئتين نفس الأعضاء ، فقولنا ( ا = ب ) يعنى أن ا ، ب  
يرمزان إلى فئات ، كما يعنى أنهما فئة واحدة إذا كان الأفراد الذين يؤلفون الفئة  
( ا ) هم نفس الأفراد الذين يؤلفون الفئة ( ب ) ؛ بأن ترمز ( ا ) مثلاً إلى  
الانسان ، وترمز ( ب ) إلى حيوان يمشى على قدمين وليس له ريش  
( Featherless biped ) .

ويمكن أن نسوق مجموعة من الصيغ تقوم فيها علامة المساواة بدور أساسى  
بالإضافة إلى إجراءات اللزوم والفصل والوصل والاحتواء ، منها :

$$(a \subset b) = a \cup b \quad (34)$$

يؤدى بنا هذا التعريف إلى اشتقاق الصيغة :

$$[k] (a \in b) \subset (a \in b) \equiv [k] (a \in b) \cup (a \in b)$$

والصيغة :

$$[k] (a \in b) \subset (a \in b) \equiv a \cup b$$

وننتقل لاستخدام فكرتى الفئة الشاملة ( V ) والفئة الفارغة ( A ) فى اطار  
علاقة المساواة = ، فالصيغة :

$$(32) \quad \text{عزمى إسلام : أسس المنطق الرمضى ، ص 50 .}$$

$$(33) \quad \text{Copi, Symbolic Logic, P. 178.}$$

$$(34) \quad \text{هذا هو عين تعريف اللزوم فى نظرية حسب القضايا :}$$

$$(a \subset b) \equiv (a \cup b) \sim b$$

$$[ك] (١ هـ) \cup (١ هـ)$$

يمكن كتابتها على هذه الصورة :

$$v = ١ \cup ١$$

بمعنى أن الجمع بين فئة ونقيضها مساويان للفئة الشاملة أو عالم المقال . أما الصيغة :

$$[ك] - (١ هـ \cap ١ هـ)$$

فكتب هكذا :  $v = (١ \cup ١) -$

ثم نكتبها بطريقة أيسر :

$$\Lambda = ١ \cap ١$$

وتعني هذه الصيغة أن حاصل ضرب فئة في نقيضها يساوي فئة فارغة ، وهذا المعنى قريب مما سبق قوله في موضع سابق من أن حاصل ضرب أى فئة في فئة فارغة يساوي فئة فارغة .

ويمكن أن ندخل عاملاً جديداً في بحث علاقة التساوى ، وهو ما نعبر عنه بالرمز الوجودى [ ج ] ، وذلك بسلب قضية تشير إلى أن فئة تتساوى مع فئة فارغة ، أو بأن فئة لا تساوى فئة فارغة :

$$\Lambda \neq ١^{(35)}$$

وهذه الصيغة تعادل الصيغة :

$$[ج] (١ هـ)$$

ذلك أن الفئة ( ١ ) الواردة في الصيغة الأولى — والتي لها أعضاء — فئة غير فارغة .

(35) اقترنت علامة  $\neq$  بالصفـر عند « جورج بول » ، كما اقترنت بالفئة الفارغة ، ومع ذلك فإنها تعنى وجوداً لبعض أفراد الفئة ، فيمكن أن نقول عن ( ١ هـ  $\neq$  صفر ) أنها عين ( ١ هـ = ج ) .

ومن ناحية ثانية فإنه تنشأ لدينا حالة هامة عندما يتساوى استلزام فئة لفئة مع الفئة الشاملة ، مما نعبر عنه بالصيغة :

$$V = B \subset A \quad \text{أولاً}$$

فإذا عدنا إلى تعريف اللزوم السابق :

$$B \subset A \text{ (هـ)} = (B \subset A) \text{ (هـ)} \subset (A \text{ (هـ)})$$

وبالنظر في الصيغة :

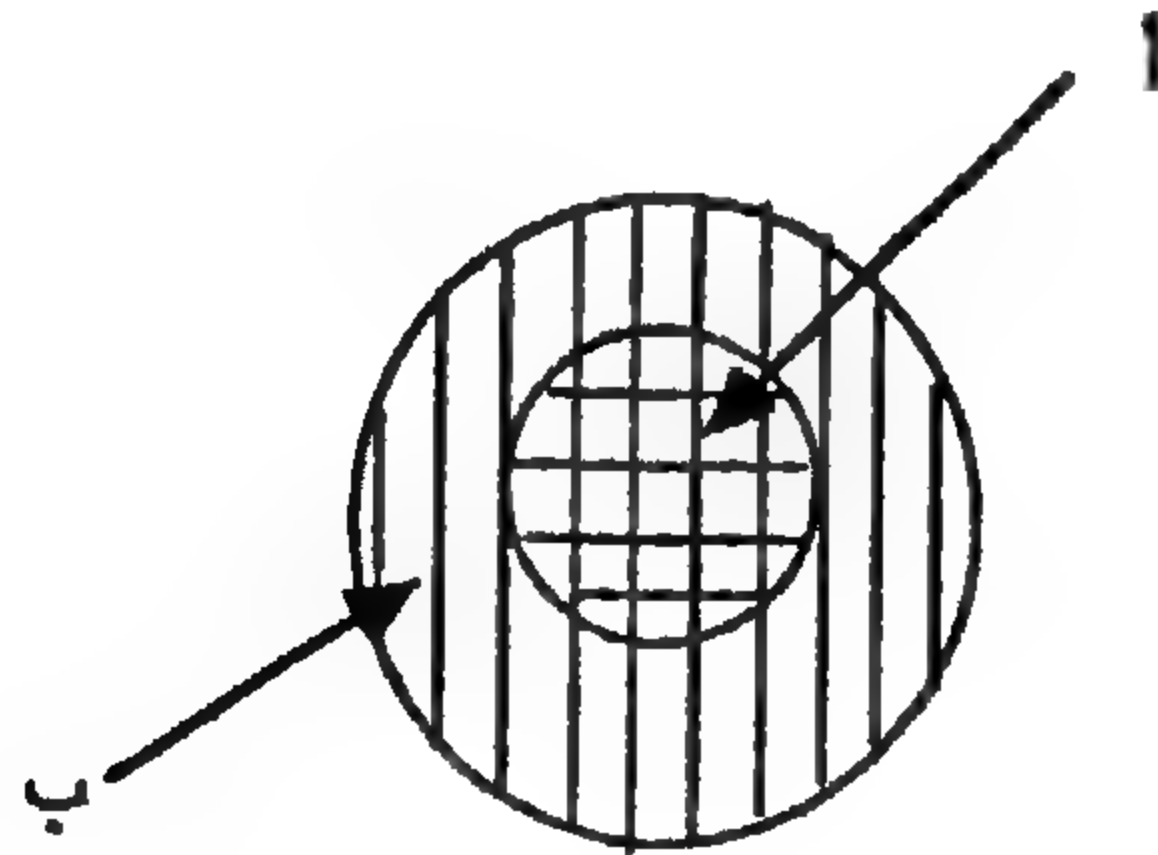
$$[K] (A \subset B \text{ (هـ)})$$

$$\text{والصيغة } [K] (A \text{ (هـ)}) \subset (B \text{ (هـ')}) \quad \text{ثانياً}$$

تستنتج نظرية حساب الفئات من الخطوتين السابقتين عملية منطقية نعبر عنها بمصطلح رمزي هو :

$$A \supset B \quad \text{ثالثاً}$$

وتلك علاقة احتواء فئة في فئة ، وتعني أن الفئة ( A ) محتواه في الفئة ( B ) . وعلامة الاحتواء لها نفس استخدام العلامة ( = ) ، ونعبر عن علاقة الاحتواء بالشكل<sup>(36)</sup> .



أما تعريف الاحتواء باستخدام ثابت اللزوم الذي ينشأ بين عضوية فرد في فئتين فهو :

(36) Reichenbach, Op. Cit., P. 197.

$$a \supset b = (a \supset b) \quad (37)$$

تع

وينص على أن الفئة ( أ ) محتواه في الفئة ( ب ) ، كما تشير إلى أن كل الألفات باءات . لكن هل تؤدي دراسة الشكل السابق ودراسة تعريف الاحتواء إلى الاعتقاد بانطواء علاقة الاحتواء على علاقة لزوم ؟ الإجابة بالنفي لأنه رغم استخدام التعريف لصيغة اللزوم : « إذا كان ... إذن » ، فإن علاقة احتواء فئة في فئة تتطابق مع صور أخرى ، بحيث تصبح عبارات من نوع « كل أ هو ب » .

« كل من يحج إلى بيت الله الحرام فهو مسلم »

تنتمي إلى نموذج احتواء فئة في فئة ( فئة الحجاج وفئة المسلمين ) ولا تنطوي صراحة على أى لزوم منطقي .

نتقل بعد ذلك إلى بيان ضرورة التمييز بين علاقة احتواء فئة في فئة ، وعلاقة عضوية الفرد في فئة . تنشأ علاقة الاحتواء بين فئتين ؛ بينما تنشأ علاقة العضوية بين شيء أو فرد وفئة ينتمي إليها . ومن ثم فإن فئات مثل الأسود والحيوانات تنطوي تحت علاقة احتواء فئة في فئة ، بينما يصبح الأسد الفرد عضواً في الفئتين معاً .

وتمتد علاقة الاحتواء لتشير أيضاً إلى احتواء الفئة لذاتها ، بحيث تصبح كل فئة فئة فرعية لذاتها . ومن جهة ثانية فإن الفئة الفارغة محتواه في كل فئة ، بحيث إذا عدنا إلى الصيغة :

$$[ ك ] (a \supset b)$$

وافترضنا صدق كل حالات ( ب ) وكذب كل حالات ( أ ) ، لنتج عن ذلك فئة فارغة هي فئة فرعية لـ ( ب ) و ( ب - ) . ولنضرب أمثلة على ذلك بالقضايا :

(37) Principia, P. 205.

وضعنا ثابت الاحتواء وثابت اللزوم في هذا التعريف عكس وضعهما في الكتب الأجنبية وبعض الكتب العربية ، وقد لجأنا لهذه الطريقة في التعبير الرمزي محافظة على المعنى في سياق العربية الذي يتجه من اليمين إلى اليسار .

قضايها صادقة

$(\Lambda \supset B), (\Lambda \supset \neg B)$

قضيه كاذبة

بينما القضية —  $(\Lambda \supset B)$

والقضيه الأخيرة ليست هي القضية  $(\Lambda \supset \neg B)$  وذلك استناداً إلى تعريف السلب السابق تقديمه والخاص بعضوية الفرد في فئة :

$$h \in \neg A = \neg (h \in A)$$

وبالنسبة للفئات غير الفارغة ولتكن  $(A)$  ، فإن القضايا :

$$\neg (A \supset B), (A \supset \neg B)$$

ليست قضايا متساوية أو متكافئة ، بل الملاحظ أن الأولى مشتقة من الثانية .

ثالثاً : القياس التقليدي وحساب الفئات :

أشرنا في مدخل هذا الفصل إلى أن حساب الفئات يمثل من الناحية التاريخية الصورة الأولى للمنطق الرمزي ، وأن جذوره ضاربة في القدم . لكن ان حاولنا تناول نظرية القياس بصورتها التقليدية في اطار المصطلح الرمزي لحساب الفئات بصورته الحديثة فستكشف لنا وجوه للاختلاف مثل تلك التي عرضنا لها في نظرية حساب دالات القضايا .

تنشأ العلاقات في نظرية القياس بين ثلاث فئات — وهي إما كان يطلق عليه المنطق القديم ثلاثة حدود — الحد الأكبر وسنرمز له بالحرف  $(K)$  ، والحد الأوسط ورمزه  $(O)$  ، والحد الأصغر ورمزه  $(S)$  . ولما كان القياس مكوناً من مقدمتين ونتيجة أي ثلاث قضايا فإن به ثلاث علاقات تنشأ بين حدي أو فئتي كل قضية الموضوع  $[ع]$  والمحمول  $[ح]$  ، فإذا كان لدينا ستة حدود اثنان منها في كل قضية ، وكل حد منها يأتي مكرراً ، فالحدود إذن ثلاثة :  $K, O, S$  .



أما من ناحية صورة القضايا المستخدمة في القياس فهي لا تزيد عن أربعة أنواع<sup>(38)</sup> : كلية موجبة ، كلية سالبة ، جزئية موجبة ، جزئية سالبة . وللقياس أربعة أشكال يتحدد الواحد منها بموضع الحد الأوسط في المقدمتين ، وهناك مجموعة قواعد لضمان سلامة الاستدلال وقابلية القياس للانتاج . أما أشكال القياس فهي :

1	2	3	4
و ك	ك و	و ك	ك و
ص و	ص و	و ص	و ص
ص ك	ص ك	ص ك	ص ك

والضروب المنتجة تسعة عشر ضرباً إذا طبقنا قواعد الاستدلال للقياس التقليدي ، لننظر في واحد من أشهر هذه الضروب :

— 1	A	و ك
	A	ص و
	A	ص ك

(38) نورد في هذا الجدول أنواع القضايا والصورة الرمزية لها :

اسم القضية	نوعها	مثال	حساب القعات	جبر بول
A	كلية موجبة	كل ع هو ل	$E \supseteq L$	$O = \bar{E}$
E	كلية سالبة	لا ع هو ل	$E \supseteq \bar{L}$	$O = E$
I	جزئية موجبة	بعض ع هو ل	$E \cap L \neq \Lambda$	$O \neq \bar{E}$
O	جزئية سالبة	بعض ع ليس ل	$E \cap \bar{L} \neq \Lambda$	$O \neq E$

نقلا عن : Greenstein, Op. Cit., P. 43.



يسمى هذا الضرب Barbara ، ومثال عليه :

$$\begin{array}{r} \text{كل إنسان فان} \\ \text{كل بطل إنسان} \\ \hline \text{كل بطل فان} \end{array}$$

فإذا وضعنا هذا القياس في لغة رمزية حديثة ، بحيث تشير الحدود : ك ، و ، ص إلى فئات ، وتشير ( هـ ) إلى عضوية فرد في فئة ، أخذ الصورة التالية :

$$\begin{array}{r} \text{[ ك ] ( هـ و ص هـ ك )} \\ \text{[ ك ] ( هـ ص هـ و )} \\ \hline \text{[ ك ] ( هـ ص هـ ك )} \end{array}$$

تعبّر هذه الصورة الاستدلالية عن خاصية التعدى لفكرة اللزوم ، فإن استخدمنا علاقة احتواء فئة في فئة ، جاءت الصورة على هذا النحو<sup>(39)</sup> :

$$\begin{array}{r} \text{و } \supset \text{ك} \\ \text{ص } \supset \text{و} \\ \hline \text{ص } \supset \text{ك} \end{array}$$

تتضح هنا أيضاً خاصية التعدى لفكرة احتواء فئة في فئة .

وعندما نقيم تمييزاً بين القضايا على أساس كمي فهناك قضايا كلية [ A ، E ] وقضايا جزئية [ I ، O ] ، وبالنظر في علاقة طبيعة المقدمات بالنتيجة تنقسم الضروب إلى ثلاث مجموعات :

- أ - ضروب تحتوى على مقدمات كلية ونتائج كلية [ A ، E ] .
- ب - ضروب تحتوى على [ I ، O ] في المقدمات ، بصرف النظر عن طبيعة النتائج .

(39) Reichenbach, Op. Cit., P. 201.

جـ — ضروب لا تحتوى على مقدمات جزئية ، ونتائجها — رغم ذلك — جزئية .

( ١ ) لنضرب مثلاً على المجموعة الأولى بالضرب Cesare من الشكل الثانى :

$$\begin{array}{r} 5 \quad \text{—} \quad E \quad \text{ك} \quad و \\ A \quad \text{ص} \quad و \\ E \quad \text{ص} \quad ك \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad \text{—} \quad \text{لا مشرك موحد} \\ \text{كل مسلم موحد} \\ \text{لا مسلم مشرك} \end{array}$$

والصورة الرمزية لهذا الضرب :

$$\begin{array}{r} 7 \quad \text{—} \quad [ ك ] ( ه ك \text{—} ه و ) \\ [ ك ] ( ه ص \text{—} ه و ) \\ \hline [ ك ] ( ه ص \text{—} ه ك ) \end{array}$$

لو بدلنا مواضع الفئات ( الحدود ) فى المقدمة الأولى فإن الصورة الرمزية (7) تصبح نفس الصورة (3) وان جاءت الدالة ( ه ك ) سالبة . وعلى أى حال فهناك خمسة ضروب منتجة تنتمى لهذه المجموعة .

( ب ) تتميز ضروب المجموعة الثانية بأن احدى مقدماتها تحتوى على سور وجودى ، ولها ضروب كثيرة تمثلها ، منها الضرب Datisi من الشكل الثالث :

$$\begin{array}{r} 8 \quad \text{—} \quad A \quad و \quad ك \\ I \quad و \quad ص \\ I \quad ص \quad ك \end{array}$$

ومثال على هذا الضرب :

9 — كل الثدييات تتنفس بالرئة  
بعض الثدييات تعيش في الماء

بعض من يعيش في الماء يتنفس بالرئة

والصورة الرمزية للضرب :

10 — [ ك ] ( ه و C ه ك )

[ جـ ] ( ه و . ه ص )

[ جـ ] ( ه ص . ه ك )

وبلاحظ أن بقية استدلالات هذه المجموعة قابلة للرد إلى هذه الصورة (10) ، على أن نستخدم في بعض الأحيان طريقة تبادل المواضع في المقدمة الكلية ، مع وضع علامة السلب ان كانت احدى المقدمات سالبة .

ولا يوجد ضرب يحتوى بين مقدماته على أكثر من سور جزئى واحد ، لأنه لا إنتاج بين جزئيتين ، ونتيجة أى استدلال في هذه المجموعة لابد أن تحتوى على سور وجودى مادامت النتيجة جزئية . وتحتوى هذه المجموعة على عشرة ضروب صحيحة .

( ح ) وتتكون المجموعة الثالثة من استدلالات قياسية مقدماتها كلية ( A ، E ) بينما نتائجها جزئية ( O ، I ) .

وكما أشرنا في نظرية حساب دالات القضايا فإن مثل هذه الاستدلالات ليست سليمة من وجهة نظر المنطق الرمزى الحديث ، ذلك لأن المقدمات الكلية لا تنطوى على تقرير وجودى يتيح لنا الاستدلال على نتائج تنطوى على هذا الوجود ، بمعنى أنه لا يمكن اقامة استدلالات تنتقل فيها من قضايا كلية سورها « كل » إلى قضايا جزئية سورها « بعض » ؛ إلا إذا أضفنا ما يوضح أن القضية الكلية لا تحتوى فئة فارغة .

فالضرب Darapti من الشكل الثالث استدلال فاسد :

11 — A و ك

A و ص

I ص ك

ويوضح المثال التالي فساد هذا الاستدلال :

12 — كل المفكرين حكماء

كل المفكرين سعداء

---

بعض السعداء حكماء

ويبان فساد هذا الاستدلال من وجهة نظر حديثة تعكسه الصورة الرمزية :

13 — [ ك ] ( ه و ح ه ك )

[ ك ] ( ه و ح ه ص )

---

[ جـ ] ( ه ص . ه ك )

ولا تصبح هذه النتيجة لازمة عن المقدمتين إلا إذا أضفنا مقدمة ثالثة هي  
[ جـ ] ( ه و ) ، بحيث يأخذ الاستدلال الصورة :

14 — [ ك ] ( ه و ح ه ك )

[ ك ] ( ه و ح ه ص )

[ جـ ] ( ه و )

---

∴ [ جـ ] ( ه ص . ه ك )

وهناك عدة استدلالات في هذه المجموعة نصل فيها إلى نفس النتيجة ، ومنها  
الضرب Barbari من الشكل الأول ( حسب التصنيف الحالي ) . مثال ذلك  
الصورة رقم (2) ان وضعنا محل النتيجة القضية « بعض الأبطال قانون » . كما  
نحصل على نتيجة من هذا النوع إذا استخدمنا نتيجة الصورة (3) كمقدمة أولى  
في استدلال قياسي مقدمته الثانية مقدمة وجودية : [ جـ ] ( ه ص ) ، ومنها  
نصل إلى الصورة :

15 — [ ك ] ( ه ص ح هـ ك )

[ جـ ] ( هـ ص )

∴ [ جـ ] ( هـ ص . هـ ك )

ويطلق على هذا النوع من الاستدلالات التي تشملها المجموعة الثالثة ضرباً ضعيفاً ، ويمكن التوصل إليها بخطوتين :

الأولى تتمثل في الصورة (3) ، وتتمثل الخطوة الثانية في الصورة [ 15 ] . وعدد الضروب التي تصبح نتيجة إن أضفنا لها مقدمة وجودية تسعة ضروب ، ونتيجة لذلك فإن عدد الضروب المنتجة كلها يصل إلى أربع وعشرين ضرباً من بينها خمسة ضروب ضعيفة تنتمي إلى المجموعة الثالثة ولها نفس مقدمات استدلالات المجموعة الأولى . ما يتوفر لنا من ضروب منتجة هي تسعة عشر ضرباً فقط ، موزعة على النحو التالي بالإضافة إلى الضروب الضعيفة :

الشكل الأول	الشكل الثاني	الشكل الثالث	الشكل الرابع	
Barbara Celarent	Camestres Cesare		Camens	المجموعة الأولى
Darii Ferio	Baroco Festino	Datisi Ferison Disamis Bocardo	Dimaris Fresison	المجموعة الثانية
Barbari Celaront	Camestros Cesaro	Darapti Felaptin	Bramantip Camenos Fesapo	المجموعة الثالثة

يشار في هذا الجدول — إلى الضروب الضعيفة بحروف تطابق الضروب القوية ولا تختلف معها إلا في الحرف المتحرك الأخير فقط .

يؤدي بنا التحليل السابق إلى نتيجة فحواما أن نظرية القياس تحتوي على صورتين استدلاليتين فقط : الصورة الأولى رقم (3) التي توضح خاصية التعدى لاجراء اللزوم أو احتواء فئة في فئة ، بالإضافة إلى الصورة :

$$\begin{array}{r} [ك] (هـ ب) \\ [ج] (هـ ا) \\ \hline [ج] (هـ ا ، هـ ب) \end{array}$$

وتنطبق هذه الصورة في ثلاثة استدلالات هي [ 10 ، 14 ، 15 ] . ويمكن تقسيم الأقيسة إلى ثلاث مجموعات : تستخدم المجموعة الأولى الصورة [ 3 ] ، وتستخدم المجموعة الثانية الصورة [ 10 ] ، أما المجموعة الثالثة فقد تتبع الصورة [ 14 ] أو الصورة [ 3 ] مرتبطة بالصورة [ 15 ] . ولكي نحول أى استدلال إلى واحدة من هذه الصور علينا أن نجرى عملية تبادل مواضع في بعض الأحيان .

ثمة وجه آخر للقصور ينتاب نظرية القياس ، ذلك أنها لم تميز بين علاقة احتواء فئة في فئة أخرى وعضوية الفرد في فئة . فالقضية ( هـ ع و ) تزداد وضوحاً في صيغة قضية A ( هـ و ) ، حيثذاً علينا أن نقيم استدلالاً على هذه الصورة :

$$\begin{array}{rcl} 16 - & و ك & كل إنسان فان \\ & هـ ا و & سقراط إنسان \\ \hline & هـ ا ك & سقراط فان \end{array}$$

لنلاحظ أن الصورة والمثال يختلفان عن الصورة والمثال رقم [ 2 ] .

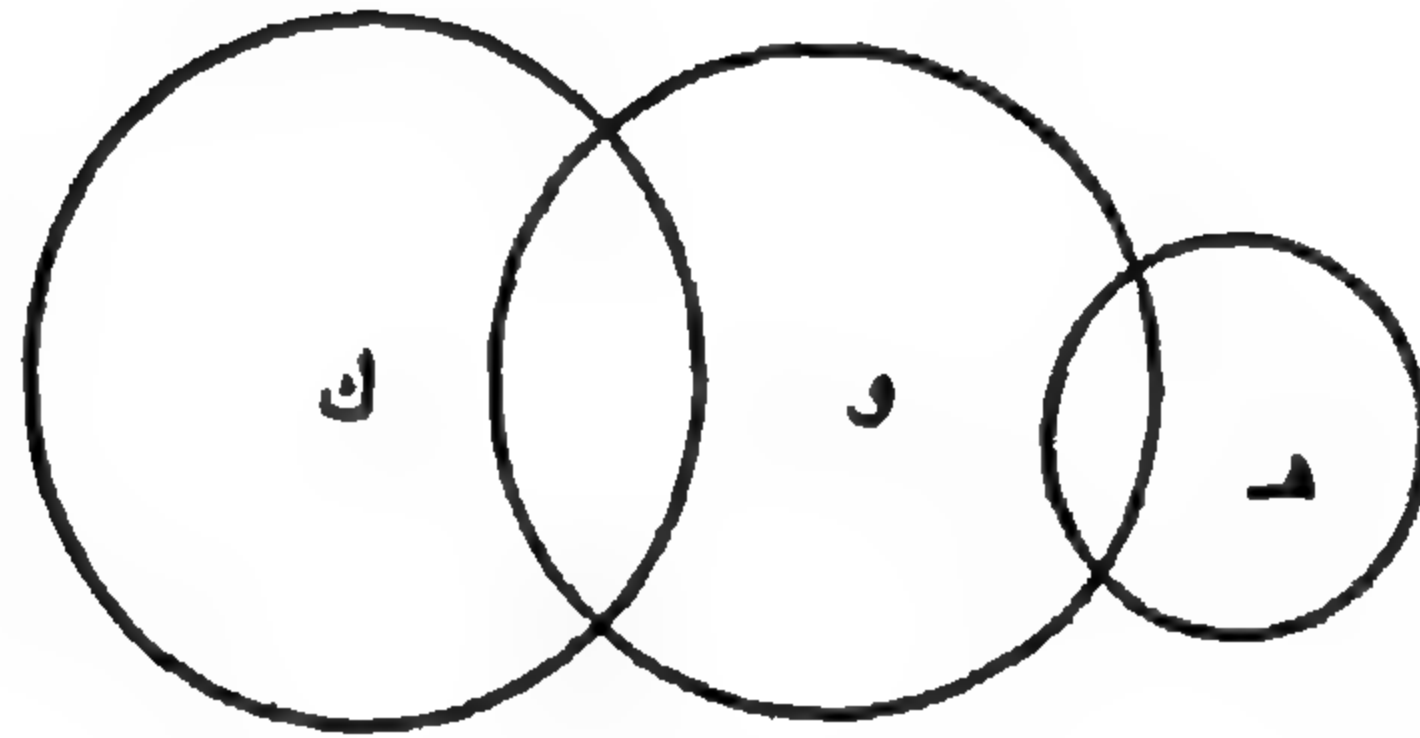
$$\begin{array}{r} كل إنسان فان \\ كل بطل إنسان \\ \hline كل بطل فان \end{array}$$

رأى المنطق القديم في المثالين صورة استدلالية واجدة هي الضرب Barbara وهذا خطأ ، وان كان هذا الخطأ لا يؤدي إلى نتائج فاسدة وذلك للتوازي بين الصورة [ 1 ] والصورة [ 16 ] . وان كنا لا نستطيع أن نقيم استدلالاً عندما يحل احتواء فئة في فئة محل عضوية الفرد في فئة ، ومثال ذلك أن إقامة استدلال يجمع بين مقدمتين شخصيتين لا يؤدي إلى نتيجة ، ومثال على ذلك :

17 — و  $\epsilon$  ك

$\epsilon$  هـ

.....



يوجه « ريشنباخ » نقداً آخر لنظرية القياس حيث يرى أنها لا تتسم بالبساطة أو الاتساق ، وأنها مركبة تركيباً غير ضروري ، ويدلل على ذلك بأن استخدام نظرية القياس للقضايا السالبة [ O ، E ] أمر غير لازم وزائد عن الحاجة<sup>(40)</sup> . ويتنهي إلى امكان استبعادها ، واستخدام القضايا الموجبة وحدها . وهنا يمكن حصر ثلاث صور للاستدلال :

الصورة الأولى : وتتكون من قضيتين كليتين موجبتين كمقدمات ، ونتيجة كلية موجبة أيضاً .

الصورة الثانية : وتتكون من مقدمة كلية موجبة ومقدمة أخرى جزئية موجبة ، ونتيجة جزئية موجبة .

الصورة الثالثة : وتتكون من مقدمتين كليهما كلية موجبة بالاضافة إلى مقدمة ثالثة جزئية موجبة ، ونتيجة جزئية موجبة .

(40) Reichenbach, Elements of Symbolic Logic, P. 206.



ويبرهن « ريشنباخ » على وجهة نظره ببيان أنه عندما نود استخدام مصطلح رمزي مستقل للقضايا السالبة فإن الجهاز الرمزي القديم يعجز عن إتاحتها . فالقضايا :

[ ك ] ( — ه و ك )

[ جـ ] ( — ه ص ، — ه و )

يشار إليها برموز لم يعرفها المنطق القديم ، ولا تتسق مع المصطلح القديم إلا إذا تم اقتراح الفئات ( — و ) ، ( — ص ) فتظهر صيغ من نوع :

A ( — و ك )

O ( — ص و )

والدليل على ذلك أن القياس السليم التالي :

18 — كل غير مدخن مقتصد

لا نباتي يدخن

كل نباتي مقتصد

لا يمكن صياغته بالمصطلح القديم حين ينبغي علينا أن نستخدم الفئة ( و ) — أي الحد الأوسط — الخاصة بالمدخنين في الاستدلال . وهنا علينا أن نقترح الفئة ( — و ) التي تشتمل على غير المدخنين ؛ فيأخذ الاستدلال صورة الضرب Barbara .

19 — — و ك

ص — و

ص ك

ونلاحظ في هذه الصورة أن المقدمة الثانية قد تحولت من قضية كلية سالبة إلى قضية كلية موجبة ، ويعد السماح بهذا التحول أمراً منطقياً ، ومن ثم فالاستغناء تماماً عن الرموز E ، O يعد أمراً طيباً بصفة عامة .

نخلص من تناول نظرية القياس إلى أنها أصبحت لا تحتل سوى مكانة ثانوية في المنطق الحديث ، ويمكن النظر إليها من منظور تاريخي بوصفها المحاولة الأولى في صياغة الفكر الاستنباطي . ورغم ذلك فإن ما حققته هذه النظرية قليل إذا قورن بتطور العمليات الاستنباطية في مجال الرياضيات حتى في عصر « أرسطو » نفسه .

رابعاً : النسق الاستنباطي :

أشرنا عند عرض المصطلح الرمزي لنظرية حساب الفئات إلى الأفكار الأساسية التي تعتمد عليها النظرية ، ثم أتبعنا ذلك بمجموعة تعريفات لاجراءات السلب والوصل والفصل واللزوم والتكافؤ والاحتواء ، مما يؤلف مقدمة للنسق في حساب الفئات . وان جعلنا من برنكيا مصدراً لبيان هذا النسق سنلاحظ أن ليس به أفكاراً أولية لا مُعرفة خاصة بحساب الفئات وإنما يستند إلى ما ترسّخ لدى القارئ من النظريتين السابقتين . فإن تخطينا التعريفات التي أشرنا إليها ، وجدنا مجموعة المصادرات التي وضعها « هنتجتن » ونقلها عنه مؤلفا برنكيا وصاغاها كما يلي<sup>(41)</sup> :

- 1 —  $I \cup B = I \cup B$  فئات
- 2 —  $I \cap B = I \cap B$  فئات
- 3 —  $I = \Lambda \cup I$
- 4 —  $I = V \cap I$
- 5 —  $I \cup B = B \cup I$
- 6 —  $I \cap B = B \cap I$
- 7 —  $(I \cup B) \cap C = (I \cap C) \cup (B \cap C)$
- 8 —  $(I \cap B) \cup C = (I \cup C) \cap (B \cup C)$
- 9 —  $\Lambda = I \cap I$
- 10 —  $V = I \cup I$

(41) See : Principia, PP. 205-6 & See also :  
Kneale, Op. Cit., PP. 423-4.

ثم يصوغ برنكيا مجموعة من القضايا الأساسية اللازمة للنسق بوصفها  
قواعد للصياغة الصورية<sup>(42)</sup> :

— قانونا تبادل المواضع :

$$22'51 \quad A \cap B = B \cap A$$

$$22'57 \quad A \cup B = B \cup A$$

— قانونا الترابط :

$$22'52 \quad (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$22'7 \quad (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

— قانونا تحصيل الحاصل :

$$22'5 \quad A = A \cap A$$

$$22'56 \quad A = A \cup A$$

— قانونا التوزيع :

$$22'68 \quad (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$22'69 \quad (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

— مبدأ السلب المزدوج :

$$22'8 \quad A = (A -) -$$

— مبدأ النقل :

$$22'81 \quad A \supset B \equiv B \supset A$$

— صورتان للقياس ، الضرب Barbara :

$$22'44 \quad (A \supset B) \cdot (B \supset C) \supset (A \supset C)$$

$$22'441 \quad (A \supset B) \cdot (A \supset C) \supset (A \supset (B \cdot C))$$

(42) Principia, PP. 206-7.

— قضيتان تعين على تحويل علاقة الاحتماء إلى معادلة :

$$22'62 \quad (A \supset B) \equiv [B \supset (A \cup B)]$$

$$22'621 \quad (A \supset B) \equiv [A \supset (A \cap B)]$$

— قضية تقول بتساوي علاقة الفصل بين (A ، B) مع الفصل القائم بين A وجزء من B مستبعد من A .

$$22'91 \quad (A \cup B) = [A \cup (B - A)]$$

ويعصوغ برنكيا مجموعة من المبرهنات تؤلف مع مجموعة التعريفات والمصادرات نسقاً منطقياً يتسم بالترابط والاتصال ، ولا تتوقف سبل البرهنة على إحدى المبرهنات عند حدود نظرية حساب الفئات ، بل يستعين « رسل » و « هوايتهد » بما سبق عرضه من قواعد وقوانين ومبادئ ومبرهنات للنظريات السابقة .

نستعرض الآن بعض المبرهنات الخاصة بحساب الفئات<sup>(43)</sup> ، ونسوق على أحدها برهاناً :

$$22'1 \quad (A \supset B) \supset (A \supset B) \equiv B \supset A$$

$$22'2 \quad (A \supset B) \cdot (A \supset C) = A \supset (B \cap C)$$

$$22'3 \quad (A \supset B) \vee (A \supset C) = A \supset (B \cup C)$$

$$22'31 \quad (A \supset \sim B) = A \supset B$$

$$22'32 \quad (A \supset \sim B) \cdot (A \supset B) = A \supset B$$

$$22'33 \quad (A \supset B) \cdot (A \supset C) \equiv (A \supset (B \cap C))$$

$$22'34 \quad (A \supset B) \vee (A \supset C) \equiv (A \supset (B \cup C))$$

$$22'35 \quad A \supset \sim B \equiv A \supset B$$

$$22'351 \quad A \neq A$$

لنبرهن على صحة المبرهنة الأخيرة بطريقة استنباطية :

(43) Principia, P. 207.

تنص القضية 22'35 على أن :

$$(1) \quad \text{هـ} \_ \epsilon \_ \text{ا} = \text{هـ} \_ \epsilon \_ \text{ا}$$

كما تنص القضية 5'19 على أن :

$$(2) \quad \text{عدم التناقض} \quad \sim ( \text{و} \equiv \sim \text{و} )$$

من (1) ، (2) نستنتج :

$$(3) \quad \_ \{ \text{هـ} \_ \epsilon \_ \text{ا} \equiv \text{ا} \_ \epsilon \_ \text{هـ} \}$$

وتنص القضية [ 10'11 ] على أن ما يصدق على أى فرد مهما كان يصدق على جميع الأفراد الذى ينتمى إليهم<sup>(44)</sup> . ومن ثم تصبح القضية السابقة (3) .

$$(4) \quad \_ [ \text{ك} ] \_ \{ \text{هـ} \_ \epsilon \_ \text{ا} \equiv \text{ا} \_ \epsilon \_ \text{هـ} \}$$

وتنص القضية 10'251 على :

$$\_ [ \text{ك} ] \_ ( \text{هـ} \_ \text{س} \_ \_ \_ [ \text{ك} ] \_ \text{هـ} \_ \text{س} )^{(45)}$$

ومنها نستنتج :

$$\_ [ \text{ك} ] \_ ( \text{هـ} \_ \epsilon \_ \text{ا} \equiv \text{ا} \_ \epsilon \_ \text{هـ} )$$

وبحذف المتطابقات ( هـ  $\epsilon$  ) :

$$\_ ( \_ \text{ا} = \text{ا} )$$

وبتطبيق مبدأ النقل على الصيغة السابقة نستنتج أن :

$$\_ \text{ا} \neq \_ \text{ا}$$

هـ . ط . ث

تستخدم هذه المبرهنة فى اثبات أن الفئة الفارغة لا تتساوى مع فئة تحتوى كل شئ .

<sup>(44)</sup> Principia, P. 140.

<sup>(45)</sup> Ibid., P. 143.

لنتقل الآن خطوات عبر النسق الخاص بحساب الفئات في برونكيا ثم  
نستأنف نقل مبرهناته إلى العرية بدءاً من المبرهنة 22'8 .

$$22'8 \quad \_ ( \_ ) = \_$$

$$22'81 \quad \_ \supset \_ \equiv \_ \supset \_$$

$$22'811 \quad ( \_ \supset \_ ) \equiv ( \_ \supset \_ )$$

$$22'82 \quad \{ \_ \supset ( \_ \supset \_ ) \} \equiv \_ \supset ( \_ \cap \_ )$$

$$22'83 \quad ( \_ = \_ ) \equiv ( \_ = \_ )$$

$$22'831 \quad ( \_ = \_ ) \equiv ( \_ = \_ )$$

$$22'84 \quad ( \_ \vee \_ ) = ( \_ \cap \_ )$$

$$22'85 \quad ( \_ \vee \_ ) = ( \_ \cap \_ )$$

$$22'86 \quad ( \_ \cup \_ ) = ( \_ \cap \_ )$$

$$22'87 \quad ( \_ \cup \_ ) = \_ \cap \_$$

والمبرهنات الأربعة الأخيرة هي صيغ « دى مورجان » .

22'88 صيغة قانون الوسط الممتنع :

$$[ ك ] \quad \_ \in ( \_ \cup \_ )$$

22'89 صيغة قانون عدم التناقض :

$$[ ك ] \quad \_ \sim ( \_ \cap \_ )$$

$$22'9 \quad ( \_ ) = \{ \_ \cup ( \_ \cup \_ ) \}$$

$$22'91 \quad \{ ( \_ \cup \_ ) \} = ( \_ \cup \_ )$$

لنحاول أن نبرهن على صحة المبرهنة الأخيرة ، وسنلاحظ اعتماد نسق  
حساب الفئات في برونكيا على أنساق حساب القضايا وحساب دالات  
القضايا ، مما يؤكد على درجة الاتساق العالية التي تتوفر لأنساق برونكيا أو  
بالأحرى نسقه الواحد :

$$\text{المبرهنة : } \{ ( \_ \cup \_ ) \} = ( \_ \cup \_ )$$

البرهان :

بالرجوع إلى القضية الصادقة [ 5 63 ] من نسق حساب القضايا :

$$ق \vee ج \equiv ج \vee ق \sim ( ق \cdot ج )^{(46)}$$

فإن وضعنا ( ا ∈ هـ ) محل ( ق ) ، ( هـ ∈ ب ) محل ( ج ) ينتج أن :

$$ق \vee ( ا ∈ هـ ) \equiv ( هـ ∈ ب ) \vee ( ا ∈ هـ )$$

$$(1) \quad \{ [( ا ∈ هـ ) \cdot ( هـ ∈ ب ) ]$$

ويستفاد من القضايا [ 22'33 ، 34 ، 35 ] بنسق حساب الفئات أن :

$$[ ( ا ∈ هـ ) \vee ( هـ ∈ ب ) ] \equiv ( ا \cup ب ) \in هـ$$

وتفيد القضية 22'34 أن :

$$(2) \quad ( ا ∈ هـ ) \cup ( هـ ∈ ب ) \equiv ( ا \cup ب ) \in هـ$$

ولما كانت القضية [ 10'11 ] تنص على أن ما يصدق على أي فرد ينتمي إلى فئة يصدق على كل أفراد هذه الفئة ، بالإضافة إلى ما تنص عليه القضية 20'43 :

$$(3) \quad ا = ب \equiv ا \in هـ \equiv ب \in هـ$$

فإنه بالنظر في (1) ، (2) ، (3) ، وب حذف المتطابقات [ هـ ∈ ب ] في كل منها ينتج :

$$( ا \cup ب ) = \{ ( ا \cup ب ) \}$$

هـ . ط . ث .

(46) Principia, P. 125.





## الفصل العاشر

### نظرية حساب العلاقات



## الفصل العاشر

### نظرية حساب العلاقات

مقدمة :

هناك من يرى أن البحث في العلاقات بحث قديم قدم المنطق ، وهناك من يرى في نظرية العلاقات أحدث نظريات المنطق الرمزي . يذهب الفريق الأول إلى اعتبار أن البحث في العلاقات يمتد ليشمل الرابطة التي تربط بين حدين في قضية حملية هما الموضوع والمحمول ، ومن ثم يدرس طبيعة الحدود والأسوار وما ينشأ بينها من علاقات عبر عنها المنطق القديم بقوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر وقواعد صياغة الصور المختلفة للقياس . ويذهب الفريق الثاني إلى أن الحساب التحليلي للعلاقات أحدث من الحساب التحليلي للفئات ، وأن إرهابات العمل به بدأت في أعمال « دي مورجان » و « بيرس » و « شرويدر » واكتملت صورة النظرية في هوفكنيا ، ويرى أصحاب هذا الاتجاه أن « منطق العلاقات أوثق صلة بالرياضيات من منطق الفئات أو القضايا ، وأنه لا يمكن التعبير عن حقائق الرياضيات تعبيراً صحيحاً من الناحية النظرية إلا باستخدام منطق العلاقات »<sup>(1)</sup> .

ونرى أنه لا خلاف واضح بين الجانبين ، فالفريق الأول حاول أن يرصد مظاهر مختلفة للعلاقة ، فرجع القهقري وحاول تأصيلها في الفكر الانساني وبخاصة في العمليات المنطقية ، من عمليات للعلاقة بين الحدود أو بين القضايا ، وكذلك بين الفئات ثم بين الماصدقات والفئات التي تنتمي إليها . أما الفريق الثاني فقد أوقف جهوده على بحث فكرة العلاقة ذاتها وتفرغ للتمييز بين أنواع العلاقات وخواصها وقوانينها واقامة حساب تحليلي لها .

لن نتوقف كثيراً عند المدخل التاريخي للنظرية فهناك كتب متخصصة في هذا الميدان يتضاءل أي جهد لإزائها<sup>(2)</sup> .

(1) رسل : أصول الرياضيات ، ج 1 ، ص : 60 .

(2) انظر : العرض الدقيق لنشأة المنطق الرمزي وتطوره في كتابي :

- Kneale, W. & M., The Development of Logic.

— محمود زيدان : المنطق الرمزي ، نشأته وتطوره .

أولاً : أفكار أساسية :

1 — تعريف العلاقات :

يشير استخدام كلمة « علاقة » Relation إلى دالة قضية ذات متغيرين أو أكثر ، والعلاقة قد تكون ثنائية أو ثلاثية أو رباعية ... الخ . وهناك تعريف للعلاقة بالمصادق ظهر عند « بيرس » ( Peirce ) [ 1839 - 1914 ] إذ يعرف حد العلاقة بأنه « زوج من الأشياء الجزئية تربط بينهما علاقة معينة ، بحيث تصبح كل علاقة جمعاً منطقياً لكل الحدود التي ترتبط بها »<sup>(3)</sup> . إلا أن التعريف بالمصادق وحده أمر بالغ التعقيد ، لأن التعبير عن أى علاقة في هذه الحالة يستلزم صيغاً مطولة تترى لأعضاء الفئات ، فيفقد المنطق الرمزي أحد سماته الأساسية : التعبير الرمزي الدقيق . ومن هنا جاء تعريف برونكيا للعلاقة بالمصادق والمفهوم معاً :

« علينا أن ننظر إلى العلاقات — مثلها مثل الفئات — نظرة ماصدية ، بمعنى أنه إذا كانت ( ع ) ، ( ط ) علاقيتين تقومان بين زوج واحد من الحدود ، فإن ( ع ) ، ( ط ) يعبران عن علاقة واحدة . ويمكن النظر إلى العلاقة — بمعنى يحقق ما نهدف إليه — على أنها فئة الأزواج ، بمعنى أن الزوج ( هـ ، و ) أحد أعضاء فئة الأزواج المؤلفة للعلاقة ( ع ) ان كان لـ ( هـ ) العلاقة ( ع ) مع ( و ) . »

وهنا يعلق أصحاب برونكيا بأن مثل هذا الزوج معنى ، حيث أن الزوج ( هـ ، و ) يختلف عن الزوج ( و ، هـ ) اللهم إلا إذا كان ( هـ = و ) ، ومن ثم يطلقان عليه « زوج ذو معنى » تمييزاً له عن فئة تتألف من ( هـ ) و ( و ) . كما يطلقان عليه « زوج مرتب » Ordered Couple . ثم يواصل « هوايتهد » و « رسل » تعريفهما :

« وعلى أى حال فلن نقدم تلك النظرة إلى العلاقات كفئات أزواج خلال تناولنا الرمزي ، بل اننا نذكرها فقط لبيان أنه يمكن فهم معنى كلمة علاقة بأنها تلك العلاقة التي تحددها ماصدقاتها »<sup>(4)</sup> .

(3) محمود زيدان : نفس المرجع ، ص : 100 .

(4) Principia, P. 26.

العلاقة إذن فئة لأزواج من الأفراد وهذا تعريف ماصدق ، كما أنه ينبغي أن يكون للعلاقة معنى تكتسبه ان كانت زوجاً مرتباً ، وهنا تؤكد خاصية الترتيب أو اتجاه العلاقة التعريف بالمفهوم .

## 2 — عناصر العلاقة ودرجاتها :

2-1 قد تنشأ العلاقة بين حدود قضية ، وقد تنشأ بين قضايا . فإن مثلنا للحدود بالمتغيرات : [ هـ ، و ، ي ] ورمزنا للعلاقة بالرمز ( ع ) ، قلنا ( هـ ع و ) وتعني أن ثمة علاقة بين حدى القضية أو عنصريها ( هـ ، و ) . يشير الرمز ( ع ) إلى علاقات من نوع : أكبر من ، والد ، أم ، على يسار ... الخ ، بحيث إذا عوضنا عن المتغيرات بما يقابلها بالاضافة إلى ما تشير إليه العلاقة القائمة أمكننا الحكم على القضية الناتجة<sup>(5)</sup> .

2-2 أما ان أشارت المتغيرات إلى قضايا مثل : [ و ، ل ، م ] فإن العلاقة تنشأ في هذه الحالة بين تلك القضايا ، وسواء كانت الصيغة :

[ و . ل ] ، [ و ∨ ل ] ، [ و ⊂ ل ] ، [ و ≡ ل ] فإنها تأخذ جميعاً صورة رمزية واحدة في حساب العلاقات :

$$[ و ع ل ]$$

2-3 أما درجة العلاقة فتشير إلى عدد الحدود أو العناصر التي تدخل في تكوينها ، فهناك علاقة أحادية monadic تنشأ بين الحد وذاته وأبلغ الأمثلة عليها علاقة الهوية :

$$هـ = هـ$$

ولكى يصبح قضية علاقة ، يحل رمز العلاقة ( ع ) محل علامة المساواة :  
( هـ ع هـ )

2-4 وهناك علاقة ثنائية dyadic — أى زوجية binary — تنشأ بين فردين

(5) Green, Sets and Groups, P. 14.

مثل قولنا : « اسماعيل ولد ابراهيم » ، « الاسكندرية > القاهرة » ، « أرسطو تلميذ أفلاطون » ، وتأخذ كلها شكل الصيغة<sup>(6)</sup> :

( هـ ع و )

2-5 أما العلاقة الثلاثية triadic فتشأ بين ثلاثة حدود :

« طنطا بين الاسكندرية والقاهرة »

« محمد قدم محمود إلى أحمد »

وصورتها الرمزية قد تأخذ الصيغة : « هـ — ع — و ، ي » أو الصيغة :

ع ( هـ ، و ، ي )

2-6 وهناك العلاقة الرباعية ، وكذلك العلاقة كثيرة الحدود Polyadic ،

مثل قولنا : « اشترت أمريكا منطقة ألاسكا من روسيا بسبعة ملايين دولار » وتأخذ مثل هذه العلاقة الصيغة :

ع ( هـ ، و ، ي ، ..... )

### 3 — مجال العلاقة [ النطاق — النطاق العكسي ]

هناك طرف تبدأ منه العلاقة وطرف تنتهي إليه ، تُشكل الفئة التي تتألف من كل أطراف البداية التي تبدأ منها العلاقة : « نطاق العلاقة » ، فإن قلنا : ( ا ع ب ) ، ( الآباء يعطفون على أبنائهم ) ، فإن كل من يندرج تحت هذا النوع من الآباء وينتمي إلى الفئة ( ا ) يشكل نطاق العلاقة . أما الفئة التي تتألف من كل نهايات العلاقة — مثل كل ما يندرج تحت مقولة الآباء في المثال السابق ، وينتمي إلى الفئة ( ب ) — فإنها تؤلف النطاق العكسي للعلاقة Converse domain . فإن جمعنا النطاقين معاً ( النطاق والنطاق العكسي للعلاقة ) كان الناتج هو مجال العلاقة Field . ونلاحظ في المثال السابق أن العلاقة ( ع ) وهي العطف قد نشأت عند الآباء وانطلقت تجاه الأبناء ، وجماع الطرفين يشكل مجال هذه العلاقة .

(6) Copi, Symbolic Logic, PP. 116-7.



#### 4 - عكس العلاقة : Converse of relation

ان عكس العلاقة ( ع ) هو العلاقة ( ط ) ، بشرط أن تحمل الصيغة ( هـ ط و ) محل الصيغة ( و ع هـ ) ، فإن كانت العلاقة ( ع ) تعنى [ و والد هـ ] فإن العلاقة ( ط ) تعنى [ هـ ابن و ] . وجرت العادة على أن نرمز لعكس العلاقة بوضع الرمز [ ب ] فوق الحرف الذى يشير إلى العلاقة ، فتصبح ( ع ) فى المثال السابق ( ب ع )<sup>(7)</sup> .

#### 5 - أنواع العلاقات :

يتحدد نوع العلاقة بطبيعة أطراف البداية والنهاية لكل علاقة ، فالعناصر التى تدخل فى تأليف علاقات ليست واحدة فى كل الحالات ، وتختلف بالتالى مسمى وطبيعة العلاقة فى كل مرة ، مادامت لا تأخذ صورة رمزية واحدة . ولو نظرنا إلى العلاقات من منظور الحدود لجاءت كالتالى :

#### 5 - 1 علاقة واحد بواحد : One - One relation

تنشأ هذه العلاقة بين حد واحد كطرف بداية وحد واحد كطرف نهاية ، وقد استخدمها « فريجه » فى بيان المقصود من المساواة العددية عندما حاول أن يضع تعريفاً للعديد . « ندرك مثلاً وجود أطباق فوق منضدة تماثل فى عددها الأكواب الموجودة ، ان كان كل طبق يقابله كوب ، وكذلك يصبح عدد الرجال هو نفس عدد النساء ، ان كان جميع الرجال وجميع النساء متزوجين فى مجتمع لا يسمح بتعدد الزوجات »<sup>(8)</sup> . ويمكن أن نمثل لهذه العلاقة التى تقوم على إرتباط واحد بواحد بالصيغة : « هـ ع و » كما نمثل لها بالصيغة : « ا ع ب » ان نظرنا للعلاقة على أنها قائمة بين فئتين<sup>(9)</sup> .

#### 5 - 2 علاقة واحد بكثير : One - Many relation

.. وتقوم هذه العلاقة بين حد واحد على الأكثر من ناحية — نشير إليه بمتغير فردى ( هـ ) — وحد آخر نشير إليه بمتغير فئوى . وتعبّر الصيغة ( هـ ع ا )

(7) Church, A. "Formal Logic", ed. in Dictionary of Philosophy, P. 180.

(8) محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، ص 51 ، 52 .

(9) Russell, My Philosophical Development, P. 68.

عن هذه العلاقة ، ومن الأمثلة عليها : « معلّم » و « رئيس دولة » و « والد » . ويمكن التعبير عنها أيضاً بلغة حساب الفئات الرمزية بالصيغة ( هـ ١٤ ) .

#### 5-3 علاقة كثير بواحد : Many - One relation

وتقوم هذه العلاقة بين كثرة من الحدود كطرف أول وحد واحد على الأكثر في الطرف الثاني ، ومثال عليها العلاقة « ... ابن لـ ... » فهناك أكثر من ابن للأب الواحد لكن العكس ليس صحيحاً .

#### 5-4 علاقة كثير بكثير : Many - Many relation

وتنشأ بين عدة حدود في طرف تجمعهم صفة ما ، وعدة حدود في الطرف الآخر ، كذلك العلاقة التي تقوم بين طرف به أشخاص دائنة وطرف آخر يجمع أشخاص مدنية<sup>(10)</sup> .

#### ثانياً : الاجراءات المنطقية لحساب العلاقات :

يذهب أصحاب برنكيا إلى أن القضايا التي ترد في نطاق النظرية العامة للعلاقات تماثل تماماً القضايا التي وردت في نطاق النظرية العامة للفئات<sup>(11)</sup> . كما أنه من الملاحظ أن الحساب التحليلي للعلاقات يأتي مشابهاً للحساب التحليلي للفئات من حيث اهتمامهما المشترك بصياغة القواعد الصورية الخاصة باجراءات علاقات بعينها نتخذها بهدف التوصل إلى علاقات [ فئات ] أخرى .

ويمكن الإشارة إلى العمليات أو الاجراءات الأساسية في حساب العلاقات بنفس رموزها في حساب الفئات مع وضع نقطة فوق كل رمز أو ثابت منطقي .

(10) محمود زيدان : المرجع السابق ، ص 266 : 267 .  
عبد الرحمن بدوي : المنطق الصوري والرياضي ، ص 285 .

(11) Principia, P. 201.

## 1 — العلاقة الشاملة : Universal relation

نرمز إلى العلاقة الشاملة بالرمز  $\dot{V}$  [  $\dot{V}$  ] وهي علاقة تنشأ بين حدين [  $\dot{V}$  و  $\dot{V}$  ] ينتميان إلى أنماط مناسبة ويشكلان معاً عالم المقال<sup>(12)</sup> . ويسوق برنكيا التعريف :

$$25'01 \quad \dot{V} = \hat{V} \text{ و } (\dot{V} = \dot{V} \cdot \dot{V} = \dot{V}) \text{ تع } (13)$$

## 2 — العلاقة الفارغة : Null relation

ونرمز لها بالرمز  $\dot{\Lambda}$  [  $\dot{\Lambda}$  ] ، وهي تلك العلاقة التي لا تربط أي زوج من الحدود مهما كانت ، بحيث تشير الصيغة [  $\dot{\Lambda}$  و  $\dot{\Lambda}$  ] إلى عدم وجود أي من (  $\dot{V}$  ) أو (  $\dot{V}$  ) في عالم المقال . وتعريفها :

$$25'02 \quad \dot{V} = \dot{\Lambda} \text{ تع } (14)$$

## 3 — وجود العلاقة : R exists

نقول بوجود العلاقة (  $\dot{E}$  ) عندما يوجد زوج واحد من الحدود على الأقل يشكل تلك العلاقة . ونصوغ «  $\dot{E}$  موجودة » بصيغة مماثلة لما سبق أن تم بالنسبة لوجود الفئة «  $\exists ! R$  » وننقلها إلى العربية [  $\dot{E}$  ] ، وتعريفها :

$$25'03 \quad [\dot{E} \dot{E}] = (\dot{E} \dot{E}, \dot{E}) \cdot (\dot{E} \dot{E}) \text{ تع } (15)$$

ويسوق كتاب برنكيا بعد هذه التعريفات مجموعة من الصيغ الصادقة :  
نعرضها بعد أن نورد مثالين أحدهما عن علاقة الهوية والآخر عن علاقة التباين .

## 4 — علاقة الهوية : Relation of Identity

تنشأ علاقة الهوية بين الحد وذاته ونعبر عنها بالرمز ( = ) وصورتها الرمزية [  $\dot{E} = \dot{E}$  ] وذلك بالنسبة لكل (  $\dot{E}$  ) ينتمي إلى عالم المقال . ويمكن أن تنشأ

(12) Church, Op. Cit., P. 180.

(13) Principia, P. 201.

(14) Ibid.

(15) Ibid.

أيضاً بين ( أ ) ، ( ب ) بشرط أن لا يتوقف الأمر عند حدود المساواة العددية بل يتعداها إلى الإشارة إلى أن الفئتين شيء واحد .

#### 5 — علاقة التباين : Relation of Diversity

وهو العلاقة المقابلة لعلاقة الهوية أو المساواة . وتنشأ عندما لا تنطبق العلاقة [ ه = ه ] على كل ( ه ) في عالم المقال ، وتنشأ كذلك عندما لا يتطابق ( ه ) ع ( و ) في العلاقة [ ه = و ] وتعبّر عنها رمزياً :

$$ه \neq ه$$

$$أو ه \neq و$$

. وقد ينشأ التباين بين علاقيتين ولا يتوقف عند الحدود أو الفئات :

$$\dot{V} \neq \dot{\Lambda} \quad 25'1$$

$$\dot{\Lambda} \neq \dot{V} \quad 25'101$$

#### 6 — نقيض العلاقة : Contrary

وأبلغ مثال على هذه العلاقة النقيض المثال السابق [  $\dot{\Lambda} \neq \dot{V}$  ] الذي يعنى أن العلاقة الشاملة والعلاقة الفارغة بينهما علاقة تناقض . كما نسلب العلاقة التي تنشأ بين حدين بهذه الصورة : ( ه = ع و ) في حالة إنهيار العلاقة ( ه ع و ) وبحيث ينتمى ( ه ) و ( و ) إلى عالم مقال واحد . ويمكن أن نسوق تعريفاً لبرنكيا في هذا المقام :

$$23'4 \quad \dot{ه} = \dot{ع} \wedge \sim \{ ( ه ع و ) \} \quad \text{تع (16)}$$

#### 7 — الجمع المنطقي : Logical Sum

ينشأ الجمع المنطقي بين علاقيتين [ ع ، ط ] ونعبر عنه رمزياً [ ع ∪ ط ] ان تحققت الصورة المنطقية :

$$ه ع \cup ط و$$

(16) Principia, P. 213.

وتلك الصورة لا تتحقق إلا إذا كان ثمة علاقة وحيدة على الأقل بين<sup>(17)</sup> :

$$(ه ع و) \text{ أو } (ه ط و)$$

ونعبر عن ذلك الشرط بالتعريف :

$$23'03 \quad ع \dot{\wedge} ط = [ه \dot{\wedge} و (ه ع و) \vee (ه ط و)] \quad \text{تع}$$

8 - الضرب المنطقي : Logical Product

وينشأ الضرب المنطقي بين علاقتين [ ع ، ط ] وصورته الرمزية [ ع  $\dot{\wedge}$  ط ] ان تحققت الصورة المنطقية<sup>(18)</sup> :

$$ه ع \dot{\wedge} ط و$$

ومثل هذه الصورة لا تتحقق — كما قلنا في الجمع المنطقي — إلا إذا قامت علاقة وطيدة بين كل من :

$$(ه ع و) ، (ه ط و)$$

ويُعبّر كتاب برنكيا عن ذلك بالتعريف<sup>(19)</sup> :

$$23'02 \quad ع \dot{\wedge} ط = ه \dot{\wedge} و (ه ع و ، ه ط و)$$

وبأتى الضرب المنطقي في حساب العلاقات على صورتين : الصورة الأولى أن يكون ضرباً لعلاقة وحيدة في ذاتها فيكون الناتج مربع العلاقة الأصلية . الصورة الثانية يكون فيها ضرباً لعلاقين مختلفتين ، والناتج هو حاصل الضرب النسبي .

8 - 1 مربع العلاقة : Square of Relation

يؤدي ضرب العلاقة في ذاتها — تربيع العلاقة — إلى أحد أمرين :

— إلى العلاقة ذاتها كأن نقول :

(17) Church, Op. Cit., P. 180.

(18) Op. Cit., P. 213.

(19) Principia, P. 213.



$$ع \cap ع = ع$$

وبيان ذلك أنه ان نشأت العلاقة ( ع ) بين مجموعة من الأشقاء [ هـ ، و ،  
 ى ] بحيث ترمز إلى علاقة ( .... أخ لـ .... ) ، فإن قلنا :

$$\{ ( هـ ع و ) \cdot ( و ع ى ) \} \subset ( هـ ع ى )$$

استنتجنا أن ضرب ( ع ) من القوس الأول فى ( ع ) الكائنة بالقوس  
 الثانى ينتج لنا نفس العلاقة ( ع ) فى القوس الأخير ، بمعنى أن مربع أى علاقة  
 فى مثل هذه الحالة هو العلاقة ذاتها<sup>(20)</sup> .

— أو يؤدي — تريع العلاقة — إلى علاقة غير العلاقة الأصلية مثل قولنا :

$$ع \cap ع \neq ع \quad \text{أو} \quad ع \cap ع = ط$$

ويكفى أن نمثل للعلاقة هنا ( ع ) بكلمة ( أب ) حتى ندرك أننا كلما  
 أقمنا تريعاً لها ظهرت علاقة جديدة [ أب ] ثم [ جد ] ثم [ أب الجد ]  
 و [ جد الجد ] وهكذا .

## 8 - 2 الضرب النسبي : Relation Product

يرمز لحاصل الضرب النسبي بين علاقيتين [ ع ، ط ] بالصيغة  
 ( ع  $\cap$  ط ) كما يرمز له بالصيغة ( ع / ط ) . ولا تنشأ هذه العلاقة بين  
 طرفين إلا إذا كان هناك طرف ثالث ( ى ) . لنفترض أن ( هـ ) يرتبط  
 بالعلاقة ( ع ) مع ( و ) ، وكذلك يرتبط ( و ) بالعلاقة ( ط ) مع ( ى ) ،  
 بحيث يصبح شكل العلاقة : ( هـ ع و ) . ( و ط ى ) فإن ناتج ضرب  
 العلاقتين فى هذه الحالة هو : ( ع  $\cap$  ط ) أو ( ع / ط ) .

فإذا كان ( هـ ) زوجاً لـ ( و ) وكانت ( و ) ابنة ( ى ) ، فإن  
 ( ع / ط ) تعنى زوج الابنة ، فإن جمعنا المتغيرات مع الثوابت قلنا أن :

(20) عزمى اسلام : أسس المنطق الرمزى ، ص : 346 .  
 و . تارسكى : مقدمة للمنطق ، ص : 130 .

هـ [ ع ∩ ط ) ى

تعنى أن ( هـ ) زوج ابنة ( ى ) .

ثالثاً : خواص العلاقات :

تتوفر للعلاقات مجموعة من الخواص التي تميزها بصفة عامة عن غيرها من القضايا ، كما يتمايز كل نوع من العلاقات عن بقية العلاقات بخصائص تستند إلى الصورة التي تمت عليها العلاقة والصياغة اللفظية أو الرمزية لها . وسوف نختص بمحدثنا ما ينسحب على العلاقات الثنائية والثلاثية .

#### 1 - 1 العلاقة التماثلية : Symmetrical relation

هي علاقة تنشأ بين حدين أو طرفين ( هـ ، و ) بحيث نعبر عنها مرة بالصورة ( هـ = و ) ومرة أخرى بالصورة ( و = هـ ) ، بمعنى أنها إن قامت من الطرف الأول تجاه الطرف الثاني ؛ فيلزم أن تقوم من الطرف الثاني تجاه الطرف الأول . يمكن أن نشير إلى هذه العلاقة بعبارات من نوع : « ... زوج ... » ، « ... له نفس وزن ... » وبالنظر في هذه الخاصية فإن دالة القضية « هـ ع و » تعين علاقة تماثلية في حالة أن يكون<sup>(21)</sup> :

( هـ ) ( و ) [ هـ ع و ∩ هـ ع و ]

#### 1 - 2 العلاقة اللاتماثلية : Asymmetrical relation

هي علاقة تتوفر لطرف تجاه الطرف الآخر ، وليس العكس . يمكن الإشارة إليها بعبارات من نوع : « ... أكبر من ... » ، « ... أثقل من ... » ، « ... والد ... » ، « ... إلى الشمال من ... » . فإذا كان « هـ ع و » يشير إلى علاقة من طرف واحد — لا تماثلية — فإن الصيغة التالية تعبر عن هذه العلاقة بدقة :

( هـ ) ( و ) [ هـ ع و ∩ ~ هـ ع و ]

(21) Copi, Symbolic Logic, 134.



### 1 - 3 العلاقة جائزة التماثل : Non-Symmetrical relation

ليست كل العلاقات مجرد علاقات تماثلية أو لا تماثلية ؛ فقد يحب شخص ما شخصاً آخر ، أو يكون أختاً له ، أو أن شخصاً لا يزن أكثر من الثاني . إلا أن كل هذه الحالات لا تجعلنا نستنتج أن الشخص الثاني يحب الأول ، أو أنه أخ له ( فقد يكون أختاً له ) أو قد يكونا متساويان في الوزن أو يزيد أحدهما عن الآخر دون تحديد . كما أنه لا ينتج عما سبق أيضاً أن الثاني لا يحب الأول ، أو ليس أختاً له ، أو لا يزن أكثر منه . ان مثل هذا النوع من العلاقات علاقات جائزة التماثل لا نستطيع أن نقطع فيها بحكم بين ، ويمكن تعريفها على أنها ليست تماثلية كما أنها ليست لا تماثلية ، ان علاقات بين بين<sup>(22)</sup> .

### 2 - 1 العلاقة المتعدية : Transitive relation

يمكن النظر إلى العلاقات الثنائية أيضاً على أنها علاقات متعدية ، أو لازمة ، أو جائزة التعدى . ونشير إلى العلاقة المتعدية بعبارات من نوع : « .... إلى الشمال من ..... » ، « .... سلف لـ ..... » ، « له نفس وزن » ، « .... أكبر من ..... » ، « .... أصغر من ..... » . تنشأ العلاقة المتعدية بين طرف أول وطرف ثان ، كما تنشأ بين الطرف الثاني وطرف ثالث ، ومن ثم تقوم العلاقة بين الطرفين الأول والثالث . تشير دالة القضية « ه ع و » إلى علاقة متعدية في حالة<sup>(23)</sup> :

$$(ه) (و) (ى) [ (ه ع و) \cdot (و ع ى) ] \subset (ه ع ى)$$

### 2 - 2 العلاقة اللازمة : Intransitive relation

وفي الجانب المقابل يقصد بالعلاقة اللازمة تلك العلاقة التي تنشأ بين طرف وطرف ثان ، كما تنشأ بين الطرف الثاني وطرف ثالث ، إلا أن ذلك لا يسوغ قيامها بين الطرفين الأول والثالث . نشير إلى بعض العلاقات اللازمة بعبارات مثل : « ... أم لـ ... » ، « .... أب لـ ..... » ، « .... يزيد في وزنه رطلين عن ..... » . ومثال بسيط على ذلك قولنا : إذا كان « ه والد و » وكان<sup>(22)</sup> التعبير « علاقات بين بين » من وضع د . محمود زيدان في كتابه : المنطق الرمزي ، ص 264 .

(23) Copi, Op. Cit., P. 135.

« ووالدى » ، فلا يعنى ذلك أن « ه والدى » . تشير دالة القضية « ه ع و » إلى علاقة لازمة أو غير متعدية في حالة :

$$(ه) (و) (ى) [ (ه ع و) (و ع ى) ] \sim ه ع ى$$

### 2-3 العلاقة جائزة التعدى : Non-Transitive relation

نعرف العلاقة جائزة التعدى بأنها تلك العلاقة التى ليست متعدية وليست لازمة ، ومن الأمثلة على هذا النوع قولنا : « .... صديق لـ .... » ، « مختلف » ، « يحب » إلى غير ذلك مما يفيد أن العلاقة قد تكون متعدية وقد لا تكون .

### 3-1 العلاقة الانعكاسية : Reflexive relation

اقترح كثير من الكتاب تعريفات مختلفة لهذا النوع من العلاقات ، ويبدو أنه لا يوجد مصطلح رمزى محل اتفاق . وعلى أى حال فإن العلاقة تصبح انعكاسية تماماً عندما تنشأ بين حيد أو شيء وذاته ، وتشير إلى ذلك العبارة « ... مساوياً لـ .... » التى تعبر عن علاقة هوية أو مساواة ، ويمكن أن ننظر إلى دالة العلاقة « ه ع و » على أنها علاقة انعكاسية في حالة واحدة هى :

$$ه (ه ع ه)$$

ومن الصيغ التى تعبر عن ذلك فى برفنكييا<sup>(24)</sup> :

$$23'42 \quad ع \supset ع$$

كما يقال عن علاقة أنها انعكاسية عندما تنشأ بين طرف وطرف ثانٍ مساوٍ له ، بحيث تصبح ( ا ع ب ) قابلة للانعكاس مباشرة إلى ( ب ع ا ) ومن الأمثلة الواضحة على ذلك ما تشير إليه العبارات : « ... له نفس لون شعر ... » ، « .... فى عمر ..... » ، « .... معاصر ..... » ، وهنا تشير دالة القضية « ه ع و » إلى علاقة انعكاسية فى حالة<sup>(25)</sup> :

$$(ه) \{ [(ج و) (ه ع و) \vee (و ع ه)] \} \subset (ه ع ه)$$

(24) Principia, P. 213.

(25) Copi, Op. Cit., P. 136.

### 3 - 2 العلاقة اللانعكاسية : Irreflexive relation

هي تلك العلاقة التي لا تحتوي ذاتها ، بحيث تشير دالة قضية العلاقة « ه ع و » إلى علاقة لانعكاسية في حالة :

$$(ه) \sim ه ع ه$$

وهذا النوع من العلاقات شائع ومعروف ونعبر عنها بقولنا : « ... إلى الشمال من ..... » ، « ... متزوج من ..... » ، « ... والد لـ ..... » .

### 3 - 3 العلاقة جائزة الانعكاس : Non-Reflexive relation

هي تلك العلاقات من نوع بين بين ، لا هي منعكسة تحتوي ذاتها ، ولا هي لا منعكسة فلا تحتوي ذاتها ، وإنما لا يتضح فيها الحكم ، وتشير إليها عبارات من نوع : « .... يحب ..... » ، « .... يكره ..... » ، « .... ينتقد ..... » .

### 4 — الخاصية المركبة :

لا يعنى حديثنا السابق أن لكل علاقة خاصية ترتبط بها ، بل قد يكون للعلاقة الواحدة أكثر من خاصية تنطوي تحت خاصية مركبة<sup>(26)</sup> . مثال ذلك أن العلاقة : « .... يزن أكثر من ..... » هي علاقة لا تماثلية ومتعدية ولا انعكاسية . أما العلاقة : « .... له نفس وزن ..... » فهي علاقة تماثلية ومتعدية ومنعكسة . وتفسير ذلك أن وجود بعض الخواص يستلزم حضور خواص أخرى ، مثال ذلك أن كل العلاقات اللاتماثلية يجب أن تكون لا انعكاسية ؛ وهذا أمر يسهل البرهنة عليه . لنفترض أن « ه ع و » تشير إلى علاقة ما ولتكن لا تماثلية ، فإنه بالتعريف<sup>(27)</sup> :

(26) Hodges, Logic, PP. 174 - 180.

(27) Copi, Op. Cit., P. 136.

- 1 — ( ه ) ( و ) ( ه ع و C ~ و ع ه )  
يمكن أن نستنتج أن ( ع ) لا انعكاسية بمعنى أن :  
( ه ) ~ ه ع ه :
- 2 — ( و ) ( ه ع و C ~ و ع ه )
- 3 — ( ه ع ه C ~ ه ع ه )
- 4 — ( ~ ه ع ه V ~ ه ع ه )
- 5 — ~ ه ع ه
- 6 — ( ه ) ~ ه ع ه

#### رابعاً : القضايا الأولية لحساب العلاقات :

يقوم الحساب التحليلي في نظرية حساب العلاقات على شقين : شق يهتم المنطق والمناطق ، وشق جاء تلبية للدواع الرياضية بحتة . ولم يبق لنا من نظرية حساب العلاقات إلا أن نعرض لفكرة النسق الاستباطي بها ، وهنا تواجهنا حقيقة أن النسق فيها يقوم على نفس فكرة النسق كما عرضناها في نظرية حساب القضايا ، بل ان القضايا الأساسية تمت صياغتها — في كتاب برنكييا — لنظرية حساب العلاقات على نفس وتيرة وترتيب ورموز نظرية حساب الفئات ، وأن الفصول التي عرضت للنسق ومبرهناته وطرق البرهنة عاجلت الموضوع بأسلوب الرياضة البحتة مما يخرج عن امكانات ومقصد هذا الكتاب .

لذلك سنكتفى هنا بعرض مجموعة من القضايا الأساسية للنظرية والتي تعد بمثابة تعريفات ومبرهنات تعضد ما سبق أن عرضناه من أفكار أولية بهذا الفصل .

أ — مجموعة تعريفات<sup>(28)</sup> :

نع	$ع \supset ط = (ه ع و) \subset (ه ط و)$	23'01
نع	$ع \dot{\cap} ط = ه \hat{\cup} [ (ه ع و) \cdot (ه ط و) ]$	23'02
نع	$ع \dot{\cup} ط = ه \hat{\cup} [ (ه ع و) \vee (ه ط و) ]$	23'03
نع	$ع \dot{\sim} ه \hat{\cup} [ (ه ع و) \sim ]$	23'04
نع	$ع \dot{\sim} ط = ع \dot{\cap} ط$	23'05

ب — مبرهنات<sup>(29)</sup> :

	$ع \dot{\sim} ه \hat{\cup} [ (ه ع و) \sim ]$	23'31
	$ع \dot{\sim} ط = ه \hat{\cup} [ (ه ع و) \cdot (ه ط و) \sim ]$	23'32
	$ه (ع \cap ط) \equiv (ه ع و) \cdot (ه ط و)$	23'33
	$ه \dot{\sim} ع \equiv (ه ع و) \sim$	23'35
	$ع \neq ع$	23'351
	$(ع \supset ط) \cdot (ط \supset ع) \equiv (ع = ط)$	23'41
	$ع \supset ع$	23'42
	$ع \dot{\cap} (ط \dot{\cap} ع) \supset ع$	23'43
	$(ع \supset ر) \subset \{ (ط \supset ر) \cdot (ع \supset ط) \}$	23'44
	$(ه ط و) \subset [ (ه ع و) \cdot (ع \supset ط) ]$	23'441
	$ع = (ع \dot{\cap} ع)$	23'5
	$(ع \dot{\cap} ط) = (ط \dot{\cap} ع)$	23'51
	$(ع \supset ر) \equiv [ (ع \supset ر) \subset (ع = ط) ]$	23'55
	$ع \dot{\cup} ع = ع$	23'56
	$(ع \dot{\cup} ط) = (ط \dot{\cup} ع)$	23'57

(28) Principia, P. 213.

(29) Ibid., PP. 213 - 214.

# مصطلحات منطقية





## مصطلحات منطقية

آثرنا أن نختتم هذا البحث المنطقي بمجموعة من المصطلحات لا غنى عنها للباحث في المنطق ، وإن كانت ألصق بالمنطق الرمزي منها إلى المنطق بصفة عامة . وقد اعتمدت في جمع هذه المصطلحات على ما توفر لدى من معاجم وموسوعات ومراجع ، وقد اجتهدت في نقل معظمها إلى العربية رغبة في توحيد المصطلح المنطقي ، وتسم محاولتي بالتواضع ، وآمل أن يصلني من توجيهات أهل التخصص ما يسد نقصاً هنا أو يحو عيباً هناك .

أقدم هذا العمل داعياً المولى أن ينفع به القراء ، وأجدني أردد ما قاله الامام أبو حنيفة رضي الله عنه : « قولنا هذا رأى ، وهو أحسن ما قدرنا عليه ، فمن جاءنا بأحسن من قولنا ، فهو أولى بالصواب منا » .

أما المصادر التي اعتمدت عليها فهي حسب أهميتها للموضوع :

Greenstein, C. H., Dictionary of Logical Terms and Symbols.

Edwards' P.(Ed.),The Encyclopedia of Philosophy, 8. Vols.

Whitehead & Russell, Principia Mathematica.

Kneale, W. & M., The Development of Logic.

Hocutt, M. The Elements of Logical Analysis and Inference.

- المعجم الفلسفي الصادر عن مجمع اللغة العربية .
- الكتابات المنطقية للأعلام : محمد ثابت الفندي ، عبد الرحمن بدوي ، عبد الحميد صبرة ، محمود زيدان ، عزمي إسلام ، عادل فاخوري .

## A

- 1 — قانون الامتصاص « الاستفاد »  
Absorption, Law of  
صيغة حجة صحيحة ، تقرر بأن القول أن ( و ) تستلزم ( ل )  
يكافئ القول بأن ( و ) تستلزم إجراء الوصل بين ( و ) و ( ل ) .  
$$(L \supset W) \equiv [W \supset (L \cdot W)]$$
- 2 — تجريد  
Abstraction  
يعنى — فى المنطق التقليدى — اشتقاق قضية عامة من قضية جزئية .
- 3 — عرض  
Accident  
مغالطة تنتج عن تطبيق قاعدة عامة على حالة نادرة أو استثنائية .
- 4 — الجمع — الاضافة  
Addition  
قاعدة تقول بصدق دالة الفصل حين تصدق احدى القضايا المؤلفة لها .  
$$(L \vee (L \vee V))$$
- 5 — قضية موجبة  
Affirmative proposition  
صيغة معيارية لقضية حملية صورتها : « كل ا هو ب » أو « بعض ا هو ب » .
- 6 — جبر المنطق  
Algebra of Logic  
نسق من العلاقات المنطقية تنتظمه مجموعة صيغ جبرية ، كان أول من وضعه « جورج بول » .
- 7 — تحليل  
Analysis  
بحث مشكلة بطرق تناسب طبيعتها ، مع تقسيم هذه المشكلة إلى وحدات مترابطة حتى تتم دراستها باستفاضة ، ووضع حلول لها .
- 8 — تحليل رياضى  
Analysis, mathematical  
نظرية فى الأعداد الأصلية ، والمركبة ، ودوال الأعداد .

9 — قضية تحليلية Analytic proposition

- قضية يؤدي انكارها إلى وقوع في تناقض ذاتي .
- قضية يحتوي موضوعها على محمولها .

10 — علاقة سلفية Ancestral relation

- علاقة انعكاسية ومتعدية ، تنشأ بين موضوعين في حالة واحدة فقط ؛
- هي أن يكون لأحدهما خاصية وراثية وثيقة الصلة بالآخر .

11 — سابق ، مقدم Antecedent

- تعبير يأتي على يمين ثابت اللزوم في القضية الشرطية .
- (  $U \subset L$  )

12 — قضية بعدية A Posteriori proposition

- قضية ندرك صدقها بالاستناد إلى الخبرة والبيئة التجريبية .

13 — قضية قبلية A Priori proposition

- معرفة صدق هذه القضية أمر سابق على التجربة ، ويتم دون الاستناد إليها .

14 — القضية A A - Proposition

- قضية حملية — كلية موجبة — تأخذ الصورة « كل ع هو ع » بحيث تشير ( ع ) إلى الموضوع ، وتشير ( ع ) إلى المحمول .

15 — خاصية أرشميدس Archimedian property

- خاصية لنسق الأعداد ، نفترض أنه في حالة وجود عددين « ه » ، « و » ، إذا كان ه أقل من و ، فإن ثمة عدد آخر وليكن ي ، بحيث يصبح حاصل ضرب ه ي أكبر من و .

16 — حجة — متغير Argument

- مجموعة من القضايا المترابطة بطريقة تسمح لنا أن نرى — في قضية أو أكثر من بينها — ما يصلح بينة على صدق قضية أخرى .

— يأتى معناها فى بعض السياقات كمتغير .

17 — المنطق الأرسطي      Aristotelian Logic

منطق — تقليدى أو مدرسى — فى القضية الحملية ، يقوم على نسق من قواعد الاستدلال الصورى ، يختلف عن المنطق الحديث الذى يعتمد على روابط دالات الصدق .

Arithemetical predicate 18 — محمول حسابی

محمول نعبر عنه في مصطلحات السور الوجودى والكلى ، ثابت ومتغير الأعداد الطبيعية ، دوال الجمع والضرب ، بالإضافة إلى روابط دالات الصديق لحساب القضايا .

Array 19 — نظام

سلسلة من الحدود ينظمها نموذج له معنى .

20 — من: المؤكد أن

الطريقة التي نقرأ بها الرمز — .

21 — رمز التأكيد

علامة تستخدم في اللغة الشيئية ، وضعها « جوتلوب فريجه » ، تشير إلى أن قضية ما موضع تأكيد .

Assertoric proposition      22 — قضية مطلقة

قضية غير موجهة ، أى غير مقيدة بجهة .

23 — مبدأ الترابط Association

ينشأ تكافؤ صحيح في حالتين :

I — إذا انفصلت قضية عن قضيتين مرتبطتين برباط الفصل فإنها تساوى دالة فصل بين القضيتين الأوليتين منفصلة عن القضية

الثالثة .  $[ ( \text{ق} \vee \text{ل} ) \vee \text{م} ] \equiv [ ( \text{ق} \vee \text{ل} ) \vee ( \text{ق} \vee \text{م} ) ]$  أو

II — إذا ارتبطت قضية بثابت الوصل مع دالة وصل لقضيتين فإنها تساوى دالة وصل بين القضيتين الأوليتين مرتبطة بالقضية الثالثة .

$$[ ( ل . م ) . ن ] \equiv [ ( ل . ن ) . م ]$$

24 — علاقة لا تماثلية Asymmetrical relation

علاقة تنشأ بين طرف أول وطرف ثان ، بينما لا يبادل الطرف الثانى الطرف الأول نفس العلاقة .

25 — قضية ذرية Atomic sentence

١

- 1 — قضية تستبدل بمتغير قضوى واحد .
- 2 — قضية بسيطة لا تحتوى بداخلها أى قضية أخرى .

26 — بديهية Axiom

قضية أو مجموعة من القضايا تعد نقطة بدء لنسق استنباطى ، إلا أنه لا يبرهن عليها من خلال ذلك النسق أو غيره ، تتميز بخصائص منها أنها عامة وتحليلية ، والبيئة فيها بيئة عقلية .

## B

27 — شرطية مزدوجة Biconditional

- 1 — رابطة قضوية ثنائية لدالة صدق تعبر عن التكافؤ بين طرفى الدالة .
- 2 — تصدق دالة التكافؤ ( الشرطية المزدوجة ) فى حالة اتفاق قيم صدق عنصريها .

28 — ثنائى Binary

— خاصية أو سمة أو شرط يشير إلى بدلين ممكنين أو حالتين محددتين نحكم بأحدهما على القضية . نطلق عليهما : صادق وكاذب ، عال ومنخفض ، صحيح وفاسد ، واحد وصفر .

— نظام للترقيم يعتمد على استخدام ثنائى للرموز : 1 ، صفر عند الكتابة . بحيث يشير « 1 » إلى صادق تماماً ، و « صفر » كاذب تماماً .

— رابطة ثنائية Binary Connective

ثابت يربط بين قضيتين مكونا صيغة دالة صدق مركبة . والروابط الثنائية هى : الوصل ، الفصل ، اللزوم ، التكافؤ .

— دوال جبر « بول » Boolean functions

الدوال المستخدمة فى جبر « جورج بول » وتتضمن :

تمام الفئة : Class Complement

تقاطع الفئة : Class Intersection

اتحاد الفئة : Class Union

— حدوث مقيد للمتغير Bound Occurrence of a variable

يسمى حدوث المتغير فى احدى الصيغ حدوثاً مقيداً ، إذا حدث فى جزء جيد التكوين من هذه الصياغة .

— متغير مقيد Bound Variable

المتغير عندما يقع فى نطاق السور ويرتبط به .

## C

— حساب تحليلى منطقى Calculus, Logical

يطلق على أى نسق منطقى ، مثل حساب القضايا وحساب دالات القضايا .

— العدد الأصيل لمجموعة Cardinal number of a set

مجموعة كل المجموعات مساوية فى العدد لتلك المجموعة .  
الصفر هو العدد الأصيل للفئة الفارغة .



35 — قضية حملية Categorical proposition

أى قضية من أربعة القضايا : A ، E ، I ، O التى تثبت أو تنفى علاقة بين فئتين ، وتتكون القضية الحملية من : سور وموضوع ورابطة [ لا تظهر فى اللغة العربية غالباً ] ومحمول .

36 — قياس حملى Categorical Syllogism

حجة استنباطية تتكون من ثلاث قضايا : مقدمتان ونتيجة ، وتحتوى ثلاثة حدود واضحة : الحد الأكبر والحد الأصغر والحد الأوسط . ويحدث كل حد لمرتين فى القياس ، ويتحدد نوع القياس الحملى بالرجوع إلى ضربه والشكل الذى ينتمى إليه .

37 — استنتاج قائم على الدور Circular reasoning

استنتاج يفترض صدق ما قام ليبرهن على صدقه .

38 — فئة ، صنف Class

I — مجموع aggregate .

II — مجموع من المفردات ذات الخصائص المتشابهة .

III — مجموع من الأشياء ذات صفات نوعية مشتركة .

39 — قضية محكمة Closed sentence

صيغة جيدة التكوين لا تحتوى متغيرات حرة .

40 — تقييد — حصر — احكام Closure

عندما نستهل صيغة معينة بسور معين فأننا نهدف إلى أن نقيّد ونحكم كافة المتغيرات الحرة فى تلك الصيغة ، إذا وضعنا السور الكلى كان ( إحكاماً كلياً ) ، وإذا وضعنا سوراً وجودياً كان إحكاماً جزئياً أى وجودياً .

41 — حد جمعى Collective term

الحد الذى ينطبق — فى المنطق التقليدى — على مجموعة الأشياء التى تكون وحدة فيما بينها .



42 — منطق توافقي [ التحليل ] Combinatory Logic

أحد فروع المنطق الرياضي ، يهتم بعمليات وضع الدالات ومن ثم عملية وضع قيم لتلك الدالات . تحل الدالات في هذا النسق محل المتغيرات بصورة كاملة .

43 — مبدأ التبادل Commutation

تتكون صيغة تكافؤ صحيح ، طبقاً لهذا المبدأ في حالة :

I — دالة الفصل بين قضيتين تكافؤ دالة فصل مكونة من نفس القضيتين بعد تبادل مواضعهما  $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

II — دالة الوصل بين قضيتين تكافؤ دالة وصل مكونة من نفس القضيتين بعد تبادل مواضعهما  $(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$

44 — التام Complement

عدد يمثل الوجه السالب لعدد مفترض .

45 — تمام مجموعة Complement of Set

مجموعة لها من الأعضاء كافة المفردات التي استبعدت فقط من عضوية مجموعة .

46 — الاكتمال Completeness

صفة تطلق على النسق الاستنباطي إذا تم البرهنة على كل صيغة من الصيغ جيدة التكوين التي يحتويها النسق .

47 — مجموعة تامة Complete Set

مجموعة كل أعضاؤها مجموعات فرعية لها .

48 — أغلوطية التركيب ( التآليف ) Composition, fallacy of

أغلوطية غير صورية ، ينشأ عنها لبس واشتباه ، حيث يبرهن من خلالها أن ما يصدق على الأجزاء أو العناصر المكونة لكل أو مجموع يصدق بالتالي على هذا الكل أو المجموع .

49 — قضية مركبة Compound Sentence

قضية تتكون من قضايا أخرى أجزاء لها .

50 — نتيجة Conclusion

ما يستدل عليه من مقدمات حجة معينة ، وتقدم تلك المقدمات تسويغاً كافياً لها .

51 — شرطى Conditional

52 — طرف وصل Conjunct

تعبير يقع على يمين أو يسار ثابت الوصل .

53 — الوصل Conjunction

I — رابطة قضوية لدالة صدق ثنائية يعبر عنها بواو العطف .

II — قضية مركبة بواسطة رابطة رئيسية هي « و » .

III — تصدق دالة الوصل في حالة واحدة : صدق طرفاها معاً .

54 — رابطة Connective

I — الرابطة القضوية عبارة عن رمز يستخدم مع قضية أو أكثر من قضية ويكون الناتج قضية جديدة .

II — الرابطة الفتوية يبلغ تأثيرها إلى فتين أو أكثر ، وتسمى الفتة الناتجة فتة مركبة .

55 — رابطة منطقية Connective, Logical

العوامل الاجرائية في منطق « بول » مثل : و ، أو ، ليس ..... و لا .

56 — مفهوم Connotation

مجموعة السمات والخصائص المتفق عليها والتي تشكل فيما بينها فقط ما ينطبق على ماصدق حد من الحدود .

57 — نتيجة منطقية Consequence

قضية يتم استنتاجها من مجموعة معينة من القضايا .

58 — لاحق ، تال Consequent

تعبير يأتي على يسار ثابت اللزوم في القضية الشرطية .  
و ح ( ل )

59 — الاتساق Consistency

I — يقال على مجموعة من العبارات أو القضايا أن ثمة اتساق بينها إذا وجد تفسير واحد على الأقل يقول بصدقها .

II — يصبح النسق متسقاً إذا لم يحتو — من بين مبرهناته — على صيغة صورية ونقيضها يمكن البرهنة عليهما من خلاله .

60 — الثابت Constant

رمز له معنى محدد ودقيق .

61 — القضية الحادثة ( التركيبية ) Contingent proposition

I — قضية ليست متناقضة تناقضاً ذاتياً ، ولا ضرورية ضرورية منطقية .

II — قضية لا يتوقف مصدر الصدق والكذب فيها على الصورة المنطقية وحدها بل يعود أيضاً إلى البحث التجريبي .

III — في حالة استخدام قوائم الصدق ، فإنها تقال على قضية تحتل الصدق والكذب في البدائل الممكنة لها .

62 — تناقض ذاتي Contradiction, Self

اثبات قضية ونقيضها في نفس الوقت .

63 — نقيض — متناقض Contradictory

I — القضيتان الحمليتان اللتين لا تصدقان معاً ولا تكذبان معاً متناقضتان .

- II — إذا كانت هناك قضيتان أحدهما صادقة فالأخرى كاذبة ، وإذا كانت أحدهما كاذبة فالأخرى صادقة بالضرورة .
- III — يعتبر الحدان متناقضين إذا شكلا معاً عالم المقال ، واستبعد أحدهما الآخر .
- IV — في حالة استخدام قوائم الصدق تصبح القضية متناقضة إذا كانت كل قيم الصدق للبدايل الممكنة لها كاذبة .

64 — التضاد Contrary

- 1 — علاقة تنشأ بين قضيتين كليتين .
- 2 — لا يمكن للقضيتين في حالة التضاد أن تصدقا معاً ولكن قد تكذبان .
- 3 — يطلق التضاد على الحدين اللذين لا يستفدان عالم المقال ، وإن كان أحدهما يستبعد الآخر .

65 — النطاق العكسي لعلاقة ما Converse domain of a relation

هو صنف كل الحدود التي يكون شيء ما على علاقة معها .

66 — عكس علاقة ما Converse of a relation

67 — العكس ( البسيط ) Conversion

نمط من الاستدلال المباشر — في المنطق التقليدي — ينشأ عندما يحل الموضوع والمحمول في قضية ما الواحد محل الآخر ، ويبقى نفس السور . وتحتفظ القضية الناتجة بنفس قيم الصدق كما هي في القضية الأصلية . ويتم العكس على هذه الصورة في القضيتين الحمليتين الكلية السالبة والجزئية الموجبة .

68 — العكس بالعرض Conversion per accidens

عكس تحديدي ، وينشأ عندما تعكس القضية الكلية الموجبة حيث يحل الموضوع والمحمول الواحد محل الآخر ، ويصبح السور الكلي سوراً جزئياً . وللقضية الناتجة نفس قيمة صدق القضية الأصلية .

69 — رابطة Copula.

كلمة أو عدة كلمات تربط بين حدين يشيران إلى الموضوع والمحمول في القضية الحملية ، وتظهر في اللغة الانجليزية مشتقة من الفعل يكون « to be » ، ولا تظهر في العربية في معظم الأحيان على سبيل الاستحسان .

70 — التضافيف المشترك Correlation

احدى خصائص العلاقات ، ويندرج تحتها علاقات من نوع : واحد بواحد ، واحد بكثير ، كثير بواحد ، كثير بكثير .

71 — المتضافيفات Correlatives

مثل « صادق » و « كاذب » ، لا نستطيع أن نقول — في رأى « رسل » — عن شيء أنه كان صادقاً إلا إذا كان يمكن أن يكون كاذباً ، ومن ثم فالقضية تعد نموذجاً لثنائية الصدق والكذب .

72 — نتيجة لازمة Corollary

قضية تلزم عن إحدى المبرهنات ، وليس ثمة حاجة لتبرير إضافي لبيان صدقها . وجمعها نتائج Corollaries .

## D

73 — استنباط Deduction

حجج وبراهين صورية يثبت فيها صدق النتيجة بناءً على صدق المقدمات ، بحيث تستلزم المقدمات النتيجة . وفي حالة ارتباط المقدمات بنقيض النتيجة ينشأ تناقض .

74 — مبرهنة الاستنباط Deduction theorem

« ميتامبرهنة » Metatheorem لنسق منطقي معين تقرر أنه إذا كان يمكن الانتقال من الافتراضات  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  لثبت ( ل ) ، فإنه يمكن الانتقال من الافتراضات  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  لثبت أنه في حالة « ل » إذن « ل » .

- 75 — مُعرَّغات Definables
- 76 — يُعرَّف Define
- إقرار قيمة لمتغير أو رمز .
- 77 — المعرَّف Definiendum
- موضوع التعريف .
- 78 — وصف محدد Definite description
- وصف ينطبق على شيء واحد بعينه دون سواه .
- 79 — نظرية الأوصاف المحددة Definite descriptions, theory of
- نظرية قال بها « رسل » وتعني بحذف أوصاف محددة — خلال سياق معين — على أن يحل محلها تعبير لغوي مكافئ .
- 80 — برهنة — برهان Demonstration
- حجة استنباطية — تقترحها — تنتظم مجموعة معينة من القضايا .
- 81 — مبرهنات دي مورجان De Morgan's theorems
- صور منطقية لتكافؤ صحيح تقرر أن :
- I — انكار الوصل القائم بين قضيتين يكافئ الفصل القائم بين هاتين القضيتين في حالة انكار كل منهما على حدة .
- $$\sim (L \cdot V) \equiv (\sim L \vee \sim V)$$
- II — انكار الفصل القائم بين قضيتين يكافئ الوصل القائم بين هاتين القضيتين في حالة انكار كل منهما على حدة .
- $$\sim (L \vee V) \equiv (\sim L \cdot \sim V)$$
- 82 — ماصدق Denotation
- مجموعة أو فئة من الأشياء ينطبق عليها — دون سواها — حد بعينه .



83 — انكار المقدم Denying the antecedent

أغلوطة صورية تنشأ عندما تأتى المقدمة الصغرى — فى قياس شرطى من نوع « الرفع بالرفع » — نافية للمقدم فى المقدمة الكبرى .

84 — اشتقاق Derivation

تعاقب محدود من صيغ جيدة التكوين فى نسق منطقى ، يبدأ بافتراض ما شريطة أن يكون صيغة جيدة التكوين ، إلا أن هذه الصيغة ليست إحدى بديهيات أو مبرهنات هذا النسق .

85 — قاعدة التحليل Detachment, Rule of

86 — رسم بيانى منطقى Diagram, Logical

يمثل الرسم أو التخطيط من هذا النوع العناصر المنطقية والعلاقات القائمة بينها لأحد الأنساق المنطقية .

87 — قياس الاحراج Dilemma

برهان استنباطى يتكون من مقدمتين احدهما تربط بين قضيتين شرطيتين ، والمقدمة الأخرى قضية فصل . وقياس الاحراج المشر الذى يحوى قضية فصل يثبت السابق فى المقدمة الشرطية بينما قياس الاحراج الهدام الذى يحوى مقدمة فصل تنكر التالى فى المقدمة الشرطية . ويعد قياس الاحراج بسيطاً إذا احتوى ثلاثة حدود متميزة ، ومركباً إذا احتوى أربعة حدود متميزة .

89 — الفصل [ الجمع المنطقى ] Disjunction

I — رابطة لدالة صدق ثنائية نقرؤها : « أو » .

II — قضية مركبة والثابت الرئيسى فيها : « أو » .

III — الفصل نوعان : قوى مانع Exclusive أو ضعيف شامل

. Inclusive

( ١ ) ينشأ الفصل القوى بين عنصرى دالة فصل بحيث تصدق الدالة فى حالة صدق أحد العنصرين فقط وليس كليهما .



( ب ) ينشأ الفصل الضعيف بين عنصري دالة فصل بحيث تصدق هذه الدالة في حالة صدق أحد العنصرين أو صدقهما معاً .

90 — قياس منفصل Disjunctive Syllogism

صورة برهان صحيح يتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى منفصلة ، بينما المقدمة الثانية تأتي إنكاراً لأحد عنصري القضية المنفصلة ، والنتيجة هي العنصر الآخر .  $(L \vee U) . \sim U \supset L$

91 — حد مستغرق Distributed term

يقال عن حد — في القضية الحملية في صورتها المعهودة — أنه مستغرق إذا أُصدر حكماً ما على كل أعضاء الفئة التي يشير إليها . يُستغرق الموضوع في القضية الكلية الموجبة ولا يستغرق المحمول . ويستغرق الموضوع والمحمول معاً في القضية الكلية السالبة . ولا يستغرقان في الجزئية الموجبة . ويستغرق المحمول فقط في الجزئية السالبة .

92 — التوزيع Distribution

صورة منطقية لتكافؤ صحيح تقرر أن :

I — إذا ارتبطت قضية بثابت الوصل مع ثابت الفصل القائم بين قضيتين أخريتين فإن الناتج يكافئ ثابت الفصل القائم بين وصل القضية الأولى والثانية من جهة والقضية الأولى والثالثة من جهة أخرى .

$$[ (L \vee U) . (M \vee N) ] \equiv [ (L \vee U) \vee (M \vee N) ]$$

II — إذا قام ثابت الفصل بين قضية والوصل القائم بين قضيتين أخريين فإن الناتج يكافئ ثابت الوصل القائم بين فصل القضية الأولى عن الثانية من جهة والقضية الأولى عن الثالثة من جهة أخرى .

$$[ (L \vee U) \vee (M \vee N) ] \equiv [ (L \vee U) \vee (M \vee N) ]$$

93 — أغلوطة التقسيم Division, fallacy of

أغلوطة غير صورية تشير إلى الغموض الناشئ عن البرهنة على أن ما يصدق على الكل أو المجموع يجب أن يصدق على عناصره أو أجزائه .

94 — نطاق العلاقة Domain of a relation

صنف كل الحدود التي تكون لها العلاقة « ع » مع شيء ما .

95 — نطاق التفسير Domain of interpretation

صنف كل المفردات التي تدخل في مجال أحد المتغيرات .

96 — نقطة ( في الكتابة ) Dat

الوسيلة التي نعبر بها عن الوصل كرابطة قضوية لدالة صدق وتكتب « . » .

97 — النفي المزدوج Double negation

I — لنفترض أن لدينا قضية ، نفي أولاً هذه القضية ، ثم نعيد نفيها .  
وإذا كانت القضية الأصلية صادقة فإن ناتج النفي المزدوج لها صادق أيضاً .

II — ونعبر عنها بالتكافؤ بين قضية والنفي المزدوج لهذه القضية :

$$p \equiv \sim \sim p$$

98 — علاقة إثنية Dyadic relation

E

99 — اما ... أو Either ..... or

عبارة تستخدم أحياناً للإشارة إلى الانفصال القائم بين تعبيرين .

100 — عنصر في فئة Element of a Class

( عضو في فئة ) .

- 101 — فئة فارغة Empty Class
- 102 — علاقة لزوم ( الاستلزام ) Entailment  
علاقة تنشأ بين قضيتين عندما نستنتج احدهما من الأخرى . أو  
المضى من بعض المقدمات إلى نتائج تستلزمها المقدمات .
- 103 — قياس اضمارى ( مضمر ) Enthymeme  
قياس لا تعلن فيه احدى المقدمتين أو النتيجة ، ويأتى على ثلاثة  
مستويات ؛ الأول لا تعلن فيه المقدمة الكبرى ، ولا تعلن فى الثانى  
المقدمة الصغرى ، بينما لا تعلن النتيجة فى المستوى الثالث .
- 104 — منطق المعرفة Epistemic Logic
- 105 — القضية E E - Proposition  
قضية حملية كلية سالبة ، تأخذ الصورة « لا ع هو ع » .
- 106 — فئات متساوية Equinumerous Classes  
تعبير يطلق على فئتين متساويتين فى عدد أعضائها ، بحيث يقابل كل  
عضو فى الفئة الأولى عضواً من الفئة الثانية .
- 107 — تكافؤ منطقي Equivalence, Logical  
تتكاملاً قضيتان تكافؤاً منطقياً إذا كانت القضية الشرطية المزدوجة  
bioconditional التى توضح تكافؤهما تأتى على هيئة تحصيل حاصل .
- 108 — تكافؤ مادي Equivalence, material  
تتكاملاً قضيتان تكافؤاً مادياً إذا كانا يصدقان معاً أو يكذبان معاً .
- 109 — علاقة تكافؤ Equivalence relation  
علاقة تتسم بأنها عكسية وتماثلية ومتعدية فى نفس الوقت .
- 110 — متكافئات فى قيم الصديق Equivalent in truth value  
صديق أو صور القضايا التى تصديق فى نفس الوقت أو تكذب فى نفس  
الوقت .

111 — أغلوطة الالتباس Equivocation

أغلوطة غير صورية تعكس الغموض الناتج عن استخدام كلمة أو عبارة بأكثر من معنى في نفس الحجة التي نسوقها .

112 — أشكال « إلتر » التخطيطية Euler diagrams

أشكال دائرية من وضع « ليونارد الر » يمثل بها للعلاقات بين الفئات .

113 — قانون الثالث المرفوع Excluded middle, law of

أحد القوانين الأساسية في المنطق ، يقرر أن القضية إما أن تكون صادقة أن كاذبة . (  $V \sim V$  ) .

114 — تعميم وجودي Existential generalization

قاعدة للاستدلال تشير إلى اضافة سور وجودي لقضية أو لدالة قضية .

115 — تقرير وجودي Existential import

صفة تطلق على القضية الحملية إذا كانت حدود الموضوع والمحمول فيها — وتنام هذه الحدود — لا تنطوي على فئات فارغة .

116 — سور وجودي Existential quantifier

رمز يضاف إلى المتغير ويوضع على يمين صيغة جيدة التكوين . ويُقرأ في غالب الأمر : « يوجد فرد واحد على الأقل ... » .

117 — قانون التصدير Exportation

صورة منطقية لتكافؤ صحيح تقرر أنه :  
إذا كان الوصل بين قضيتين يلزم عنه قضية ثالثة ، فإن هذا التعبير يكافئ اللزوم الرابط بين القضية الأولى من جهة واللزوم الناشئ بين القضيتين الثانية والثالثة . ونعبر عن ذلك رمزياً :  
$$[(M \supset L) \supset V] \equiv [M \supset (L \supset V)]$$

118 — ماصدق Extension

119 — بديهية الماصدقية Extensionality, axiom of

احدى بديهيات نظرية المجموع ، تقرر أنه في حالة وجود مجموعتين ،  
إذا كان شيء ما عضواً في المجموعة الأولى وهو عينه عضو في المجموعة  
الثانية فالمجموعتان متطابقتان .

## F

120 — أغلوطة Fallacy

استنتاج أو حجة فاسدة . وتنقسم المغالطات إلى نوعين : صورية  
وغير صورية .

I — تعبر المغالطة الصورية عن خطأ في الاستنتاج ناشئ عن صورة  
الحجة لا محتواها . انها صورة برهنة استنباطية لا ينتج صدق  
النتيجة فيها عن صدق المقدمات .

II — أما المغالطات غير الصورية فتقسم بدورها إلى نوعين :  
مغالطات العلاقة ومغالطات الغموض ؛

( أ ) تحدث مغالطة العلاقة عندما لا تتعلق مقدمات حجة ما  
بنتيجتها وتعجز عن اثبات صدقها .

( ب ) تنشأ مغالطة الغموض عندما نستخدم حداً واحداً على  
الأقل خلال الحجة التي نسوقها بأكثر من معنى ، أو عندما  
نصوغ عبارة أو جملة صياغة منقوصة غير وافية .

121 — مجال العلاقة Field of a relation

تنشأ عندما نوجد بين نطاق العلاقة ونطاقها العكسي .

122 — شكل القياس Figure

يتحدد شكل القياس بموضع الحد الأوسط . هناك أربعة أشكال :  
الأول : ويأتي الحد الأوسط فيه موضوعاً في المقدمة الكبرى ومحمولاً  
في الصغرى .

الثاني : يأتي الحد الأوسط محمولاً في المقدمتين .  
الثالث : ويأتي موضوعاً في المقدمتين .  
الرابع : ويأتي محمولاً في الكبرى وموضوعاً في الصغرى .

123 — بالنسبة لأي من For any

أحدى الطرق التي نقرأ بها رمز التسوير الكلى .

124 — صورة ( القياس ) Form

خاصية للقياس ، تتحدد من خلال شكله وضربه .

125 — أنساق صورية Formal Systems

هي لغات ذهنية غاية في التجريد وتتكون من بديهيات ومبرهنات ،  
وتشكل الرموز نقاط البدء الأولية لها ، أما تفسير هذه الأنساق فيتم  
في نطاق ما بعد اللغة .

126 — قواعد التكوين Formation rules

تعنى هذه القواعد بتحديد نوع التركيبات الرمزية التي تشكل صيغاً  
جيدة التكوين لنسق منطقي معين ، وسبل استبعاد بقية التركيبات  
غير الصالحة لهذا النسق .

127 — صيغة Formula

سلسلة محدودة من الرموز الأولية تخص نسقاً منطقياً بعينه .

128 — متغير حر Free Variable

المتغير عندما لا يقع في نطاق السور .

130 — الدالة Function

1 — تطابق واحد مع كثير .  
2 — عملية إجرائية تنطبق على حجة أو على مجموعة مرتبة من  
الكيانات .

131 — حساب دوال القضايا ( من المستوى الأول )

Functional Calculus, first order



تطوير بديهي للمبادئ المنطقية التي تحكم عملية تسوير المتغيرات الفردية وذلك للبرهنة على صحة الحجج واثبات الحقائق المنطقية . ويشتمل مثل هذا النسق المنطقي على رموز حساب القضايا والمتغيرات الفردية ومتغيرات الدوال والأسوار ذات المتغيرات الفردية بوصفها متغيراتها الاجرائية ، والدوال ذات المتغيرات الفردية والثوابت بوصفها حججاً لها .

## G

132 — تعميم Generalization

قاعدة استدلالية تفيد اضافة سور إلى يمين تعبير معين . :

133 — ترقيم « جيدل » Gödel numbering

تعيين عدد طبيعي لكل عنصر من عناصر النسق الصوري .

134 — مبرهنة الاكتمال عند « جيدل » Gödel's Completeness theorem

مبرهنة « لكورت جيدل » تقرر أن كل صيغة جيدة التكوين وصحيحة في منطق من المستوى الأول تعد مبرهنة لهذا النسق .

135 — مبرهنات النقص عند « جيدل » Gödel's incompleteness theorems.

مبرهنات لكورت جيدل تقرر أنه :

1 — توجد صيغة صحيحة جيدة التكوين لنسق متسق ، لكنها غير قابلة للبرهنة داخل هذا النسق .

2 — مع التسليم بوجود نسق متسق فإنه لا يمكن وجود برهان لاتساق هذا النسق من داخله .

## H

136 — حدوة الحصان Horseshoe

اسم العلامة التي تشير إلى ثابت اللزوم كما نكتبه : «  $\supset$  » .



137 — شرطى Hypothetical

138 — قياسى شرطى Hypothetical Syllogism

صورة حجة برهانية صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة .  
المقدمة الأولى قضية لزوم ، والمقدمة الثانية قضية لزوم هى الأخرى  
يأتى المقدم فيها ما كان تالياً فى المقدمة الأولى ، والنتيجة قضية لزوم  
أيضاً ( شرطية ) : مقدمها مقدم الأولى وتالياً تالى الثانية .

## I

139 — مطابق للكذب ( كذب مطبق ) Identically false

يقال على صيغة جيدة التكوين فى حساب القضايا عندما تأتى قيم  
صدقها « كاذبة » فى كافة الحالات الممكنة لها .

140 — مطابقة للصدق ( صدق مطلق ) Identically true

يقال على صيغة جيدة التكوين فى حساب القضايا عندما تأتى قيم  
صدقها « صادقة » فى كافة الحالات الممكنة لها .

141 — هُوِيَّة Identity

علاقة تنشأ بين الشيء وذاته .

142 — قانون الهوية Identity, Law of

أحد قوانين المنطق الأساسية ويفيد أن كل قضية تكافئ ذاتها :  
[  $p \equiv p$  ]

143 — إذا If

حرف يفيد الإشارة إلى قضية لزومية ( شرطية ) .

144 — إذا [ فى حالة الشرط فقط ] If and Only if

عبارة تستخدم أحياناً للإشارة إلى قضية شرطية مزدوجة .

145 — إذا ..... إذن If ..... then

عبارة تستخدم أحياناً للإشارة إلى اللزوم [ إذا كان ( و ) ... إذن ( ل ) ] .

146 — تجاهل المطلوب Ignoratio elenchi

أغلوطة غير صورية تتعلق بمحاولات البرهنة على نتيجة بعينها إلا أن هذه المحاولات تقدم تجاه البرهنة على نتيجة أخرى .

147 — استدلال مباشر Immediate inference

أحد أنواع الاستدلال في المنطق التقليدي ، ينتقل من مقدمة واحدة إلى نتيجة ، ويشمل أنواعاً عدة : التناقض ، التضاد ، النقض الدخول تحت التضاد ، التداخل ، العكس ، النقض ، عكس النقض .

148 — قضية لزومية ( شرطية ) Implication

قضية مركبة والرابط الأساسي فيها : « إذا كان ... فإن ... » ، وتستخدم للتعبير عن حالات كثيرة : ( أ ) التعريفات ، ( ب ) عكس أو نقض القضايا الشرطية الواقعية ، ( ج ) القضايا الشرطية التي تقول بصدق المقدم فيها فقط ( د ) التعميمات ( هـ ) القضايا المعبرة عن لزوم مادي ( و ) قضايا اللزوم المنطقي ( ز ) الإنكار ( ح ) التأكيد . وتحتوي هذه القضية على عنصرين أساسيين هما : السابق أو الملزوم *implicans* ، واللاحق أو اللازم *Implicates* .

149 — يلزم عنه ، يستلزم Implies

كلمة نستخدمها أحياناً في الإشارة إلى اللزوم في القضية الشرطية ( و يستلزم ل ) .

150 — نقيضة « مالا يمكن حمله » Impredicable paradox

تناقض ينشأ عن محاولة الإجابة على السؤال :

هل العبارة « مالا يمكن حمله » « مما لا يمكن حمله على ذاته » ؟  
— راجع نظرية الأنماط في أحد الكتب المنطقية المعتمدة لمزيد من  
تفصيل .

151 — تضمن — احتواء Inclusion

علاقة بين مجموعتين بحيث يكون كل أعضاء المجموعة الأولى أعضاء  
في المجموعة الأخرى .

152 — ( نسق ) غير متسق Inconsistent

صفة تطلق على نسق يمكن البرهنة من خلاله على صيغة ونقيضها ،  
بوصفهما مبرهنات تدخل في تكوين هذا النسق .

153 — الاستقلال Independence

I — احدى خصائص البديهيات ، ويعنى ألا تكون بديهية ما قابلة  
للاشتقاق من بقية بديهيات النسق الذى تنتمى إليه .

II — تطلق على احدى قواعد الاستدلال ويفيد عدم قابليتها  
للاشتقاق من بقية قواعد الاستدلال الخاصة بنسق معين .

154 — برهان غير مباشر Indirect proof

حجة للبرهنة على صحة نتيجة ببيان أن نقيضها يوقعنا في التناقض إذا  
وضعناه نتيجة لمقدمات تلك الحجة .

155 — الاستقراء Induction

حجة تنتقل فيها من مقدمات إلى نتيجة ، إلا أن صدق المقدمات غير  
كاف لإثبات صدق النتيجة اثباتاً كاملاً . وإذا حدث أن ارتبطت  
مقدمات هذا النوع من البراهين بنقيض النتيجة المعهودة فلن ينشأ  
تناقض كما هو الحال في الاستنباط .

156 — استدلال Inference

اشتقاق قضية تسمى النتيجة من قضية أخرى أو من عدة قضايا  
نسميها مقدمات .

157 — أغلوطة غير صورية  
Informal fallacy  
( راجع أغلوطة ) .

158 — مفهوم  
Intension  
لفظ يستخدم أحياناً مرادفاً للفظ معنى « Sense » .  
راجع مفهوم Connotation .

159 — علاقة لازمة  
Intransitive relation  
علاقة لا متعدية ، مفادها أنه إذا كان لحد أول علاقة بحد ثان ،  
ونشأت نفس العلاقة بين الحد الثاني وحد ثالث ، فلا يعني ذلك قيام  
نفس العلاقة بين الحد الأول والحد الثالث .

160 — حجة فاسدة  
Invalid argument  
هي حجة لا ينشأ فيها صدق النتيجة عن صدق المقدمات .

161 — النقض  
Inversion

I — الأخذ بالقيمة البديلة .  
II — في جبر « بول » تعني الأخذ بالحد المقابل لـ « ليس » Not .  
III — أحد أنواع الاستدلال المباشر في المنطق التقليدي ، وفيه نستنتج  
من قضية قضية جديدة يكون موضوعها نقيض موضوع  
القضية الأصلية .

162 — القضية I  
I - Proposition ,

قضية حملية جزئية موجبة ، تأخذ الصورة « بعض ع هو ع » .

163 — علاقة لا انعكاسية  
Irreflexive relation

تطلق العلاقة اللاانعكاسية على الحد عندما لا يقيم علاقة مع ذاته .  
مثل علاقة « والد » .

164 — شرط كاف ل .... Is a Sufficient Condition for

عبارة تستخدم أحياناً في الإشارة إلى التزوم .  
( و ) شرط كاف ل ( ل ) .

165 — مكافئ ل .... مساو ل Is equivalent to

الطريقة التي نقرأ بها الرابطة القضية نشائية لدالة صدق ، تكتب  
هكذا  $\equiv$  .

166 — لازم عن Is implied by

عبارة تستخدم أحياناً في الإشارة إلى تزوم :  
( ل لازم عن و ) .

167 — لا يساوي Is not equal to

الطريقة التي نقرأ بها الرابطة القضية نشائية لدالة صدق ، وتكتب  
هكذا  $\neq$  ،  $\neq$  ،  $\neq$  .

168 — لا يكافئ Is not equivalent to

الطريقة التي نقرأ بها الرابطة القضية نشائية لدالة صدق ، تكتب  
هكذا  $\neq$  ،  $\neq$  ،  $\neq$  .

169 — تماثل في البنية Isomorphism

مطابقة واحد بواحد .

## J

170 — رابط — واصل Junctor

رابطة قضية مثل : و ، أو . ليس .

## L

### 171 — قوانين الفكر Laws of thought

ثلاث حقائق عامة في المنطق ، تعد أساساً يستند إليه كل تفكير سليم . قانون الهوية (  $U \subset U$  ) ، قانون التناقض  $(U \cdot U \sim U)$  ، قانون الثالث المرفوع  $(U \sim V \sim U)$  .

### 172 — قوانين التام Laws of Complementation

- I — الجمع المنطقي لأي فئة مع تمام هذه الفئة مساو للفئة الشاملة .
- II — الضرب المنطقي لأي فئة في تمام هذه الفئة مساو للفئة الفارغة .

### 173 — قوانين الفئة الفارغة Laws of the null Class

- I — الجمع المنطقي لأي فئة مع الفئة الفارغة مساو لتلك الفئة .
- II — الضرب المنطقي لأي فئة بالفئة الفارغة مساو للفئة الفارغة .

### 174 — قوانين الفئة الشاملة Laws of the Universe Class

- I — الجمع المنطقي لأي فئة مع الفئة الشاملة مساو للفئة الشاملة .
- II — الضرب المنطقي لأي فئة بالفئة الشاملة مساو لتلك الفئة .

### 175 — نقيضة الكذاب Liar Paradox

تناقض ينشأ عند محاولة الاجابة على التساؤل :  
 « يقول رجل : أنه يكذب . هل ما يقوله صدق أم كذب ؟  
 إذا كان صادقاً في قوله فهو كاذب ، وإذا كان كاذباً في قوله فهو صادق .

### 176 — المنطق Logic

دراسة الأنواع المختلفة لصور الاستدلال بشقيه الاستنباطي والاستقرائي ، وذلك من خلال لغات طبيعية وأخرى مصطنعة .

177 — كذب منطقي Logical falsehood

I — قضايا يبرهن على كذبها من خلال المنطق وحده .

II — قضايا تتناقى مع الحقائق المنطقية .

178 — صورة منطقية Logical form

بنية عبارة أو حجة تتعين من خلال حدود أو ألفاظ من نوع : كل ، ليس ، بعض ، و ، أو .

175 — اللزوم المنطقي Logical implication

I — علاقة بين قضيتين احدهما مستنتجة من الأخرى .

II — علاقة تنشأ بين لاحق نستدل عليه بطريقة سليمة من سابق عليه ، سواء كان السابق قضية مفردة أو عدة قضايا .

III — من تحصيل الحاصل أنه إذا كان يلزم عن المقدم — من الناحية المنطقية — تالي ، فإن هذا المقدم يلزم عنه ذلك التالى من الناحية المادية .

IV — قضية مركبة يأتى الرابط الأساسى فيها على هيئة : « إذا .... إذن » .

18 — نقيضة منطقية Logical paradox

راجع : نقيضة .

18 — ضرب منطقي Logical product

راجع : التقاطع ، الوصل .

18 — جمع منطقي Logical Sum

راجع : الفصل .

18 — صدق منطقي Logical truth

ما يؤدي انكاره إلى الوقوع فى التناقض .



184 — اللوجستيكا Logicism

مذهب « جوتلوب فريجه » و « برتراند رسل » في القول بأن كل  
تصورات الرياضيات قابلة للاشتقاق من تصورات المنطق .

185 — منهج لوجستيكي Logistic method

دراسة أحد الانساق من خلال صياغته صياغة صورية .

186 — نسق لوجستيكي Logistic System

نسق يحتوي على :

I — قائمة بالرموز الأولية وبقية الرموز المعرفة .

II — معيار صوري لتحديد سلسلة الرموز التي تشكل صيغاً جيدة  
التكوين .

III — ما نسلم به كبديهيات من الصيغ جيدة التكوين .

IV — معيار صوري لتحديد سلسلة الصيغ جيدة التكوين التي  
تشكل حججاً .

V — معيار صوري لتحديد سلسلة الصيغ جيدة التكوين التي  
تشكل المبرهنات .

## M

187 — مقدمة كبرى Major premise

المقدمة التي تحتوي على الحد الأكبر في القياس الحملّي التقليدي .

188 — حد أكبر Major term

محمول النتيجة في القياس الحملّي التقليدي .

189 — منطق متعدد القيم Many - Valued Logic

نسق منطقي يحتوي صيغه على أكثر من قيمتين للصدق .

190 — اللزوم المادي Material implication

I — رابطة لدالة صدق ثنائية ونقرؤها : « إذا .... إذن » .

- II — قضية مركبة برابطة رئيسية هي اللزوم المادى .  
 III — يكذب اللزوم المادى فى حالة وحيدة فقط عندما يصدق  
 المقدم ويكذب التالى ، ويصدق فى بقية الحالات . وتنكافأ  
 قائمة صدق دالة اللزوم مع قائمة صدق لقضيتين بينهما فصل  
 مع سلب القضية الأولى منهما .  
 $(J \supset V) = (J \sim V)$

- 191 — تحليل رياضى Mathematical analysis  
 192 — قائمة صدق Matrix  
 ترتيب الرموز من متغيرات وثوابت بطريقة متعامدة ، وتحديد قيم  
 صدقها بناء على مجموعة من القواعد السابق تحديدها .  
 193 — استدلال غير مباشر Mediate inference  
 أحد أنواع الاستدلال فى المنطق التقليدى ، تنتقل فيه من مقدمتين أو  
 أكثر إلى نتيجة .  
 194 — ما بعد اللغة ( اللغة الشارحة ) Metalanguage  
 I — لغة نستخدمها فى الكلام عن لغة أخرى هي اللغة الشيئية أو  
 لغة الموضوع Object-Language .  
 II — لغة صورية تستخدم رموزاً خاصة لبيان خواص اللغة  
 الشيئية .  
 195 — ما بعد — بعد اللغة Meta- metalanguage  
 I — لغة نستخدمها فى الكلام عن لغة أخرى هي ما بعد اللغة .  
 II — لغة صورية تستخدم رموزاً خاصة لبيان خواص ما بعد  
 اللغة .  
 196 — الحد الأوسط Middle term  
 حد يظهر فى مقدمات القياس الخملى التقليدى ولا يظهر فى النتيجة .

197 — المقدمة الصغرى Minor premise

مقدمة تحتوي على الحد الأصغر في القياس الحملى التقليدى .

198 — الحد الأصغر Minor term

الحد الذى يأتى موضوعاً للنتيجة في القياس الحملى التقليدى .

199 — جهة Modality

خاصية في القضايا تشير إليها بوصفها قضايا ثبوتية أو توكيدية أو احتمالية أو ضرورية ، أو ممكنة ، أو غير ضرورية ، أو ممتعة .

200 — منطق مُوجّه [ منطق الجهات ] Modal Logic

فرع من المنطق يعنى بالعلاقات الاستدلالية بين القضايا الموجهة ،

201 — منطق الجهات القضى Modal Logic, Propositional

فرع من المنطق يُعنى بأفكار الامكان والضرورة والتكافؤ الدقيق واللزوم مقارنة بآليات وطرائق منطق القضايا .

202 — قياس الاثبات بالوضع Modus ponendo ponens

حجة صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى شرطية ( قضية لزومية ) ، والمقدمة الثانية مثبتة للمقدم في المقدمة الأولى ، والنتيجة مثبتة للتالى .

203 — قياس الرفع بالوضع Modus ponendo tollens

حجة صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى شرطية منفصلة ، والمقدمة الثانية حملية استثنائية تثبت أحد البديلين في المقدمة الأولى . وتأتى النتيجة سالبة للبديل الآخر .

204 — قياس الوضع بالرفع Modus tollendo ponens

حجة صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى شرطية منفصلة ، والمقدمة الثانية حملية استثنائية تنفى أحد البديلين في المقدمة الأولى . والنتيجة تثبت البديل الآخر .

205 — قياس الرفع بالرفع Modus tollendo tollens

حجة صحيحة تتكون من مقدمتين ونتيجة . المقدمة الأولى قضية شرطية في صورة لزوم ، وتأني المقدمة الثانية سالبة للتالي في المقدمة الأولى . والنتيجة سالبة للمقدم في المقدمة الأولى .

206 — قضية جزيئية Molecular sentence

قضية يدخل في تكوينها قضايا أخرى . قارن بالقضية الذرية .

207 — مونت كارلو Monte Carlo

منهج في المحاولة والخطأ يستخدم في وضع حلول تقريبية لمشكلات رياضية أو فيزيائية .

208 — ضرب Mood

صورة معيارية لتصنيف القياس الحملى طبقاً للكم والكيف في كل قضية من مكونات القياس

209 — ضرب منطقي Multiplication, Logical

انظر الوصل Conjunction .

N

210 — لا — و Nand

— اختصار للتعبير لا — و not and .

— رابطة قضوية لدالة صدق. تكتب هكذا «|» وتقرأ : جرة قلم Stroke .

211 — يكافئ بالضرورة Necessarily equivalent to

الطريقة التي نقرأ بها الرابطة القضوية الثنائية للتكافؤ  $\equiv$  .

212 — شرط ضروري Necessary Condition

يطلق على الشرط اللازم لوقوع حادث بعينه ، وعند غيابه يغيب الحادث .

- 213 — صدق ضرورى  
Necessary truth  
انظر تحليل .
- 214 — نفى — سلب  
Negation  
يعنى اضعاء قيمة صدق مغايرة — على تعبير معين — للقيمة الأصلية .
- 215 — جائزة الانعكاس  
Nonreflexive  
تعبير يقال عن العلاقة عندما لا تكون انعكاسية ولا تكون لا انعكاسية وإنما بين هذه وتلك .
- 216 — جائزة التعدى  
Nontransitive  
تعبير يقال عن العلاقة عندما لا تكون متعدية ولا تكون لازمة وإنما هى بين الأولى والثانية .
- 217 — لا ، ليس  
Not  
— رابطة قضوية لدالة صدق مفردة ، تغير قيمة صدق تعبير ما ( قضية ) إلى قيمة الصدق المقابلة .  
— الطريقة التى نقرأ بها عن رابطة قضوية لدالة صدق مفردة تكتب بعدة أشكال :  $\sim$  ،  $\bar{\phantom{x}}$  ،  $-$  .
- 218 — نظام التدوين الرمزى  
Notation System  
مجموعة محددة من الرموز والحروف تنتظم فى علاقات معينة سلفاً للتعبير عن معلومات ومعارف وما يلزم عنها فى اطار نسقى .
- 219 — مجموعة ( فئة ) فارغة  
Null Set  
مجموعة بلا أعضاء .
- 220 — عدد  
Number  
كيان رياضى يشير إلى كم بعينه .

## O

221 — نقض Obversion

نمط من الاستدلال المباشر في المنطق التقليدي ، يتسنى لنا باجراء تغيير مناسب على سور القضية بعد نقض محمولها من جانبنا ، بشرط أن يكون للقضية المستنتجة نفس قيمة صدق القضية الأصلية .

222 — اجراء منطقي Operation, Logical

التوصل إلى نتيجة بعد تطبيق قواعد معينة سلفاً ، ومنها : الوصل ، والفصل ، والنفي .

223 — القضية O O - Proposition

قضية حملية جزئية سالبة ، تأخذ الصورة : « بعض ع ليس ع » .

224 — أو Or

أداة تستخدم للدلالة على الفصل بين تعبيرين .

## P

225 — نقيضة — مخالفة ، مفارقة Paradox

قضية تؤدي إلى تناقض في حالة افتراض صدقها ، وإذا ما كان نقيض قضية ما صادقاً فإنه يؤدي إلى تناقض أيضاً . يمكن أن تنقسم النقااض إلى :

— نقااض منطقية ، وترتبط باستخدام رموز منطقية وتوجد في اللغة الشيئية .

— نقااض السيمانطيقا : وترتبط باستخدام تصورات علم معاني المفردات وتوجد في اللغة الشارحة .

226 — مفارقة اللزوم المادي Paradox of material implication

القضايا  
 $(L \supset V) \supset V$   
 $\sim (L \supset V) \supset V$

من قضايا تحصيل الحاصل من الناحية الـرمزية إذ أن اللزوم فيهما منطقي ، أما إذا تمت صياغتهما باللغة العادية للتعبير عن لزوم مادي نتج ما يعرف بمفارقة اللزوم المادي . وهي نقيضة تنتج عندما تخطيء رابطة قضوية لدالة صدق ذات لزوم مادي في مقابل اللزوم المنطقي . ولهذا فإنه في حالة أي لزوم من الخطأ أن نستنتج صدق تعبير ما في حالة صدق التالي سواء كان السابق صادقاً أو لم يكن ، أو أن نستنتج صدق تعبير في حالة كذب السابق سواء كان التالي صادقاً أو لم يكن .

227 — قياس فاسد Paralogism .

228 — مفرد Particular

ما يؤخذ على أنه وحدة مستقلة .

229 — قضية جزئية موجبة Particular affirmative proposition

قضية حملية صورتها « بعض ع هو 2 » .

230 — قضية جزئية سالبة Particular negative proposition

قضية حملية صورتها « بعض ع ليس 2 » .

231 — قضية جزئية Particular proposition

232 — مصادرات « يانو » Peano's postulates

خمس مصادرات وضعها « جيوسيب يانو » ليقوم عليها علم الحساب كنسق فرض استنباطي .

233 — بالعرض Per accidens

234 — الشكل التام Perfect figure

الشكل الأول من القياس .



المصادرة على المطلوب *Petitio principii* —

مغالطة تنشأ عندما نجعل المطلوب ذاته مقدمة في قياس نتيجته عين المطلوب ، بحيث نسلم من المبدأ بصدق ما نود البرهنة عليه .

الأقيسة المركبة *Polysyllogism* —

سلسلة مترابطة من الأقيسة بحيث تكون نتيجة الواحد منها مقدمة للقياس الذى يليه .

مغالطة العلة الزائفة *Post hoc, ergo propter hoc* —

وتعنى أن نأخذ ما ليس علة على أنه علة *Non Causa pro Causa* ، لا لشيء إلا أنه يتقدم شيئاً آخر أو يسبقه في الحدوث .

مصادرة *Postulate* 2 —

دقة *Precision* 2 —

درجة الاحكام في تعيين كم ما .

حد المحمول *Predicate term* 2 —

هو ذلك الحد الذى يقع في القضية الحملية في صورتها المثلى بين الرابطة ونهاية القضية .

حساب المحمول *Predicate Calculus* 24 —

انظر « حساب دالات القضايا » .

ثابت المحمول *Predicate Constant* 24 —

يشار إليه بحرف بنطه عريض ، ويختار في أغلب الأمر من الحروف الأولى للتهجى ، ويستخدم في تعيين خاصية متميزة أو علاقة .

متغير المحمول *Predicate Variable* 243 —

يشار إليه بحرف بنطه عريض أيضاً ، ويختار في العادة من الحروف الوسطى للتهجى ، ويمكن أن يستبدل بخواص مميزة أو بعلاقات .

244 — الحمل Predication

الحاق صفة ، أو خاصية ، أو ميزة ، أو سمة بفرد ما .

245 — مقدمة Premise

قضية تأتي في حجة أو قياس تعد بينة أو سبباً للتسليم بقضية أخرى نسميها « نتيجة » .

246 — أولي Prime

عدد لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى واحد .

247 — الأساس الأولي Primitive basis

مجموعة الرموز والبدييات والقواعد الخاصة بالصياغة والاستدلال في أحد الأنساق المنطقية .

248 — رموز أولية Primitive Symbols

رموز لا معرفة في أحد أنساق المنطق ، إلا أنها تستخدم في تعريف بقية رموز هذا النسق بالذات .

249 — مبدأ عدم التناقض Principle of Contradiction

مبدأ منطقي يقرر أن القضية لا يمكن أن تكون صادقة وكاذبة في نفس الوقت .  $\sim (p \sim p)$  .

250 — مبدأ الهوية Principle of Identity

مبدأ منطقي يقرر أنه إذا كانت قضية ما صادقة ، فهي صادقة .

$$(p \subset p)$$

251 — مبدأ الثالث المرفوع Principle of excluded middle

مبدأ منطقي يقرر أن القضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة .

$$(p \vee \sim p)$$

252 — قضية احتمالية Problematic proposition

قضية قد تصدق ، إلا أنها لا تصدق بالضرورة .

253 — برهان Proof

مجموعة محددة من صيغ جيدة التكوين ينتظمها أحد الانساق المنطقية في سلسلة واحدة ، بحيث تصبح كل صيغة إحدى بديهيات هذا النسق ، أو يستدل عليها — في إطار قاعدة الاستدلال — من نفس التسلسل . وتشكل الصيغة الأخيرة في السلسلة ما نود البرهنة عليه .

254 — الفئة التامة Proper Class

الفئات التي ليست أعضاء في فئات أخرى . فئة كل الفئات .

255 — قضية Proposition

— عبارة تقريرية تحمل الصدق والكذب .  
— معنى ينطبق على كل العبارات التي تقرر شيئاً واحداً .

256 — حساب القضايا Propositional Calculus

أحدى نظريات المنطق الرمزي تعنى بصياغة منطق من تعبيرات مركبة لدوال الصدق .

257 — دالة قضية Propositional function

صيغة رمزية تتحول إلى قضية عندما تحمل الثوابت الفردية محل المتغيرات الفردية . ولا يمكن الحكم على دالة القضية بأنها صادقة أو كاذبة إلا بعد التعويض عما بها من متغيرات .

## Q

258 — كيف القضية Quality

الحكم على القضية العملية بأنها موجبة أو سالبة .

259 — تسوير المحمول Quantification of the predicate

وضع سور على يمين مصطلح المحمول في القضية لتحديد كم المحمول فيها على غرار كم الموضوع الذي يتحدد بالسور في القضية الحملية التقليدية .

260 — سور ( القضية ) Quantifier

— يحدد نوع القضية الحملية من حيث هي كلية أم جزئية .  
— عامل يضاف إلى قضية ما فتنتج قضية جديدة ، والأخيرة إما أن تكون وجودية أو كلية في ضوء هذا العامل .

261 — قاعدة سلب السور Quantifier negation

قاعدة لتبديل قضية في استدلال ما من قضية كلية إلى وجودية ، أو من قضية وجودية إلى كلية .

## R

262 — مدى العلاقة Range of a relation

انظر النطاق العكسي للعلاقة .

263 — دالة تكرارية Recursive function

دالة تعرف بنفس مصطلحها .

264 — برهان الخلف Reductio ad absurdum

اثبات صدق قضية ببيان كذب نقيضها . راجع « البرهان غير المباشر » .

265 — علاقة انعكاسية Reflexive relation

علاقة تنشأ بين شيء ونفسه ،  $a = a$  ، أو  $a \in a$  .

266 — قضية علاقة Relational proposition

هي القضايا التي تثبت أو تنفي أن ثمة علاقة بين شيئين أو أكثر .

267 — علاقة بالوراثة R - hereditary

تقال عن فئة لها علاقة ما ، حين يصبح كل عضو مشترك في هذه العلاقة عضواً في الفئة ذاتها في نفس الوقت .

268 — دقة بالغة ( صرامة ) Rigor

تتوفر في النسق الاستنباطي ، عندما نثبت أن كل صيغة وردت به على أنها إحدى مبرهناته ، كانت لازمة لزوماً منطقياً عن بديهيات النسق ذاته .

269 — قاعدة الهوية Rule of Identity

قاعدة استدلالية نستبدل بموجبها حداً بآخر في حالة تطابقهما معاً .

270 — قاعدة الاستدلال Rule of inference

قاعدة تنتمي إلى اللغة الشارحة للنسق اللوجستيقي ، نستدل بموجبها من مجموعة صيغ جيدة التكوين ، على مجموعة — صيغ جيدة التكوين — أخرى . وصورتها الرمزية [  $(\varphi \subset \mathcal{L}) \cdot \varphi \subset \mathcal{L}$  ]

## S

271 — مبرهنة شرويدر — برنشتين Schröder - Bernstien theorm

مبرهنة أثبت صحتها « إرنست شرويدر » و « فليكس برنشتين » تفيد في حالة وجود فئتين ( مجموعتين ) أنه إذا كانت المجموعة الأولى متساوية في العدد مع ما يندرج تحت الثانية ، وكانت المجموعة الثانية متساوية في العدد مع ما يندرج تحت الأولى ، فالمجموعتان متساويتان عددياً .

272 — مجال السور Scope of a quantifier

مدى النطاق الذي يحدده سور ما لأحد التعبيرات .

- 273 — حساب دالات من المستوى الثانى  
حساب له نفس خصائص حساب دالات من المستوى الأول  
بالإضافة إلى أن متغيرات دالات القضايا الفردية مقيدة بأسوار .
- 274 — تناقض ذاتى Self - Contradiction  
275 — دراسة معانى المفردات Semantics  
دراسة معنى ودلالة العبارة في مقابل دراسة البناء اللغوى لها .
- 276 — معنى Sense  
277 — جملة — قضية Sentence  
كلمة أو مجموعة من الكلمات المترابطة تفيد تقريراً أو سؤالاً أو تعجباً  
أو تمنى . وتشير في المنطق إلى سلسلة من الكلمات أو الرموز التى  
تعبر عن قضية أو تفيد تقريراً .
- 278 — رابطة الجملة Sentence Connective  
رمز يستخدم في ربط جملتين ليكون جملة مركبة أوسع منهما ،  
بالإضافة إلى رمز النفي الذى يسبق الجملة .
- 279 — سلسلة Sequence  
ترتيب محدد لمجموعة من الرموز .
- 280 — مجموعة Set  
الفئات التى تدخل أعضاء في فئات أخرى ، أو هى الفئات غير  
التامة .
- 281 — نظرية المجموعات : Set Theory  
— دراسة في استعمال المجموعات وتطبيقاتها .  
— دراسة للمجموعات من حيث المصطلح والتطبيق .
- 282 — فئات متساوية Similar Classes  
283 — قضية بسيطة / ذرية Simple proposition

284 — مبدأ التبسيط Simplification

صيغة برهانية صحيحة تقرر أنه في حالة ارتباط قضيتين معاً في صورة مقدمة ، يمكن اشتقاق إحدى القضيتين كنتيجة .  $A \supset B$

285 — قضية شخصية Singular proposition

قضية تستند إلى الشخص أو الفرد في صياغة أحد حدودها بدلاً من استنادها إلى الفئة .

286 — حد جزئي Singular term

يقال عن حد يقبل الحمل على فرد واحد فقط .

287 — رابطة أحادية Singulary Connective

رابطة قضوية لدالة صدق تستخدم مع تعبير واحد فقط ، مثل : السلب  $\sim$  .

288 — أقيسة فاسدة Sophisms

استدلالات تقوم على الخداع والمغالطة رغم أنها تشبه الاستدلالات الصحيحة ، والغرض منها تغليب الخصم وإفحامه .

289 — استدلال تراكمي Sorites

سلسلة من الأقيسة الاضمارية ، يأتي محمول المقدمة الأولى موضوعاً للمقدمة الثانية وهكذا ، وتتألف النتيجة من موضوع المقدمة الأولى ومحمول المقدمة الأخيرة .

290 — صحيح / صائب Sound

صفة لبرهان كل مقدماته صادقة وصيغة البرهنة فيه سليمة .

291 — مربع تقابل القضايا Square of Opposition

تمثيل لعلاقات الاستدلال المباشر بين القضايا في صورة رسم بياني ، تتقابل القضايا بموجبه من خلال : التناقض ، التضاد ، الدخول تحت التضاد ، التداخل .



292 — عبارة Statement

تعبير لدالة صدق يصاغ في ضوء شروط معينة .

293 — تكافؤ تام Strict equivalence

— تكافؤ يتم البرهنة على صدقه باستخدام قواعد المنطق وحدها .  
— ما نعبر عنه بالرمز  $\equiv$

294 — لزوم تام Strict implication

— اللزوم الذى يبرهن على صدقه في ضوء قواعد المنطق وحدها .  
— ما نعبر عنه بالرمز  $\Leftarrow$  ،  $\Rightarrow$  .

295 — فصل بالمعنى القوى Strong disjunction

296 — تداخل القضايا Subalternation

علاقة تنشأ بين قضية كلية وأخرى جزئية لهما نفس الكيف ، بحيث  
إذا صدقت القضية الكلية صدقت الجزئية المشتركة معها ، وإذا  
كذبت الكلية كانت الجزئية غير محددة صدقاً أم كذباً . أما إذا  
كذبت القضايا الجزئية كذبت الكلية المشتركة معها ، وإذا صدقت  
الجزئية كانت الكلية غير محددة صدقاً أم كذباً .

297 — داخلتان تحت التضاد Subcontrary

علاقة تنشأ بين قضيتين جزئيتين ، تحكم هذه العلاقة قاعدة تقول  
بصدقهما معاً لكنهما لا يكذبان في نفس الوقت .

298 — ( حد ) الموضوع Subject term

هو الحد الذى يقع في القضية الحملية بصورتها التقليدية بين سور  
القضية والرابطة .

299 — فئة ( مجموعة ) فرعية Subset

— فئة تحتويها فئة أخرى .  
— فئة كل أعضائها أعضاء في فئة أخرى .

- 300 — طرح منطقي Subtraction, Logical
- 301 — جمع منطقي Sum, Logical
- 302 — قياس Syllogism
- نوع من البرهان الاستنباطي يحتوي على مقدمتين ونتيجة ، وماهية هذا النوع عند «أرسطو» لزوم النتيجة من المقدمتين . راجع : قياس حملي ، قياس منفصل ، قياس شرطى .
- 303 — منطق قياسى Syllogistic Logic
- منطق أرسطى .
- 304 — رمز Symbol
- حرف أو علامة أو جمع بينهما يُصْطَلَح عليه — للدلالة على شيء آخر .
- 305 — منطق رمزى Symbolic Logic
- دراسة الأنواع المختلفة لصور الاستدلال فى لغتها الطبيعية والمصطنعة وذلك باصطناع لغة أو حساب صورى .
- 306 — علاقة تماثلية Symmetrical relation
- علاقة تنشأ بين طرفين ، بحيث إذا اتجهنا بالعلاقة من الطرف الأول إلى الثانى ، جاءت مساوية لاتجاهنا بها من الطرف الثانى إلى الأول .
- 307 — البناء اللغوى Syntax
- دراسة بناء العبارة ، وكيفية الربط بين الكلمات لتكوين جمل أو عبارات فى ضوء قواعد محددة .
- 308 — قضية تركيبية Synthetic proposition
- قضية لا يؤدى انكارها إلى وقوع فى التناقض .

— قضية يضيف محمولها جديداً إلى موضوعها ، حيث لا يحتوى  
الثانى الأول .

309 — نسق System

النسق فى المنطق وفى الرياضيات بوجه عام هو مجموعة من القضايا  
المرتبة فى نظام معين ، هو النظام الاستباطى . ويتكون من مقدمات  
« مسلمات » لا يبرهن عليها فى النسق ذاته ، ومن نتائج  
« مبرهنات » يبرهن عليها باستباطها من المسلمات .

## T

310 — تحصيل حاصل Tautology

— قضية مركبة تأتى قيم الصدق فيها صادقة فى كافة حالات التأليف  
الممكنة بين عناصرها .

— صيغة تكافؤ سليم تقرر أن أى تعبير يعد مكافئاً لتعبير يرتبط فيه  
مع ذاته برباط الوصل ، أو برباط الفصل ،  $[p \equiv q . q . q]$   
 $[p \equiv q . q . q]$  .

311 — صيغ تحليلية Tautologous

قضايا تحصيل الحاصل الصادقة صدقاً منطقياً ، والتي تأتى قيم الصدق  
المندرجة تحت الثابت الرئيسى فيها صادقة فى جميع الحالات .

312 — حد Term

313 — مبدأ الثالث المرفوع Tertium non datur

314 — مبرهنة Theorem

صيغة جيدة التكوين ، ينتظمها نسق منطقى معين بحيث يبرهن عليها  
من خلال هذا النسق .

315 — نظرية الأنماط Theory of types

نظرية قال بها « رسل » و « هوايتهد » ، تقرر أن لكل متغير وثابت

يتعلقان بمقولة محددة نمط له تدرج هرمي من خواص الأشياء ،  
 وخواص تلك الخواص ، وخواص لخواص الخواص ... الخ . وترى  
 هذه النظرية أن ليس ثمة خاصية أو قضية أو نظرية يمكن أن تنطبق على  
 ذاتها .

316 — يوجد There exists

. إحدى الطرق التي يقرأ بها رمز السور الوجودي [ جـ ]  $(\exists_x)$  .

317 — يوجد فرد واحد على الأقل There is at least one

طريقة أخرى لقراءة رمز السور الوجودي .

318 — حساب الدوال من المستوى الثالث Third-order functional calculus

حساب به كل المتغيرات الحرة والمقيدة الخاصة بحساب الدوال من  
 المستوى الثاني ، مضافاً إليها متغيرات حرة عن دالات لدالات  
 الأفراد .

319 — علاقة ثلاثية المواضع Three-place relation

علاقة تنشأ بين ثلاثة أطراف .

320 — التلدة ( ~ ) Tilde

إحدى الطرق التي يقرأ بها ثابت النفي ( ~ ) .

321 — انعكاسية تامة Total reflexivity

322 — منطق تقليدي Traditional Logic

راجع « المنطق الأرسطي » .

323 — قاعدة التحويل Transformation rule

راجع قاعدة الاستدلال .

324 — علاقة متعدية Transitive relation

تمثل في علاقة تقوم أولاً بين طرف أول وطرف ثان ، وتقوم نفس

العلاقة بين الطرف الثاني وطرف ثالث ، ومن ثم تنشأ علاقة من نفس النوع بين الطرف الأول والطرف الثالث .

525 — التناقل Transposition

صيغة تكافؤ صحيح ينشأ بين قضيتين شرطيتين ، بحيث يكون مقدم القضية الثانية انكاراً للتالي في القضية الأولى ، ويأتى التالى في القضية الثانية انكاراً لمقدم القضية الأولى .

$$p \supset q \equiv \sim q \supset \sim p$$

326 — دالة صدق Truth function

دالة تعتمد في البرهنة على مدى صدقها على قيم الصدق .

327 — الرابطة في دالة الصدق Truth functional Connective

رابطة منطقية تعنى بتحديد قيمة صدق التعبير الذى ترتبط به .

328 — قائمة صدق Truth table

قائمة تساعد — بطريقة آلية — على تحديد قيم صدق كل الحالات البديلة الممكنة لقضية مركبة ، وذلك اعتماداً على قيم الصدق المحتملة للقضايا المؤلفة للقضية المركبة .

329 — تحليل قائمة الصدق Truth table analysis

الطريقة التى نستخدم بموجبها قائمة الصدق لتعيين نوع قضية من القضايا : هل هى تحصيل حاصل ، أم متناقضة ، أم حادثة .

330 — شجرة الصدق Truth tree

وسيلة لاختبار صدق البراهين .

331 — قيمة صدق Truth Value

قيمة صدق القضية الصادقة هى « صادق » ، وقيمة صدق القضية الكاذبة هى « كاذب » .

332 — علاقة ثنائية المواضيع Two-place relation

## U

333 — قضية كلية موجبة Universal affirmative proposition

صيغة معيارية للقضية الحملية التي تأخذ الصورة « كل ع هو ع » .

334 — تعميم كليّ Universal generalization

قاعدة استدلالية نضع بموجبها سوراً كلياً على يمين تعبير ما .

335 — قضية كلية سالبة Universal negative proposition

صيغة معيارية للقضية الحملية التي تأخذ الصورة « لا ع هو ع » .

336 — سور كلي Universal quantifier

رمز يرتبط بمتغير ما ويوضع على يمين صيغة جيدة التكوين ، ويقرأ في غالب الأمر : « في كل حالات كذا ... » .

337 — علاقة شاملة Universal relation among individuals

علاقة تربط كل فرد بكل فرد آخر .

338 — فئة شاملة Universe Class

فئة عالم المقال .

## V

339 — برهان صحيح ( منتج ) Valid argument

مثل يقوم مقام صيغة برهان منتج .

340 — صيغة برهان منتج Valid argument form

صيغة برهان استنباطي ، تتميز الأمثلة التي تقوم مقامه بأنها ذات مقدمات صادقة ، ولا تنتج سوى نتائج صادقة .

341 — صيغة تكافؤ صحيح Valid equivalent form

صيغة سليمة للبرهنة تشير إلى أن برهاناً معيناً يمكن أن يحل محل برهان آخر .

342 — استدلال منتج Valid inference

استدلال متسق ، وينتج عن محاولة ربط مقدماته بنقيض نتيجته الأصلية وقوع في التناقض . ويصبح الاستدلال منتجاً عند خضوعه لقواعد المنطق .

343 — متغير Variable

رمز يمثل أى مجموعة من الأعداد أو الأشياء . يستخدم في الصيغ الرياضية والمنطقية للإشارة إلى أى فئة أو مجموعة من الأشياء ، وتعرف هذه الفئة بأنها « مدى » أو نطاق المتغير ، أما أعضاء الفئة ذاتها فيعبر عنها بأنها « قيم » المتغير .

344 — رسوم « فن » البيانية Venn diagrams

رسوم بيانية على شكل دوائر متقاطعة أو منفصلة وضعها « جون فن » لتمثل في وضوح العلاقات التي تنشأ بين الفئات . وتعد هذه الرسوم بمثابة تعديل للرسوم التي وضعها « إيلر » .

## W

345 — فصل ضعيف Weak disjunction

راجع « الفصل » .

346 — صيغة جيدة التكوين Well-formed formula

تشير إلى مجموعة الصياغات التي ينتظمها نسق منطقي معين .





أهم مراجع البحث



## أولاً : مراجع عربية

### ( أ ) كتب مترجمة :

- 1 — الفرد تارسكى : مقدمة للمنطق ولنهج البحث فى العلوم الاستدلالية ، ترجمة عزمى اسلام ، اخيئة المصرية العامة للتأليف والنشر ، القاهرة ، 1970 .
- 2 — برتراند رسل : أصول الرياضيات ، ترجمة محمد مرسى أحمد ، أحمد فؤاد الأهوانى ، دار المعارف ، القاهرة ، 1965 .
- 3 — ييسون ، أوكونر : مقدمة فى المنطق الرمزى ، ترجمة عبد الفتاح الديدى ، دار المعارف ، القاهرة ، 1971 .
- 4 — روير بلانشى : المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل ، ترجمة خليل أحمد خليل ، المؤسسة الجامعية للدراسات ، بيروت ، 1980 .
- 5 — فوربس ، ديكسترهوز : تاريخ العلم والتكنولوجيا ، ترجمة أسامة الخولى ، سلسلة الألف كتاب ، القاهرة ، 1967 .
- 6 — يان لوكاشيفتش : نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث . ترجمة عبد الحميد صبرة ، منشأة المعارف — الاسكندرية ، 1961 .

### ( ب ) : مؤلفات عربية :

- 7 — عادل فاخورى : المنطق الرياضى ، دار العلم للملايين ، بيروت ، 1979 .
- 8 — عبد الرحمن بدوى : المنطق الصورى والرياضى ، مكتبة النهضة المصرية القاهرة ، 1968 .
- 9 — عزمى اسلام : أسس المنطق الصورى ، مكتبة الأنجلو ، القاهرة ، 1970 .

- 10 — عزمى إسلام : الاستدلال الصورى ، الجزء الأول ، مطبوعات جامعة الكويت ، 1972 .
- 11 — عزمى إسلام : الاستدلال الصورى ، الجزء الثانى ، مطبوعات جامعة الكويت ، 1973 .
- 12 — عزمى إسلام : دراسات فى المنطق ، مع نصوص مختارة ، مطبوعات الجامعة ، الكويت ، 1985 .
- 13 — على سامى النشار : المنطق الصورى ، منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة ، دار المعارف القاهرة ، 1966 .
- 14 — محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1969 .
- 15 — محمد ثابت الفندى : أصول المنطق الرياضى ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1972 .
- 16 — محمد محمد قاسم : جوتلوب فريجه ، نظرية الأعداد بين الاستمولوجيا والأنطولوجيا ، دار المعرفة الجامعية ، 1989 .
- 17 — محمد مهران : مقدمة فى المنطق الرمضى ، دار الثقافة للطباعة والنشر ، القاهرة ، 1978 .
- 18 — محمود زيدان : المنطق الرمضى نشأته وتطوره ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1973 .

## ثانياً : مراجع أجنبية

- 1 - Anscombe, G.E.M., **An Introduction to Wittgenstein's Tractatus**, Hutchinson University Library, London, 1979.
- 2 - Blumberg, A.E., "Modern Logic", ed. in **Encyclopedia of Philosophy**, Vol. 5, PP. 12 : 34.
- 3 - Brody, B.A., "Glossary of Logical Terms" ed. in **Encyclopedia of Philosophy**, Vol. 5, PP. 57 : 77.
- 4 - Cohen, M. and Nagel, E., **An Introduction to Logic**, Hartcourt Brace, New York, 1943.
- 5 - Copi, I.M., **Symbolic Logic**, Collier Macmillan, N.Y., 1962, 1979.
- 6 - Copi, I.M., **Introduction to Logic**, Collier Macmillan, London, 1978.
- 7 - Eisenberg, M., **Axiomatic Theory of Sets and Classes**, Holt, Rinehart and Winston, Inc. N.Y. 1971.
- 8 - Greenstein, G.H., **Dictionary of Logical Terms and Symbols**, Van Nostrand Reinhold, Com. N.Y. 1978.
- 9 - Hocut, M., **The Elements of Logical Analysis and Inference**, Winthrop Pub. Inc. U.S.A. 1979.
- 10 - Hodges, W., **Logic**, Penguin Books, England, 1980.
- 11 - Klenk, V., **Understanding Symbolic Logic**, Prentic-Hall, Inc. New Jersey, U.S.A. 1983.
- 12 - Kneale, W. and Kneal M., **The Development of Logic**, Clarendon Press, Oxford, 1984.
- 13 - McKay, Thomas. J. **Modern Formal Logic**, Macmillan Pub. Com. N.Y. 1989.
- 14 - Nagel, E., and Neuman, J., **Godel's Proof**, University Press, N.Y. 1958.
- 15 - Nolt, J. and Rohatyn, D., **Theory and Problems of Logic**, McGraw-Hill Book Com. N.Y. 1988.
- 16 - Prior, A.N., "Traditional Logic" ed. in **Ency. of Philosophy**, Vol. 5. PP. 34 : 45.

- 17 - Quine, W.O., **Methods of Logic**, Routledge & Kegan Paul, London 1966.
- 18 - Reichenbach, H., **Elements of Symbolic Logic**, Dover Pub., Inc N.Y. 1975.
- 19 - Runes, D.D. ( Ed. ), **Dictionary of Philosophy, Ancient Medieval Modern**, Littelfield, Adams & Co. New Jersey, U.S.A., 1981.
- 20 - Russell, B., **My Philosophical Development**, Unvini Books London, 1975.
- 21 - Strawson, P.F., **Introduction to Logical Theory**, London, 1952.
- 22 - Terrell, D.B. & Baker, R., **Exercises in Logic**, Holt & Rinehart and Winston Inc. U.S.A. 1967.
- 23 - Todhunter ( ed. ) **The Elements of Euclid**, Everyman's Lib. London & N.Y. 1933.
- 24 - Whitehead, A.N. & Russell, B., **Principia Mathematica**, Vol. I, 2nd ed. 1927, New ed., Cambridge, 1962.





